

## بهینه‌سازی گشتاور دندانه در موتورهای آهنربایی سطحی به روش چند تکه کردن قطب‌های آهنربا

صمد تقی پور بروجنی<sup>۱\*</sup>، محمدحسین حجاره<sup>۲</sup>

۱- استادیار، ۲- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه شهرکرد

(دریافت: ۹۴/۰۴/۰۱، پذیرش: ۹۴/۰۹/۱۷)

**چکیده:** در این مقاله از روش چند تکه کردن آهنربا برای کاهش گشتاور دندانه موتورهای آهنربایی سطحی استفاده شده است. در این روش هر قطب مغناطیسی با چند تکه کردن به چند بلوک تقسیم می‌شود. چند تکه کردن به دو طریق، یکی با اندازه تکه‌های برابر و دیگری با اندازه تکه‌های نابرابر انجام شده است. در هر دو روش تقارن نیم موج فرد در قطب‌های آهنربایی ماشین لحاظ شده است. با انتخاب مناسب طول هر بلوک آهنربایی و موقعیت آن می‌توان چگالی شار فاصله هوایی را تغییر و به تبع آن گشتاور دندانه را به مقدار قابل ملاحظه‌ای کاهش داد. طول و موقعیت مناسب هر تکه آهنربا با استفاده از الگوریتم ژنتیک به دست آمده است. در این مقاله یک مدل تحلیلی برای در نظر گرفتن اثر شکل آهنربا در چگالی شار فاصله هوایی ماشین آهنربایی شیاردار و گشتاور دندانه ارائه شده است. در این مدل چگالی شار فاصله هوایی از حل رابطه پواسون با در نظر گرفتن جریان‌های مجازی دیواره‌های دندانه‌های استاتور و گشتاور دندانه از رابطه تنش ماکسول به دست آمده است. از این مدل به‌عنوان ابزار محاسباتی در تمامی مراحل بهینه‌سازی استفاده شده است. درستی مدل تحلیلی ارائه شده توسط روش اجزای محدود تایید شده است.

**واژگان کلیدی:** موتور آهنربایی سطحی، گشتاور دندانه، چند تکه کردن آهنربا، الگوریتم ژنتیک، مدل تحلیلی، روش اجزای محدود.

### ۱- مقدمه

ماشین‌های الکتریکی با آهنربای سطحی در کاربردهای با نسبت بالای گشتاور به جریان و گشتاور به حجم به کار می‌رود. بیشتر این کاربردها جهت جلوگیری از لرزش و نویز صوتی نیاز به یک راه‌اندازی نرم دارند [۱]. در بعضی کاربردهای دیگر مانند پیش‌رانه زیر دریایی‌ها، در طراحی ماشین آهنربایی محدودیت ارتعاشات را نیز باید در نظر گرفت. یک منبع ارتعاشات، به ویژه در سرعت‌های پایین، ضربان گشتاور<sup>۱</sup> الکترومغناطیسی است. ضربان گشتاور در موتورهای الکتریکی با آهنربای سطحی دو علت دارد. اولین دلیل ناشی از اثر متقابل جریان استاتور با آهنربای روی روتور به وجود می‌آید. دومین دلیل که به آن گشتاور دندانه<sup>۲</sup> گفته می‌شود، به دلیل اثر متقابل دندانه‌های استاتور با آهنربای روی رتور ایجاد می‌شود [۲]. این گشتاور در موتورهای با آهنربای سطحی مطلوب نبوده [۱] و به این دلیل ظاهر می‌شود که رتور تمایل دارد خود را در موقعیت‌هایی با کمترین مقدار انرژی مغناطیسی قرار دهد. این موضوع باعث می‌شود که در ماشین یک گشتاور ضربانی ایجاد شود، که به گشتاور متوسط و مفید کمکی نمی‌کند. وجود این گشتاور باعث ضربان سرعت و به‌وجود آمدن لرزش می‌شود [۳].

