

## اثر ناهمسانگردی رسانندگی در پاسخ روش MTEM در حوزه فرکانس

شراره ژیان<sup>۱\*</sup>، میرستار مشین چی اصل<sup>۲</sup>، حسین ملهم<sup>۳</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، ۲- عضو هیئت علمی دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات

۳- عضو هیئت علمی دانشگاه آزاد اسلامی، واحد کرج

(دریافت ۹۲/۷/۲۵ ، پذیرش ۹۲/۹/۴)

### چکیده

در مطالعه حاضر، اثر ناهمسانگردی رسانندگی (۵) در پاسخ میدان حاصل از یک دوقطبی الکتریکی افقی (HED) بر روی سطح زمین بررسی شده است. اولین مدل مورد مطالعه در این مقاله، یک زمین دولایه ناهمگن و ناهمسانگرد است که شامل یک روایه ناهمسانگرد VTI، یا همسانگرد عرضی با محور قائم با ضخامت  $\Delta$  و یک زیرلایه همسانگرد و با ضخامت بی‌نهایت، و مدل دوم، یک نیمفضای همگن و ناهمسانگرد VTI می‌باشد. در مدل اول، نحوه تغییر پاسخ میدان‌های الکتریکی در سطح، با تغییر فاصله چشم و نقطه مشاهده مورد بررسی و در مدل دوم، میدان الکتریکی بر حسب فرکانس در یک فاصله معین از چشم و با در نظر گرفتن ضرایب ناهمسانگردی متفاوت، مورد مطالعه قرار گرفته است. نتایج حاصل نشان می‌دهد با تغییر فاصله چشم- نقطه مشاهده و فرکانس در حضور ناهمسانگردی، دامنه میدان‌های دریافت شده بر روی سطح به طور قابل توجهی تغییر می‌کند و این تغییرات با مدل‌های همسانگرد مورد مقایسه قرار گرفته است.

### واژه‌های کلیدی:

ناهمسانگردی، میدان‌های الکترومغناطیسی، حوزه فرکانس، دوقطبی الکتریکی افقی

با در نظر گرفتن اثر ناهمسانگردی در پاسخ‌های روش‌های الکترومغناطیسی می‌توان در وارون‌سازی، مدل دقیق‌تری (عمق و مقاومت ویژه یا رسانندگی) از ناهمگنی مورد مطالعه به دست آورد [۱۳]. از این جهت، در تحقیق حاضر اثر ناهمسانگردی روی پاسخ‌های روش الکترومغناطیسی حوزه فرکانس مورد مطالعه قرار گرفته است.

مسئله تعیین میدان‌های الکترومغناطیسی ایجاد شده توسط دوقطبی‌های الکتریکی و مغناطیسی که بر روی یک زمین همگن و همسانگرد قرار گرفته‌اند، توسط سامرفلد [۱۱] مورد توجه قرار گرفت. در این مطالعه علاوه‌بر حل بسیاری از مسائل مهم انتشار امواج رادیویی، روش‌های الکترومغناطیسی در جهت اکتشاف ساختارهای زمین‌شناسی (با استفاده از جریان متناوب با فرکانس کم) به کار برده شده‌اند. افراد زیادی بر روی مسئله انتشار امواج از منابع دوقطبی تحقیق کرده‌اند که بیشتر این محققان، محیط را همسانگرد در نظر گرفته‌اند. بررسی

### ۱- مقدمه

یکی از ابزارهای اکتشافات ژئوفیزیکی، اندازه‌گیری میدان الکترومغناطیسی ایجاد شده توسط دوقطبی با فرکانس کم می‌باشد که بر روی زمین یا در ارتفاع قرار گرفته است. با مقایسه مؤلفه‌های ثبت شده میدان با منحنی‌های مربوط به مدل‌های شناخته شده زمین، می‌توان ویژگی‌های ساختار مورد نظر را به دست آورد. بنابراین مهم است که بدانیم چطور میدان حاصل از یک دوقطبی در یک ساختار مشخص محاسبه می‌شود. از طرف دیگر، مشاهدات واقعی از میدان‌های الکترومغناطیسی در زمین، نشان‌دهنده حضور ناهمسانگردی است. به عبارت دیگر، حضور ناهمسانگردی در مشخصه‌های زمین، اغلب منجر به اثرات شگفت‌آوری در پاسخ‌های ژئوفیزیکی می‌شود که نمی‌توان تنها با استفاده از تئوری مدل‌های همسانگرد ساده، به مطالعه آن‌ها پرداخت. همچنین در مدل‌سازی‌های مستقیم حوزه زمان نشان داده شده است که

الکترود به زمین تزریق می‌شود و اختلاف پتانسیل ایجادشده بین دو الکترود پتانسیل (گیرنده) اندازه‌گیری می‌گردد. الکترودهای جریان و پتانسیل بر روی یک خط قرار گرفته‌اند و فاصله بین نقاط مرکزی حدفاصل الکترودهای جریان و الکترودهای پتانسیل را دورافت یا offset می‌نامند. چشمۀ جریان تزریق شده در حوزه فرکانس، یک HED و در حوزه زمان به فرم PRBS (Pseudo-Random Binary Sequence) می‌تواند باشد. در حوزه زمان، اندازه‌گیری جریان منبع و ولتاژ گیرنده همزمان صورت می‌گیرد و دکانلوشن، پاسخ ضربه‌ای و انتگرال گیری از آن، پاسخ پله‌ای زمین را تعیین می‌کند. ولتاژ اندازه‌گیری شده در گیرنده، از رابطه زیر پیروی می‌کند:

$$V(t) = \Delta x_s \Delta x_s I(t) * G(t) + N(t) \quad (1)$$

در رابطه بالا،  $I(t)$  جریان منبع،  $G(t)$  پاسخ ضربه‌ای شناخته‌نشده زمین یا همانتابع گرین،  $N(t)$  نویه،  $t$  زمان و  $\Delta x$  طول دوقطبی‌های منبع و گیرنده می‌باشد. مطالعه موردي که توانایی‌های روش MTEM در حوزه زمان را نشان می‌دهد توسط زیولکووسکی و همکارانش<sup>۱۳</sup> صورت‌گرفته است.<sup>[۱۶]</sup>

## ۲- روش تحقیق

### ۲-۱- اثر ناهمسانگردی در یک زمین دولایه با رولایه ناهمسانگرد

تیخنوف<sup>۱۴</sup><sup>[۱۲]</sup> و چتايف<sup>۱۵</sup><sup>[۲]</sup>، اثر ناهمسانگردی را در یک نیم‌فضای همگن و ناهمسانگرد، و شیونگ<sup>۱۶</sup><sup>[۱۷]</sup> میدان الکترومغناطیسی ناشی از دوقطبی جاسازی‌شده در عمق یک زمین چندلایه و دارای ناهمسانگردی را مطالعه کردند. در مطالعه حاضر، ابتدا با در نظر گرفتن یک زمین دولایه‌ای، روابط جدیدی به دست آورده شده است که در آن، لایه اول