روش‌های طراحی بهینه متنوعی برای کاهش گشتاور دندانه معرفی شده‌اند. این روش‌ها به بهینه نمودن ساختار هندسی رتور و یا استاتور می‌پردازند. روش‌های اعمال شده بر روی هندسه استاتور شامل روش‌های مورب کردن<sup>۳</sup> ورقه‌های استاتور [۴-۷]، استفاده از شیارهای مجازی<sup>۴</sup> روی دندانه‌های استاتور [۵، ۶ و ۸]، زوج کردن دندانه‌ها<sup>۵</sup> [۹]، بهینه‌سازی ابعاد شیارها [۴ و ۷] و استفاده از دندانه‌های ناهمسان<sup>۶</sup> در استاتور [۱۰] می‌باشند. اگرچه این روش‌ها کارآمد می‌باشند ولی نسبت به روش‌های دیگر که بر روی رتور اعمال می‌شوند دارای پیچیدگی پیاده‌سازی بالاتری هستند. برای بهینه‌سازی ساختار رتور روش‌هایی همچون مورب کردن و جابه‌جایی آهنربا<sup>۷</sup> [۱۱]، استفاده از آهنرباهای چندتکه<sup>۸</sup> [۳ و ۱۱] ارائه شده است. در [۱۴] با استفاده از یک مدل تحلیلی و روش بهینه‌سازی تجمع ذرات<sup>۹</sup> و بهره‌گیری از روش چندتکه نمودن آهنربا اقدام به بهینه‌سازی چندهدفه گشتاور الکترومغناطیسی و گشتاور دندانه شده است. از روش چند تکه نمودن آهنربا در [۱۷-۱۵] به ترتیب برای کمینه

3. Skewing  
4. Dummy slot  
5. Teeth pairing  
6. Un-equal teeth  
7. Pole-shifting  
8. Segmented PM  
9. Particle swarm method

\*نویسنده پاسخگو: s.taghipour@eng.sku.ac.ir

1. Torque pulsation  
2. Cogging torque

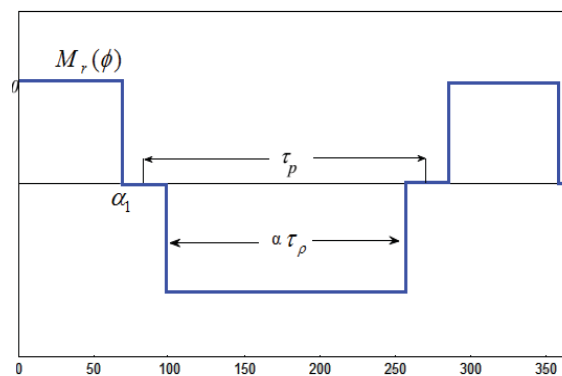
- عمل چندتکه کردن قطب‌ها با تقارن نیم‌موج فرد، انجام می‌شود به‌گونه‌ای که تنها مولفه‌های هارمونیک فرد در متغیرهای مغناطیسی وجود داشته باشند.
- از حل رابطه پواسون و لاپلاس برای یافتن چگالی شار فاصله‌هویی استفاده شده است.
- تقارن دو بعدی بر مسئله حاکم است.
- برای در نظر گرفتن اثر شیارها، از جریان‌های سطحی مجازی معادل<sup>۳</sup> در مرز هوا و دندانه‌های استاتور استفاده شده است [۱۳].
- آهنربای موتور با الگوی مغناطیس‌شوندگی شعاعی است. از آنجایی که در روند مدل‌سازی از روش [۱۳] استفاده شده است، و تنها به دلیل تغییر شکل آهنربای سطحی روابط مربوط به آرایش جدید پیشنهادی جایگزین روابط پیشین آهنربای یک تکه خواهند شد. بردار مغناطیس‌شدگی آهنربای مورد استفاده در [۱۳] به صورت شکل (۱) و توابع پیشنهادی برای آرایش جدید به صورت شکل (۲) می‌باشد. سری فوریه تابع مغناطیس‌شوندگی مربوط به آهنرباهای یک‌تکه و چندتکه به ترتیب در روابط (۱) و (۲) آورده شده‌اند. متغیرهای مورد استفاده در روابط (۱) و (۲) به ترتیب در شکل‌های (۱) و (۲) معرفی شده‌اند. که  $B_{rem}$ ، پسماند چگالی شار آهنربا،  $\mu_0$  نفوذپذیری فاصله‌هویی و  $\theta$  زاویه رتور می‌باشد. همچنین  $m$  تعداد تکه‌های آهنرباهای استفاده‌شده در شکل (۲) است.