9- Ramananjaona et al

10- Dieter Werthmüller

11- Multi-Transient Electromagnetic

12- Wright, D. A

13- Ziolkowski et al

14- Tikhonov

15- Chetaev

16- Xiong

ناهمسانگردی در اندازه‌گیری‌های الکترومغناطیسی علمی و اکتشافی، از اوایل قرن ۲۰ که شروع مطالعه سوندازهای الکترومغناطیسی بوده است، اهمیت پیدا کرد. مایلت<sup>۱</sup><sup>[۸]</sup>، مهم‌ترین دیدگاه را در ناهمسانگردی به صورت خلاصه بیان کرد. باتاچاریا و پاترا<sup>۲</sup>، به طور مفصل و با ذکر جزئیات به بررسی ناهمسانگردی در کتاب خود با عنوان "سونداز ژئوالکتریکی با جریان مستقیم"<sup>۳</sup> پرداختند. ادواردز و همکارانش<sup>۴</sup><sup>[۳]</sup>، اهمیت و اثرات کاربردی حضور ناهمسانگردی را در روش CSEM<sup>۵</sup>، که یک روش الکترومغناطیس حوزه فرکانس در محیط‌های دریایی است و درجهت اکتشافات هیدروکربن استفاده می‌شود، مطالعه کردند. نگی و سراف<sup>۶</sup><sup>[۹]</sup>، کتابی را با عنوان "ناهمسانگردی در ژئوالکترومغناطیس"<sup>۷</sup> منتشر کردند. از سال ۲۰۰۰ تا امروز نیز، اثر ناهمسانگردی در اکتشافات هیدروکربن و مدل‌سازی معکوس مورد توجه سیاری از نویسنده‌گان قرار گرفته که با درنظر گرفتن این آثار، توانسته‌اند مدل‌سازی‌های دقیق‌تری از مخازن و ناهمنگنی‌های زمین به دست آورند<sup>[۴,۵,۶]</sup>؛ از جمله می‌توان به مطالعه لو و ژیا<sup>۸</sup><sup>[۷]</sup>، اشاره کرد که نشان دادند اثرات ناهمسانگردی بر روی پاسخ روش CSEM وابسته به طرز قرار گرفتن آرایه‌های گیرنده - فرستنده می‌باشد و همچنین راماناجوآنا و همکارانش<sup>۹</sup><sup>[۱۰]</sup>، با وارون‌سازی داده‌های روش CSEM به مدل مقاومت ویژه یک‌بعدی، نشان دادند که مقاومت ویژه قائم، به خوبی ناهمنگنی زمین را شناسایی می‌کند، در حالی که مقاومت ویژه افقی قادر به نمایش ناهمنگنی نیست.

ورشمولر<sup>۱۰</sup><sup>[۱]</sup>، در سال ۲۰۰۹ به مطالعه پاسخ‌های روش MTEM<sup>۱۱</sup> در حوزه زمان و با حضور ناهمسانگردی پرداخت که مبنای این مقاله در حوزه فرکانس می‌باشد<sup>[۱۳]</sup>. روش MTEM یک روش نسبتاً جدید برای شناسایی مخازن هیدروکربن است<sup>[۱۴]</sup><sup>[۱۲]</sup>. در این روش، جریان توسط دو

1-Maillet

2- Patra and Bhattacharya

3- Direct Current Geoelectric Sounding

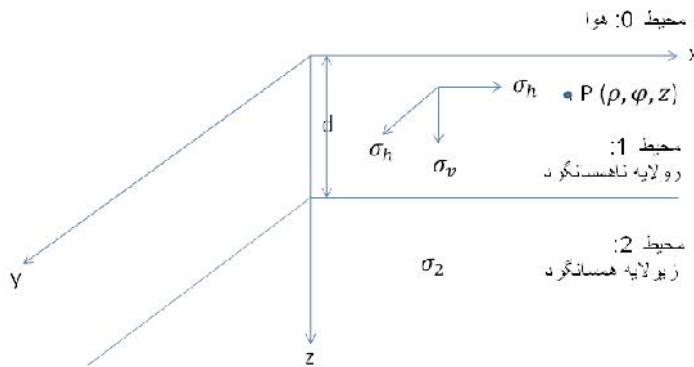
4- Edwards et al

5- Controlled Source ElectroMagnetic method (CSEM)

6- Negi and Saraf

7- Anisotropy in Geoelectromagnetism

8- Lu, X., and C. Xia



شکل ۱- دوقطبی الکتریکی افقی روی سطح زمین

رسانندگی هوا و زیرلایه را به ترتیب با  $\sigma_0$  و  $\sigma_2$  و ضریب تراوایی مغناطیسی کل فضا را با  $\mu_0$  نشان می‌دهیم. دوقطبی الکتریکی با ممان  $\text{He}^{i\omega t}$  به عنوان چشمیه روی زمین و در جهت محور  $x$  قرار گرفته است (شکل ۱).

سه معادله اول ماکسول در یک محیط همسانگرد عرضی با محور قائم یا VTI (محیط ۱: رولایه ناهمسانگرد)، که در آن رسانندگی در راستای افقی  $\sigma_h$  و رسانندگی در راستای قائم  $\sigma_v$  می‌باشد، در حوزه فرکانس به صورت زیر خواهد بود:

$$\text{curl } \mathbf{H} = \begin{bmatrix} \sigma_h & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_h & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_v \end{bmatrix} \mathbf{E} \quad (3)$$

$$\text{curl } \mathbf{E} = -i\omega\mu\mathbf{H} \quad (4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = \Delta \cdot \mathbf{H} = 0 \Rightarrow \mathbf{H} = \text{curl } \mathbf{F} \quad (5)$$

$\mathbf{F}$  یک پتانسیل برداری است که با میدان الکتریکی به صورت زیر مرتبط می‌شود [۱۵]:

$$\mathbf{E} = -(i\omega\mu\mathbf{F} + \nabla\Psi) \quad (6)$$

با استفاده از روابط (۳، ۵ و ۶) برای محیط ناهمسانگرد (محیط ۱) خواهیم داشت:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{F} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{F}) - \nabla^2 \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \sigma_h & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_h & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_v \end{bmatrix} (-i\omega\mu\mathbf{F} - \nabla\Psi) \quad (7)$$

با در نظر گرفتن این واقعیت که پتانسیل برداری در جهت

ناهمسانگرد و لایه دوم، همسانگرد می‌باشد. از یک دوقطبی الکتریکی افقی نیز به عنوان چشمیه میدان الکترومغناطیسی بر روی سطح استفاده شده است (شکل ۱).

در محاسبات، در نظر گرفته شده است که:

- در صورت استفاده از میدان‌های فرکانس پایین، کافی است تنها رسانندگی الکتریکی (۵) لحاظ شود زیرا در این شرایط جریان‌های جابه‌جایی حذف شده و در نتیجه، ضریب نفوذپذیری ( $\epsilon$ ) در معادلات ظاهر نمی‌گردد [۱۵].

- با توجه به اینکه در بررسی حاضر، خواص الکتریکی محیط (رسانندگی الکتریکی) حائز اهمیت است و نه خواص مغناطیسی، فرض می‌کنیم مقدار ضریب تراوایی مغناطیسی ( $\mu$ ) در محیط با مقدار آن در خلا مساوی است.

- در بررسی اثر ناهمسانگردی، باید فرم تانسوری ضریب رسانندگی لحاظ شود؛ زیرا در این حالت رسانندگی، یک اسکالر یا کمیت نرده نخواهد بود و با توجه به متغیر بودن آن در جهات مختلف، تانسور رسانندگی در محاسبات استفاده می‌شود [۱۵].

با توجه به ملاحظات بالا و مدل مورد بررسی، خواهیم داشت:

$$\sigma_h = \sigma_{xx} = \sigma_{yy} \rightarrow \text{horizontal conductivity}$$

$$\sigma_v = \sigma_{zz} \rightarrow \text{vertical conductivity}$$

$$\sigma_{xy} = \sigma_{xz} = \sigma_{yx} = \sigma_{yz} = \sigma_{zx} = \sigma_{zy} = 0$$

$$(2)$$

که  $x$  و  $z$  توابعی از عمق و متغیر انتگرال گیری  $\lambda$  می باشند  $\cos\phi = x/\rho$ . بنابراین با پیدا کردن عبارتی برای تابع  $x$  و  $z$  می توان پتانسیل های برداری و در نتیجه، میدان های الکتریکی و مغناطیسی را یافت. این تابع با استفاده از شرایط مرزی، که بیان کننده پیوستگی مؤلفه های مماسی میدان های الکتریکی و مغناطیسی در مرزهاست، تعیین می شوند. به عبارت دیگر، شرایط پیوستگی مؤلفه های مماسی میدان های الکتریکی و مغناطیسی ایجاب می کند که عوامل زیر در مرزها پیوسته باشند.

$$\begin{cases} \mathbf{x}, \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial z} \\ \mathbf{z}, \frac{1}{\sigma_h} (\mathbf{x} + \frac{\partial \mathbf{z}}{\partial z}) \end{cases} \quad (16)$$

$x$  و  $z$  برای هر سه محیط، در معادلات زیر صدق می کنند (با جاگذاری معادله ۱۵ در معادلات ۱۱، ۱۲ و ۱۳):

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \mathbf{X}_0}{\partial z^2} - (\lambda^2 + \gamma_0^2) \mathbf{X}_0 = 0 \\ \frac{\partial^2 \mathbf{Z}_0}{\partial z^2} - (\lambda^2 + \gamma_0^2) \mathbf{Z}_0 = 0 \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \mathbf{X}_1}{\partial z^2} - (\lambda^2 + \gamma_1^2) \mathbf{X}_1 = 0 \\ \frac{\partial^2 \mathbf{Z}_1}{\partial z^2} - (\lambda^2 \frac{\sigma_h}{\sigma_v} + \gamma_1^2) \mathbf{Z}_1 = (\frac{\sigma_h}{\sigma_v} - 1) \frac{\partial \mathbf{X}_1}{\partial z} \end{cases} \quad (18)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \mathbf{X}_2}{\partial z^2} - (\lambda^2 + \gamma_2^2) \mathbf{X}_2 = 0 \\ \frac{\partial^2 \mathbf{Z}_2}{\partial z^2} - (\lambda^2 + \gamma_2^2) \mathbf{Z}_2 = 0 \end{cases} \quad (19)$$

در معادلات مربوط به  $x$  محیطها و همچنین شرایط مرزی مرتبط با  $x$  مشخص است که این تابع در محیط ناهمسانگرد مستقل از تابع  $z$  می باشد و به  $\sigma_v$  وابسته نیست. اما برای  $z$  وابستگی به  $x$  و  $\sigma_h$  و  $\sigma_v$  وجود دارد.

حل معادلات دیفرانسیل (۱۷، ۱۸ و ۱۹) به صورت زیر به دست می آید. لازم به ذکر است که جمله اول بعد از تساوی  $X_0$  به دلیل حضور چشممه (دوقطبی الکتریکی) جریان در

دوقطبی جریان (محور  $x$ ) است و اهمیت بررسی تغییرات در جهت قائم در ناهمسانگردی VTI می باشد، مؤلفه های پتانسیل برداری به صورت زیر خواهد بود:

$$\mathbf{F} = (F_x, 0, F_z) \quad (8)$$

و در نتیجه، معادله (۷) بر حسب مؤلفه ها به صورت زیر نوشته می شود:

$$\begin{cases} \nabla^2 \mathbf{F}_x - \frac{\partial}{\partial x} \nabla \cdot \mathbf{F} - \gamma_1^2 \mathbf{F}_x - \sigma_h \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0 \\ -\frac{\partial}{\partial y} \nabla \cdot \mathbf{F} - \sigma_h \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0 \\ \nabla^2 \mathbf{F}_z - \frac{\partial}{\partial z} \nabla \cdot \mathbf{F} - \gamma_1^2 \cdot \frac{\sigma_v}{\sigma_h} \mathbf{F}_x - \sigma_v \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0 \end{cases} \quad (9)$$

$$\gamma_1^2 = i \omega \mu \sigma_h \quad (10)$$

از رابطه دوم معادله (۹) می توان به نتیجه  $\nabla \cdot \mathbf{F} = -\sigma_h \Psi$  رسید که همان شرط لورنتس است. با استفاده از این شرط، برای روابط اول و سوم معادله (۹) خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \mathbf{F}_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{F}_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{F}_x}{\partial z^2} - \gamma_1^2 \mathbf{F}_x = 0 \Rightarrow \nabla^2 \mathbf{F}_x = \gamma_1^2 \mathbf{F}_x \\ \frac{\partial^2 \mathbf{F}_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{F}_z}{\partial y^2} + \frac{\sigma_v}{\sigma_h} \times \frac{\partial^2 \mathbf{F}_z}{\partial z^2} - \gamma_1^2 \times \frac{\sigma_v}{\sigma_h} \mathbf{F}_x + (\frac{\sigma_v}{\sigma_h} - 1) \frac{\partial^2 \mathbf{F}_x}{\partial x \partial z} = 0 \end{cases} \quad (11)$$

برای محیط های همسانگرد ۰ و ۲ داریم:

$$\begin{cases} \nabla^2 \mathbf{F}_x = \gamma_0^2 \mathbf{F}_x \\ \nabla^2 \mathbf{F}_z = \gamma_0^2 \mathbf{F}_z \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} \nabla^2 \mathbf{F}_x = \gamma_2^2 \mathbf{F}_x \\ \nabla^2 \mathbf{F}_z = \gamma_2^2 \mathbf{F}_z \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} \gamma_0^2 = i \omega \mu \sigma_0 \\ \gamma_2^2 = i \omega \mu \sigma_2 \end{cases} \quad (14)$$

با بیان این معادلات در مختصات استوانه ای  $(\rho, \phi, Z)$ ، روابط زیر را برای حل آن ها ارائه می دهیم [۱۵]:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_x &= \int_0^\infty X(\lambda, \phi) J_0(\lambda \rho) d\lambda \\ \mathbf{F}_z &= \text{CS } \phi \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty (Z \lambda) z (J_0 \lambda \rho) d\lambda \end{aligned} \quad (15)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} X_1 = \frac{IL\lambda}{2\pi} \left[ \frac{e^{-u_1 z} - e^{-u_1(2d-z)}}{(u_1 - \lambda)e^{-2u_1 d} + (u_1 + \lambda)} \right] \\ Z_1 = \frac{IL}{2\pi\lambda} \left[ u_1 \left\{ \frac{e^{-u_1 z} + e^{-u_1(2d-z)}}{(u_1 - \lambda)e^{-2u_1 d} + (u_1 + \lambda)} \right\} - \frac{e^{-sz} + e^{-s(2d-z)}}{(1 + e^{-2sd})} \right] \end{cases} \quad (24)$$

با کدنویسی روابط ۲۳، ۲۴ و ۲۵ که در محیط برنامه متلب انجام دادیم و با اعمال شرایط در نظر گرفته، منحنی‌های میدان الکتریکی بر حسب فاصله نقطه مشاهده از چشم رسم شدند (شکل‌های ۳ تا ۶). در این شکل‌ها، منحنی‌های  $E_x$  و  $E_y$  روی سطح به دست آمده و هر دو میدان‌های افقی نرمالیزه شده (با تقسیم مدول  $E_x$  و  $E_y$  بر  $\frac{IL}{2\pi\sigma_h\rho^3}$ ) و بر حسب فاصله عددی  $\sqrt{\rho/\omega\mu\sigma_h}$  رسم شده‌اند. منحنی‌های  $E_x$  برای سه مقدار ۰ و ۴۵ و ۹۰ درجه (به این معنی که نقطه مشاهده یک بار روی سطح و در جهت محور  $y$  (صفرا درجه)، در جهت محور  $x$  ۹۰ درجه) و در صفحه  $xy$  (۴۵ درجه) قرار دارد و منحنی  $E_y$  تنها برای مقدار ۴۵ درجه به دست آمده است، زیرا  $E_y$  در ۰ و ۹۰ درجه، صفر می‌شود. محاسبات با در نظر گرفتن  $d/\delta = 0.5$  انجام شده که همان عمق پوسته در رولایه یا  $(\omega\mu\sigma_h)^{1/2}$  می‌باشد. به طور کلی، هدف از نرمالیزاسیون، بررسی تغییرات پارامتر مورد نظر (ضریب ناهمسانگردی و فاصله نقطه مشاهده چشم) با ثابت فرض کردن دیگر پارامترهای موجود است. مطابق روند منحنی‌ها نتیجه می‌گیریم که در فواصل دور از چشم، میدان‌ها بدون اثربودی از رولایه ناهمسانگرد باقی می‌مانند. زیرا هرچقدر فاصله نقطه مشاهده و چشم بیشتر شود، شارش جریان به اعماق نفوذ کرده و وارد زیر لایه همسانگرد می‌شود؛ در نتیجه، پاسخ حاصل از محیط ۲ (زیرلایه همسانگرد) روی سطح دریافت می‌شود.