$$M_r(r, \phi, \theta_r) = \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} M_n \cos(n\phi - \theta_r) \quad (1)$$

$$M_n = \frac{4B_{rem}}{\mu_0 n \pi} \sin(n\alpha_1), \quad \alpha_1 = x\pi / 2$$

$$M_r(r, \phi, \theta_r) = \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} M_n \cos(n\phi - \theta_r) \quad (2)$$

$$M_n = \frac{4B_{rem}}{\mu_0 n \pi} * [\sin(n\alpha_1) - \sin(n\alpha_2) + \sin(n\alpha_3) - \dots - \sin(n\alpha_m)]$$



شکل (۱): منحنی مغناطیس‌شوندگی آهنربا در ماشین با آهنربای یک‌تکه

سازی ضربان گشتاور، بهینه‌سازی گشتاور متوسط و بیشینه نمودن نیروی پیشران در موتورهای خطی استفاده شده است. همچنین با استفاده از چندتکه نمودن آهنربا می‌توان تلفات جریان‌های گردابی القا شده در آهنربا ناشی از مولفه‌های چگالی شار آسنکرون یا رتور را به صورت چشمگیری کاهش داد [۱۸]. برای بهینه‌سازی گشتاور دندانه توسط هر یک از روش‌های گفته‌شده از یک مدل‌های تحلیلی و یا عددی استفاده شده است. روش‌های عددی همچون روش اجزای محدود اگر چه دقیق می‌باشند ولی نسبت به روش‌های تحلیلی زمان‌بر بوده و در گام‌های نخست بهینه‌سازی ماشین استفاده از آن‌ها مناسب نمی‌باشد. در این مقاله روش مدل‌سازی گشتاور دندانه ارایه‌شده در [۱۳]، برای در نظر گرفتن روش چندتکه کردن قطب‌های آهنربا<sup>۱</sup> توسعه داده شده است.

در موتورهای آهنربایی توان بالا، دهانه قطب آهنربای رتور برای قرار گرفتن در یک بلوک بسیار بزرگ می‌باشد، و برای ملاحظات فنی و اقتصادی هر قطب آهنربایی رتور را به چندتکه، با جهت مغناطیسی یکسان، تقسیم می‌کنند [۳]. پیاده‌سازی روش چندتکه نمودن قطب‌های آهنربا، یکی از ساده‌ترین روش‌ها می‌باشد. ما در این مقاله از دو روش برای چندتکه کردن آهنربا استفاده می‌کنیم. در روش اول از تکه‌های با اندازه‌های یکسان و در روش دوم از تکه‌های با اندازه متفاوت استفاده شده است. در هر کدام از این روش‌ها تقارن نیم موج فرد قطب‌های آهنربایی ماشین کاملاً رعایت شده است. برای بهینه‌سازی تعداد تکه‌ها، اندازه تکه‌ها و فاصله بین آنها از الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک استفاده شده است. برای محاسبه تابع هدف الگوریتم ژنتیک یک مدل تحلیلی برای در نظر گرفتن اثر شکل آهنربا در چگالی شار فاصله‌هویی ماشین آهنربایی شیاردار و گشتاور دندانه ارایه شده است. در این مدل چگالی شار فاصله‌هویی از حل رابطه پواسون با در نظر گرفتن جریان‌های مجازی<sup>۲</sup> دیواره‌های دندانه‌های استاتور استفاده شده است. همچنین گشتاور دندانه در این مدل از رابطه تنش ماکسول به دست آمده است. از این مدل به‌عنوان ابزار محاسباتی در تمامی مراحل بهینه‌سازی استفاده شده است. درستی مدل تحلیلی ارایه‌شده، توسط روش اجزای محدود، تایید شده است.

## ۲- مدل تحلیلی برای چندتکه کردن قطب آهنربا

در مدل تحلیلی ارایه شده برای بررسی اثر چند تکه کردن قطب‌ها فرض‌های زیر در نظر گرفته شده‌اند.

- اشباع مغناطیسی ناچیز است.
- عمل چندتکه کردن قطب‌ها با تقارن نسبت به محور مکانیکی انجام می‌شود به‌گونه‌ای که نیروی شعاعی خالصی ایجاد نشود.

$$C_n(r) = Y_n \frac{R_r^{2np} + R_s^{2np}}{R_s^{2np} - R_o^{2np}} (r^{np-1} - R_o^{2np} r^{-np-1})$$

$$Y_n = \frac{-\mu_0 R_s^{np+1}}{np(R_r^{2np} - R_s^{2np})} \quad (8)$$

$$(9) a_n = \frac{M_n((np+1)R_r^{2np} R_m^{-np+1} + (1-np)R_m^{np+1} - 2R_r^{np+1})}{2(1-(np)^2)(R_r^{2np} - R_s^{2np})}$$

در رابطه (۶)،  $\theta \Delta$  پهنای در نظر گرفته شده برای چگالی جریان‌های سطحی بوده و در اینجا برابر  $0.1$  دهانه باز شیار در نظر گرفته شده است [۱۲]. همچنین  $v_{i\pm}$  زاویه‌های دیواره‌های چپ و راست شیارها است و از رابطه (۱۰) مشخص می‌شود. همچنین شعاع نقطه‌ای در فاصله هوایی است که میدان مغناطیسی در آن محاسبه می‌شود. علامت‌های  $+/-$  در دو سمت رابطه (۶) با یکدیگر در ارتباط می‌باشند.

$$v_{i\pm} = i\gamma_s / 2\mp\gamma_{so} / 2, \quad i = 1, 2, \dots, Q_s \quad (10)$$

چگالی جریان‌های سطحی مجازی،  $J(\theta_r, \varphi)$ ، در یک فرایند تکراری و با پیش فرض اولیه صفر به دست می‌آیند. به منظور در نظر گرفتن جریان‌های سطحی معادل در شرایط مرزی رابطه (۳)، نیاز به بیان این جریان به فرم سری فوریه است که در رابطه (۱۱) آورده شده است [۱۳]. به دلیل وجود تقارن نیم‌موج فرد در متغیرهای مغناطیسی ماشین، سری فوریه جریان‌های مجازی سطحی معادل نیز تنها دارای هارمونیک‌های فرد است.

$$J(\theta_r, \varphi) = \sum_{n=1,2,\dots}^{\infty} J_n(\theta_r) \sin(np\varphi) + J'_n(\theta_r) \cos(np\varphi)$$

$$J'_n(\theta_r) = \sum_{i=1}^{Q_i(p)} \zeta_n [J_{i+}(\theta_r) \cos(v_{i+}) + J_{i-}(\theta_r) \cos(v_{i-})]$$

$$J_n(\theta_r) = \sum_{i=1}^{Q_i(p)} \zeta_n [J_{i+}(\theta_r) \sin(v_{i+}) + J_{i-}(\theta_r) \sin(v_{i-})]$$

$$\zeta_n = \frac{2}{n\pi} \sin\left(\frac{np}{2} \Delta\theta\right) \quad (11)$$