از طرف دیگر مشاهده می‌کنیم با افزایش ضریب ناهمسانگردی در تمام شکل‌ها، دامنه اولیه میدان الکتریکی در سطح افزایش می‌یابد. این اتفاق به این دلیل است که با افزایش ضریب ناهمسانگردی و ثابت ماندن رسانندگی افقی  $\sigma_v$ ، طبق رابطه  $\lambda = \sqrt{\sigma_h/\sigma_v}$ ، رسانندگی قائم  $\sigma_v$  کاهش یافته و در نتیجه، با افزایش مقاومت، ویژه قائم،  $\sigma_v = 1/\rho_v$ ، جذب انرژی در محیط کم می‌شود. بنابراین، دامنه رسیده به سطح در حالی که مقاومت ویژه قائم افزایش می‌یابد، نسبت به زمانی که جذب در

جهت محور  $x$  در محیط + یا هوا می‌باشد [۱۷].

$$\begin{cases} \mathbf{x}_0 = \frac{Il}{4\pi} \times \frac{\lambda}{u_0} \times e^{-u_0 z} + C_0 e^{u_0 z} \\ \mathbf{x}_1 = C_1 e^{u_1 z} + D_1 e^{-u_1 z} \\ \mathbf{x}_2 = D_2 e^{-u_2 z} \end{cases} \quad (20)$$

$$\begin{cases} Z_0 = P_0 e^{\lambda z} \\ Z_1 = P_1 \exp[z \sqrt{\lambda^2 \frac{\sigma_h}{\sigma_v} + \gamma_1}] + Q_1 \exp[-z \sqrt{\lambda^2 \frac{\sigma_h}{\sigma_v} + \gamma_1}] \\ \quad - \frac{Il}{2\pi} \frac{u_1}{\lambda} \left\{ \frac{(u_1 - u_2) e^{u_1 z} - (u_1 + u_2) e^{u_1(2d-z)}}{(u_1 - \lambda)(u_2 - u_1) + (u_1 + \lambda)(u_2 + u_1) e^{2u_1 d}} \right\} \\ Z_2 = Q_2 e^{-u_2 z} \end{cases} \quad (21)$$

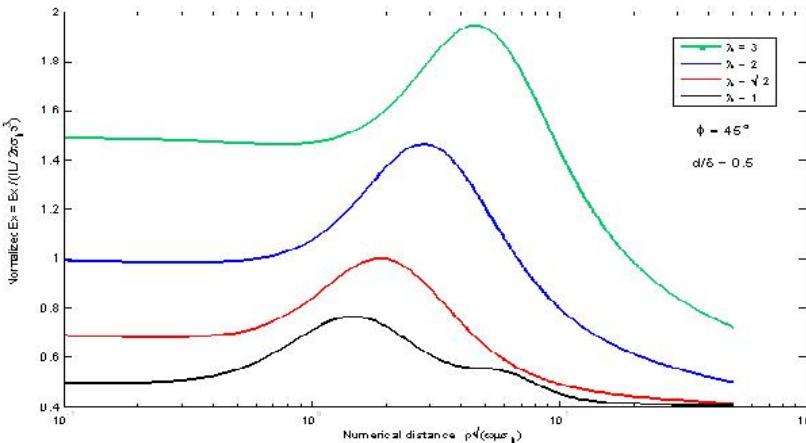
$$\begin{cases} u_0 = \sqrt{\lambda^2 + \gamma_0^2} \quad (\sigma_0 \approx 0) \Rightarrow \gamma_0 = 0 \Rightarrow u_0 = \lambda \\ u_1 = \sqrt{\lambda^2 + \gamma_1^2} \\ u_2 = \sqrt{\lambda^2 + \gamma_2^2} \end{cases} \quad (22)$$

با اعمال شرایط مرزی (رابطه ۱۶) به معادلات ۲۰ و ۲۱ ضرایب  $C_0, C_1, P_0, D_1, Q_1$  و  $Q_2$  و در ادامه، با محاسبه  $X$ ها و  $Z$ ها (پیوست ۱)،  $F_X$  و  $F_Z$  را به دست آورده و در نهایت با استفاده از روابط زیر، معادلات نهایی میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی برای مدل در نظر گرفته شده و در هر عمقی، حاصل خواهد شد:

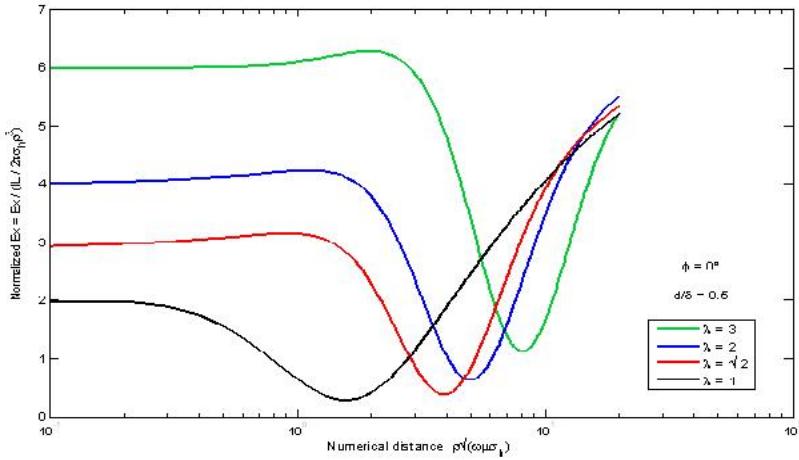
$$\begin{cases} H_x = \frac{\partial F_z}{\partial y} & E_x = -i \omega \mu \epsilon F_x + \frac{1}{\sigma_h} \frac{\partial}{\partial x} (\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z}) \\ H_y = (\frac{\partial F_x}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial x}) & E_y = \frac{1}{\sigma_h} \frac{\partial}{\partial y} (\frac{\partial F_x}{\partial x} - \frac{\partial F_z}{\partial z}) \\ H_z = -\frac{\partial F_x}{\partial y} & E_z = -i \omega \mu F_z + \frac{1}{\sigma_h} \frac{\partial}{\partial z} (\frac{\partial F_x}{\partial x} - \frac{\partial F_z}{\partial z}) \end{cases} \quad (23)$$

به دست آوردن معادلات صریح برای روابط بالا بسیار پیچیده و زمان بر است؛ به همین دلیل برای مطالعه اثر ناهمسانگردی، حالت خاصی را در نظر می‌گیریم که در آن، میدان حاصل از رولایه ناهمسانگرد ( $z=0$ ) را در حضور یک زیرلایه رسانای خوب،  $\sigma_v \rightarrow \infty$ ، محاسبه می‌کنیم.

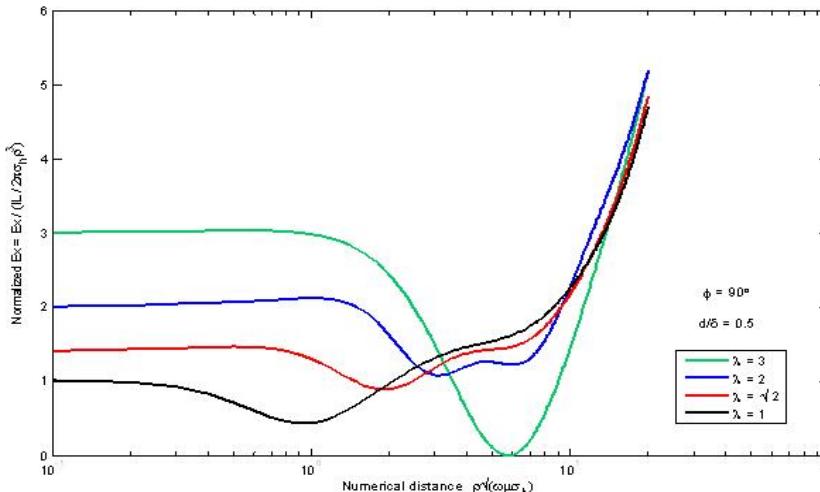
با در نظر گرفتن این شرایط خواهیم داشت:



شکل ۳- نمایش تغییرات  $E_x$  نرمالیزه شده بر حسب فاصله عددی برای  $\phi = 45^\circ$  درجه و مقادیر مختلف ضریب ناهمسانگردی  $\lambda = \sqrt{\sigma_h / \sigma_v}$



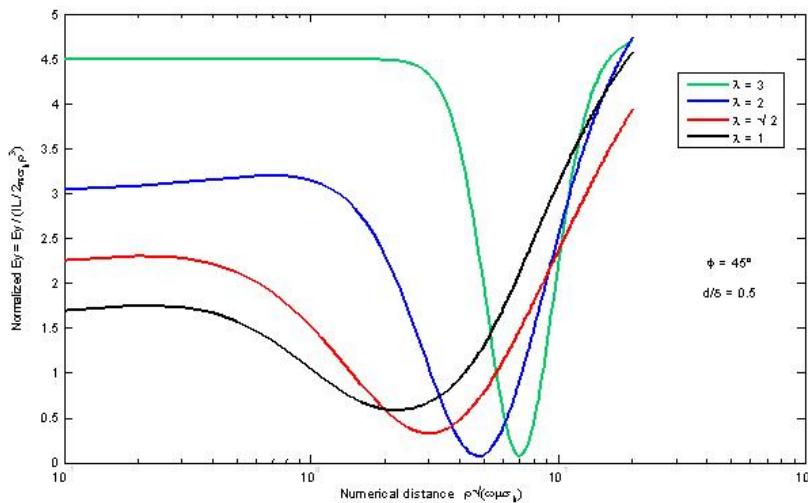
شکل ۴- نمایش تغییرات  $E_x$  نرمالیزه شده بر حسب فاصله عددی برای  $\phi = 0^\circ$  درجه و مقادیر مختلف ضریب ناهمسانگردی  $\lambda = \sqrt{\sigma_h / \sigma_v}$



شکل ۵- نمایش تغییرات  $E_x$  نرمالیزه شده بر حسب فاصله عددی برای  $\phi = 90^\circ$  درجه و مقادیر مختلف ضریب ناهمسانگردی  $\lambda = \sqrt{\sigma_h / \sigma_v}$

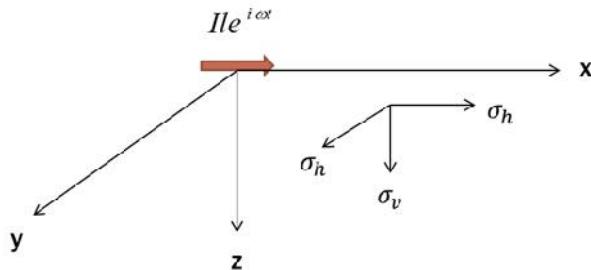
شکل‌ها در فواصل دورتر، منحنی‌ها همگرا می‌شوند و با افزایش ناهمسانگردی در محیط، بیشینه (شکل ۳) و کمینه (شکل ۴، ۵ و ۶) منحنی‌ها به سمت فواصل دورتر شیفت

محیط به دلیل مقاومت کمتر، بیشتر است، افزایش می‌یابد. همچنین، همان‌طور که از روند منحنی‌ها پیداست، در تمام



$$\lambda = \sqrt{\frac{\sigma_h}{\sigma_v}} e^{-\lambda z}$$

پتانسیل برداری مربوط به یک نیمفضای همگن و ناهمسانگرد را به دست آورد. با اعمال شرط  $\rightarrow d \rightarrow \infty$  به روابط محیط ۰ و ۱ (پیوست ۱)، معادلات نیمفضای ناهمسانگرد (شکل ۷) به دست می‌آیند.



شکل ۷- دوقطبی الکتریکی افقی روی سطح زمین همگن و ناهمسانگرد

$$\begin{cases} X_0 = \frac{Il}{4\pi} \left\{ e^{-\lambda z} + \frac{\lambda + u_1}{\lambda - u_1} e^{\lambda z} \right\} \\ Z_0 = -\frac{Il}{2\pi} \frac{1}{\lambda + u_1} e^{\lambda z} \\ X_1 = \frac{Il}{2\pi u_1 + \lambda} e^{-u_1 z} \\ Z_1 = -\frac{Il}{2\pi \lambda} \left\{ \exp\left[-\sqrt{\lambda^2 \frac{\sigma_h}{\sigma_v} + \gamma_1^2} \cdot z\right] - \frac{u_1}{u_1 + \lambda} e^{-u_1 z} \right\} \end{cases} \quad (25)$$

برای حالتی که چشم و نقطه مشاهده روی راستای محور x و در فاصله x از یکدیگر قرار گرفته باشند، رابطه  $E_x$  به صورت زیر خواهد بود [۱۲]:

$$E_x = \frac{1}{2\pi x^2 \sigma_h} [1 - \exp(-\sqrt{2\pi i \omega \mu x^2 \sigma_h}) + (2\lambda + \sqrt{2\pi i \omega \mu x^2 \sigma_h}) \exp(-\sqrt{2\pi i \omega \mu x^2 \sigma_h}/\lambda)] \quad (26)$$

پیدا می‌کند. به عبارت دیگر، زمانی که نقطه مشاهده روی راستایی قرار دارد که با راستای دوقطبی الکتریکی (چشم) زاویه ۴۵ درجه می‌سازد، در روند منحنی‌ها بیشینه وجود دارد که این بیشینه با افزایش ضریب ناهمسانگردی محیط ( $\lambda$ ) در فواصل دورتر اتفاق می‌افتد (شکل ۳). به طور کلی می‌توان گفت، دامنه این نوسانات (کمینه‌ها و بیشینه‌ها) میدان الکتریکی در سطح، با افزایش ضریب ناهمسانگردی ( $\lambda$ ) یا کاهش رسانندگی الکتریکی قائم (رسانندگی الکتریکی افقی در رسم شکل‌ها یک پارامتر ثابت فرض شده است) افزایش پیدا می‌کند.

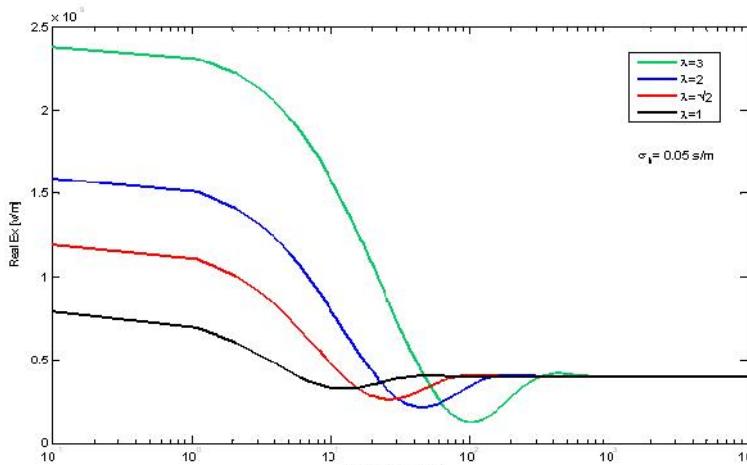
میدان‌های مغناطیسی بر روی سطح در حضور ناهمسانگردی بدون تأثیرپذیری باقی می‌مانند. با توجه به روابط میدان مغناطیسی در معادلات ۲۳،  $H_z$  مستقل از ناهمسانگردی است، زیرا تنها وابستگی به  $F_x$  دارد و آن هم مستقل از ناهمسانگردی است (رابطه xها در معادلات ۱۸، ۱۷ و ۱۹). دو مؤلفه دیگر میدان مغناطیسی،  $H_x$  و  $H_y$ ، نیز زمانی به ناهمسانگردی رولایه وابسته‌اند که  $Z \neq 0$  باشد. زمانی که میدان بر روی سطح بررسی می‌شود، یعنی در  $F_z, Z=0$  مستقل از ناهمسانگردی شده و هر دو میدان‌های مغناطیسی افقی بدون اثرپذیری از ناهمسانگردی باقی می‌مانند.

## ۲-۲- منحنی‌های مدل یک نیمفضای همگن و ناهمسانگرد

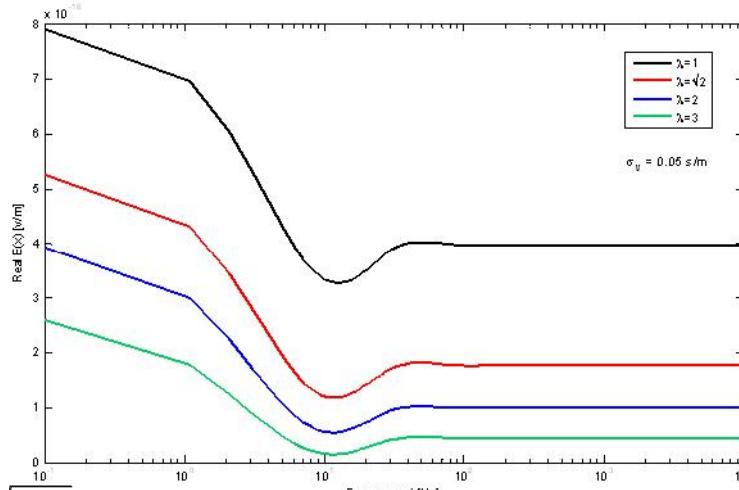
با استفاده از روابط به دست آمده در مدل اول، می‌توان

جدول ۱. سه رویکرد مختلف برای حضور ناهمسانگردی

$\sigma_h$	ثابت	$\uparrow \lambda = \sqrt{\sigma_h/\sigma_v}$	$\sigma_v \downarrow$	$\sigma_m \downarrow$
$\sigma_h$	ثابت	$\uparrow \lambda$	$\sigma_h \uparrow$	$\sigma_m \downarrow$
$\sigma_m = \sqrt{\sigma_h \sigma_v}$		$\uparrow \lambda$	$\sigma_v \downarrow$	$\sigma_h \uparrow$
	ثابت			



شکل ۸- نمایش تغییرات  $E_x$  بر حسب فرکانس در یک نیم فضای همکن و ناهمسانگرد برای مقادیر مختلف  $\sigma_h$  ،  $\lambda = \sqrt{\sigma_h/\sigma_v}$  ثابت است

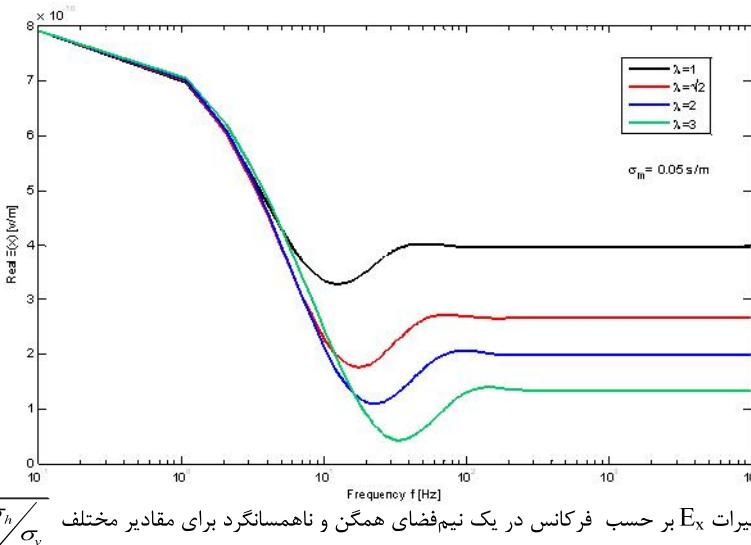


شکل ۹- نمایش تغییرات  $E_x$  بر حسب فرکانس در یک نیم فضای همکن و ناهمسانگرد برای مقادیر مختلف  $\sigma_v$  ،  $\lambda = \sqrt{\sigma_h/\sigma_v}$  ثابت است

بودن  $\sigma_h$  ،  $\sigma_v$  و  $\sigma_m$  است. با بررسی روند نمودارها مشاهده می کنیم که:

الف. دامنه میدان ها در فرکانس های بالا در تمام حالتهای کاهش می یابد، زیرا با افزایش فرکانس، عمق نفوذ کاهش می یابد.

در شکل های ۸، ۹ و ۱۰ به ترتیب، رسانندگی افقی، رسانندگی قائم و رسانندگی میانگین هندسی، ثابت است. هر سه پاسخ دارای مشخصه هایی هستند. طبق منحنی های این ۳ شکل، زمانی که دامنه میدان الکتریکی  $x$  بر حسب فرکانس و در یک فاصله نقطه مشاهده - چشمۀ ثابت مطالعه می شود، تغییرات دامنه اولیه و نهایی این میدان وابسته به ثابت



شکل ۹-نمایش تغییرات  $E_x$  بر حسب فرکانس در یک نیمفضای همگن و ناهمسانگرد برای مقادیر مختلف  $\sigma_m, \lambda = \sqrt{\sigma_h/\sigma_v}$  ثابت است

### ۳-نتیجه‌گیری

اثر ناهمسانگردی الکتریکی زمین بر روی انتشار امواج الکترومغناطیسی، تا به امروز چندان مورد مطالعه قرار نگرفته است و بیشتر مدل‌ها، با فرض همسانگرد بودن زمین، مورد بررسی قرار گرفته‌اند. از آنجا که بیشتر سطح زمین با رسوبات پوشیده شده، ناهمسانگردی رسانندگی قابل توجه است؛ بنابراین، تعیین پاسخ میدان الکترومغناطیسی در یک زمین ناهمگن و ناهمسانگرد حائز اهمیت می‌باشد. از طرف دیگر، بررسی اثر ناهمسانگردی الکتریکی زمین بر روی انتشار امواج الکترومغناطیسی، یک ایده جدید برای مطالعه مخازن هیدروکربنی محاسبه شود (روش MTEM). نتایج بررسی حوزه فرکانس این روش در مقاله حاضر نشان می‌دهد که ناهمسانگردی منجر به تغییر پاسخ‌های زمین می‌شود. طبق مدل اول، میزان تغییرات دامنه میدان الکتریکی دریافت شده روی سطح، وابسته به مقدار ضریب ناهمسانگردی ( $\lambda$ ) محیط است و در فواصل دور از چشمته، میدان‌ها تحت تأثیر رولایه ناهمسانگرد قرار نمی‌گیرند. بررسی تغییر فرکانس روی پاسخ یک نیمفضای ناهمسانگرد نیز نشان داد رویکردهای مختلف ناهمسانگردی، نتایج متفاوتی در روند دامنه میدان الکتریکی دارند؛ به طوری که دامنه در فرکانس پایین به  $\sigma_m$  در فرکانس بالا به  $\sigma_m$  و کمینه دامنه به  $\sigma_m$  وابسته است. در کل می‌توان گفت، حضور ناهمسانگردی در محیط، که تأثیر بسیاری روی دامنه کل میدان الکتریکی رسانیده به سطح و دامنه کمینه و بیشینه‌های میدان دارد و همچنین به دلیل وابستگی دامنه در

ب. در صورتی که  $\sigma_m$  ثابت باشد، با افزایش ضریب ناهمسانگردی، (۱)، دامنه در فرکانس‌های پایین افزایش می‌یابد و دامنه‌های میدان الکتریکی در فرکانس‌های بالا برابر می‌شوند (شکل ۸). رسانندگی افقی، زمانی که عمق نفوذ به دلیل افزایش فرکانس کاهش یافته است، در تغییر دامنه میدان رسانیده به نقطه مشاهده اهمیت زیادی پیدا می‌کند و در نتیجه، دامنه در فرکانس‌های بالا برای هر چهار منحنی با  $\sigma_m$ ‌های برابر، یکسان خواهد شد.

ج. در صورتی که  $\sigma_m$  ثابت باشد، با کاهش ضریب ناهمسانگردی،  $\sigma_m$  کاهش یافته و در نتیجه، دامنه میدان‌های الکتریکی در فرکانس‌های پایین، به دلیل آنکه جذب انرژی کمتری اتفاق می‌افتد، افزایش می‌یابد (شکل ۹). همان‌طور که مشاهده می‌کنیم، نقطه، کمینه دامنه همه میدان‌ها در فرکانس به صورت یکسان اتفاق افتاده است.

د. در صورتی که  $\sigma_m$  ثابت باشد، با افزایش ضریب ناهمسانگردی،  $\sigma_m$  افزایش یافته و در نتیجه، دامنه میدان‌های الکتریکی در فرکانس‌های بالا کاهش می‌یابد. در این حالت، دامنه اولیه در فرکانس‌های پایین میدان‌ها وابسته به  $\sigma_m$  خواهد بود (شکل ۱۰).

دیتر ورشمولر در تحقیق خود، این تغییرات (شکل‌های ۹، ۸ و ۱۰) را بر حسب زمان نشان داد [۱۲] و با مقایسه نتایج حوزه فرکانس و حوزه زمان می‌توان بیان کرد که هر دو روش در حضور ناهمسانگردی نتایج یکسانی نشان می‌دهند.

- [16] Ziolkowski, A., B. A. Hobbs, and D. A. Wright, 2007, Multitransient electromagnetic demonstration survey in France: *Geophysics*, 72, no. 4, F197–F209
- [17] Xiong, Z., 1989, Electromagnetic fields of electric dipoles embedded in a stratified anisotropic earth: *Geophysics*, v. 54, 1643-1646.

فرکانس‌های کم و زیاد به نوع پارامترهای ناهمسانگردی، قابل صرفنظر کردن نیست و برای رسیدن به نتایج دقیق تر باید در نظر گرفته شود.

#### ۴- مراجع

- [1] Bhattacharya, R. K., and H. P. Patra, 1968, Direct Current Electric Sounding: Elsevier Publishing Company, volume 9 of Methods in Geochemistry and Geophysics.
- [2] Chetaev, D. N., 1962, On the field of a low frequency electric dipole situated on the surface of a uniform anisotropic conducting half-space: *Soviet Physics-Technical Physics*, v. 7, p. 991-995.
- [3] Edwards, R. N., D. C. Nobes, and E. Gómez-Treviño, 1984, Offshore electrical exploration of sedimentary basins: The effects of anisotropy in horizontally isotropic, layered media: *Geophysics*, 49, 566–576.
- [4] Greenhalgh, S. A., B. Zhou, M. Greenhalgh, L. Marescot, and T. Wiese, 2009, Explicit expressions for the Fréchet derivatives in 3D anisotropic resistivity inversion: *Geophysics*, 74, F31–F43.
- [5] Jing, C., K. Green, and D. Willen, 2008, CSEM inversion: Impact of anisotropy, data coverage, and initial models: 78th Meeting, SEG, 604–608.
- [6] Løseth, L. O., and B. Ursin, 2007, Electromagnetic fields in planarly layered anisotropic media: *Geophysical Journal International*, 170, 44–80.
- [7] Lu, X., and C. Xia, 2007, Understanding anisotropy in marine CSEM data: 77th Meeting, SEG, 633–637.
- [8] Maillet, R., 1947, The fundamental equations of electrical prospecting: *Geophysics*, 12, 529–556
- [9] Negi, J. G., and P. D. Saraf, 1989, Anisotropy in Geoelectromagnetism: Elsevier Publishing Company, volume 28 of Methods in Geochemistry and Geophysics.
- [10] Ramananjanona, C. J., D. L. Andréis, and L. M. MacGregor, 2008, Characterisation of anisotropic resistivity from marine CSEM data: 70th Meeting, EAGE, G002.
- [11] Sommerfeld, A., 1909, Uher die Ausbreitung der Wellen in der drahtlosen Telegraphie: *Ann. Physik*, v. 28, p. 665–737.
- [12] Tikhonov, A. N., 1959, the propagation of a continuous electromagnetic wave in a laminarly- anisotropic medium: *Soviet Physics-Doklady*, v. 4, p. 566-570.
- [13] WerthMuller, D., 2009, Inversion of Multi-Transient EM data from anisotropic media: M.Sc. Thesis, University of Edinburg
- [14] Wright, D. A., 2003, Detection of hydrocarbons and their movement in a reservoir using time-lapse multi-transient electromagnetic MTEM data: Ph.D., University Of Edinburgh.
- [15] Zhdanov, M. S., Methods in Geochemistry and Geophysics, 43, Geophysical Electromagnetic Theory and Methods, 2009, CH 4: p. 106, CH 10: p. 396, CH 4: p. 140, CH 5: p. 168.

با انجام عملیات جبری ساده، روابط زیر برای X ها و Z ها حاصل می‌شوند (با استفاده از روابط ۲۰، ۲۱ و ۲۲):

$$\begin{cases} X_0 = \frac{Il}{4\pi} \left\{ e^{-\lambda z} + \frac{[(u_2+u_1)(\lambda-u_1)e^{2u_1d} - (u_2-u_1)(u_1+\lambda)]}{[(u_1-\lambda)(u_2-u_1) + (u_1+\lambda)(u_2+u_1)e^{2u_1d}]} e^{\lambda z} \right\} \\ Z_0 = \frac{Il}{2\pi} \left[ \frac{(u_2-u_1) - (u_2+u_1)e^{2u_1d}}{(u_1-\lambda)(u_2-u_1) + (u_1+\lambda)(u_2+u_1)e^{2u_1d}} \right] e^{\lambda z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_1 = \frac{Il}{2\pi} \lambda \left\{ \frac{(u_1-u_2)e^{u_1z} + (u_1+u_2)e^{u_1(2d-z)}}{(u_1-\lambda)(u_2-u_1) + (u_1+\lambda)(u_2+u_1)e^{2u_1d}} \right\} \\ Z_1 = -\frac{Il}{2\pi\lambda} \left[ 1 + \frac{(u_2+ms)e^{sd}}{\{(u_2-ms)e^{-sd} - (u_2+ms)e^{sd}\}} \right] e^{zs} \right. \\ \quad \left. + \frac{Il}{2\pi\lambda} \left[ \frac{(u_2+ms)e^{sd}}{\{(u_2-ms)e^{-sd} - (u_2+ms)e^{sd}\}} \right] e^{-zs} \right. \\ \quad \left. - \frac{Il u_1}{2\pi\lambda} \left[ \frac{(u_1-u_2)e^{u_1z} - (u_1+u_2)e^{u_1(2d-z)}}{(u_1-\lambda)(u_2-u_1) + (u_1+\lambda)(u_2+u_1)e^{2u_1d}} \right] \right] \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_2 = \frac{Il}{\pi} \frac{\lambda u_1 e^{(u_1+u_2)d}}{[(u_1-\lambda)(u_2-u_1) + (u_1+\lambda)(u_2+u_1)e^{2u_1d}]} e^{-u_2z} \\ Z_2 = -\frac{Il}{2\pi\lambda} \left[ 1 + \frac{(u_2+ms)(e^{2sd}-1)e^{u_2d}}{\{(u_2-ms)e^{-sd} - (u_2+ms)e^{sd}\}} \right. \right. \\ \quad \left. \left. - \frac{2u_1u_2e^{(u_1+u_2)d}}{(u_1-\lambda)(u_2-u_1) + (u_1+\lambda)(u_2+u_1)e^{2u_1d}} \right] e^{-u_2z} \right] \end{cases}$$

و با در نظر گرفتن روابط ۲۳ و بالا، برای هر محیط خواهیم داشت:

$$\Rightarrow H_x = \frac{\partial F_z}{\partial y} = \cos \phi \int_0^\infty Z(\lambda, z) \frac{\partial^2 J_0(\lambda\rho)}{\partial x \partial y} d\lambda$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow H_y &= \left( \frac{\partial F_x}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial x} \right) = \int_0^\infty \left[ \frac{dX(\lambda, z)}{dz} J_0(\lambda\rho) d\lambda \right. \\ &\quad \left. - \cos \phi Z(\lambda, z) \frac{\partial^2 J_0(\lambda\rho)}{\partial x^2} d\lambda \right] \end{aligned}$$

$$\Rightarrow H_z = -\frac{\partial F_x}{\partial y} = \int_0^\infty X(\lambda, z) \frac{\partial J_0(\lambda\rho)}{\partial y} d\lambda$$

## ۵- پیوست

با اعمال شرایط مرزی زیر

$$\begin{cases} X_0 = X_1 \\ \frac{\partial X_0}{\partial z} = \frac{\partial X_1}{\partial z} \end{cases} \quad \left| \begin{array}{l} z=0 \\ z=d \end{array} \right. , \quad \begin{cases} X_1 = X_2 \\ \frac{\partial X_1}{\partial z} = \frac{\partial X_2}{\partial z} \end{cases} \quad \left| \begin{array}{l} z=d \\ z=0 \end{array} \right.$$

ضرایب D<sub>1</sub>, C<sub>1</sub>, C<sub>0</sub> و D<sub>2</sub> به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} C_0 &= \frac{Il}{4\pi} \frac{[(u_2+u_1)(\lambda-u_1)e^{2u_1d} - (u_2-u_1)(u_1+\lambda)]}{[(u_1-\lambda)(u_2-u_1) + (u_1+\lambda)(u_2+u_1)e^{2u_1d}]} \\ C_1 &= \frac{Il}{2\pi} \frac{\lambda(u_1-u_2)}{[(u_1-\lambda)(u_2-u_1) + (u_1+\lambda)(u_2+u_1)e^{2u_1d}]} \\ D_1 &= \frac{Il}{2\pi} \frac{\lambda(u_1+u_2)e^{2u_1d}}{[(u_1-\lambda)(u_2-u_1) + (u_1+\lambda)(u_2+u_1)e^{2u_1d}]} \\ D_2 &= \frac{Il}{\pi} \frac{\lambda u_1 e^{(u_1+u_2)d}}{[(u_1-\lambda)(u_2-u_1) + (u_1+\lambda)(u_2+u_1)e^{2u_1d}]} \end{aligned}$$

و با توجه به شرایط مرزی

$$\begin{cases} Z_0 = Z_1 \\ \frac{1}{\sigma_0} (X_0 + \frac{\partial Z_0}{\partial z}) = \frac{1}{\sigma_1} (X_1 + \frac{\partial Z_1}{\partial z}) \end{cases} \quad \left| \begin{array}{l} z=0 \\ z=d \end{array} \right.$$

(since  $\sigma_0 \approx 0 \Rightarrow X_0 + \frac{\partial Z_0}{\partial z} = 0$ )

$$\begin{cases} Z_1 = Z_2 \\ \frac{1}{\sigma_1} (X_1 + \frac{\partial Z_1}{\partial z}) = \frac{1}{\sigma_2} (X_2 + \frac{\partial Z_2}{\partial z}) \end{cases} \quad \left| \begin{array}{l} z=d \\ z=0 \end{array} \right.$$

ضرایب Q<sub>1</sub>, P<sub>1</sub>, P<sub>0</sub> و Q<sub>2</sub> به دست می‌آیند:

$$P_0 = \frac{Il}{2\pi} \frac{(u_2-u_1)-(u_2+u_1)e^{2u_1d}}{(u_1-\lambda)(u_2-u_1)+(u_1+\lambda)(u_2+u_1)e^{2u_1d}}$$

$$P_1 = -\frac{Il}{2\pi\lambda} \left[ 1 + \frac{(u_2+ms)e^{sd}}{\{(u_2-ms)e^{-sd} - (u_2+ms)e^{sd}\}} \right]$$

$$Q_1 = \frac{Il}{2\pi\lambda} \frac{(u_2+ms)e^{sd}}{\{(u_2-ms)e^{-sd} - (u_2+ms)e^{sd}\}}$$

$$\begin{aligned} Q_2 &= -\frac{Il}{2\pi\lambda} \left[ 1 + \frac{(u_2+ms)(e^{2sd}-1)e^{u_2d}}{\{(u_2-ms)e^{-sd} - (u_2+ms)e^{sd}\}} \right. \\ &\quad \left. - \frac{2u_1u_2e^{(u_1+u_2)d}}{(u_1-\lambda)(u_2-u_1)+(u_1+\lambda)(u_2+u_1)e^{2u_1d}} \right] \end{aligned}$$

$$\Rightarrow E_x = -i \omega \mu F_x + \frac{1}{\sigma_h} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial F_x}{\partial x} - \frac{\partial F_z}{\partial z} \right) \\ = -i \omega \mu \int_0^\infty X(\lambda, z) J_0(\lambda \rho) d\lambda + \frac{1}{\sigma_h} \int_0^\infty X(\lambda, z) \\ + \cos \phi \frac{dZ(\lambda, z)}{dz} \left[ \frac{\partial^2 J_0(\lambda \rho)}{\partial x \partial y} d\lambda \right]$$

$$\Rightarrow E_y = \frac{1}{\sigma_h} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial F_x}{\partial x} - \frac{\partial F_z}{\partial z} \right) = \frac{1}{\sigma_h} \int_0^\infty [X(\lambda, z) \\ + \cos \phi \frac{dZ(\lambda, z)}{dz}] \frac{\partial^2 J_0(\lambda \rho)}{\partial x \partial y} d\lambda$$

$$\Rightarrow E_z = -i \omega \mu F_z + \frac{1}{\sigma_h} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial F_x}{\partial x} - \frac{\partial F_z}{\partial z} \right) = \\ -i \omega \mu \cos \phi \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty Z(\lambda, z) J_0(\lambda \rho) d\lambda$$

## The Effect of Conductivity Anisotropy on MTEM Response in Frequency Domain

**Sharare Zhian<sup>\*1</sup>, Mirsattar Meshinchi Asl<sup>2</sup>, Hossein Molhem<sup>3</sup>**

1,2- Department of Geophysics, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran

3- Department of Physics, Karaj Branch, Islamic Azad University, Karaj, Iran

### **Abstract**

*The current study is an investigation of the conductivity anisotropic effect, in response to a Horizontal Electric Dipole (HED) field at the surface. Two models have been studied in this research: 1. an inhomogeneous and anisotropic two-layered Earth including a VTI (Vertical Transverse Isotropy) anisotropic overburden, 2. a homogeneous and VTI anisotropic half-space. The purpose of studying first model is to see how the electric field at surface changes with varying offset. In the second model, the electric field can be obtained at a certain offset for each condition in terms of frequency. Results show that Electric fields receives on surface change considerably with varying source-observation point and frequency in anisotropic media; these changes have been compared with the isotropic case.*

**Keywords:** Anisotropy, Electromagnetic fields, Frequency domain, Horizontal electric dipole.