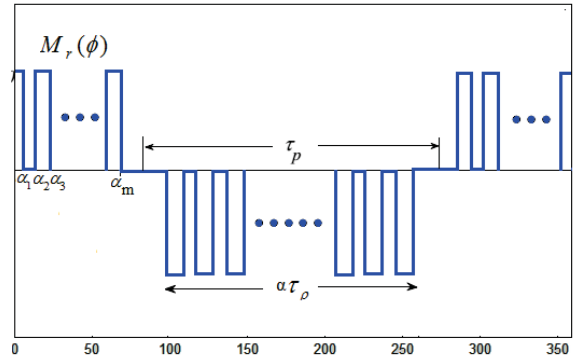
با دانستن از مولفه‌های شعاعی و مماسی چگالی شار فاصله هوایی از رابطه (۵) و استفاده از روش تنسور تنش ماکسول گشتاور دندانه به صورت (۱۲) محاسبه می‌شود.

$$T_{cog}(\theta_r) = \frac{l_{stk} r^2}{\mu_0} \int_0^{2\pi} B_r(r, \varphi, \theta_r) \cdot B_\varphi(r, \varphi, \theta_r) \cdot d\varphi = 2\pi p \times$$

$$\sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} a_n Y_n l_{stk} (R_s^{2np} - R_r^{2np}) (J'_n \sin(np\theta_r) - J_n \cos(np\theta_r)) \quad (12)$$

### ۳- تایید مدل تحلیلی

جهت تایید مدل تحلیلی ارائه شده از مقایسه نتایج به دست آمده از مدل تحلیلی با نتایج روش اجزای محدود استفاده شده است. مشخصات موتور مورد استفاده در جدول (۱) آورده شده است. همچنین از آهنربای  $\Delta$  تکه استفاده شده است. مولفه‌های شعاعی و مماسی به دست آمده از روش‌های تحلیلی و اجزای محدود برای



شکل (۲): منحنی مغناطیسی شوندگی آهنربا در ماشین با آهنربای چند تکه

شرایط مرزی و روابط پواسون و لاپلاس حاکم بر مسئله به ترتیب به صورت (۳) و (۴) می‌باشند، که در آن  $A$  بردار پتانسیل مغناطیسی است.

$$\left. \frac{\partial A_{III}}{\partial \varphi} \right|_{R=R_0} = 0, \quad \left. \frac{\partial A_I}{\partial r} \right|_{R=R_r} = 0$$

$$\left. \frac{\partial A_{III}}{\partial \varphi} \right|_{R=R_s} = \left. \frac{\partial A_{II}}{\partial \varphi} \right|_{R=R_s}, \quad \left. \frac{\partial A_{II}}{\partial r} \right|_{R=R_s} = J(\theta_r, \varphi) \quad (3)$$

$$\left. \frac{\partial A_{II}}{\partial \varphi} \right|_{R=R_{PM}} = \left. \frac{\partial A_I}{\partial \varphi} \right|_{R=R_{PM}}, \quad \left. \frac{\partial A_{II}}{\partial r} \right|_{R=R_{PM}} = \left. \frac{\partial A_I}{\partial r} \right|_{R=R_{PM}}$$

$$\nabla^2 A_I(r, \varphi, \theta_r) = -\nabla \times M(\varphi, \theta_r) \quad (4)$$

$$\nabla^2 A_{II}(r, \varphi, \theta_r) = 0$$

با در نظر گرفتن (۲) در (۴) و حل آن به روش جداسازی متغیرها، مقادیر مولفه‌های شعاعی و مماسی شار فاصله هوایی به صورت رابطه (۵) به دست می‌آیند.

$$B_r = -\sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\mu_0}{r} (r^{np} + R_s^{2np} r^{-np}) n p a_n \cos(np(\phi - \theta_r))$$

$$+ Y_n (r^{np+1} + R_r^{2np} r^{-np-1}) (J_n \cos(np\phi) - J'_n \sin(np\phi))$$

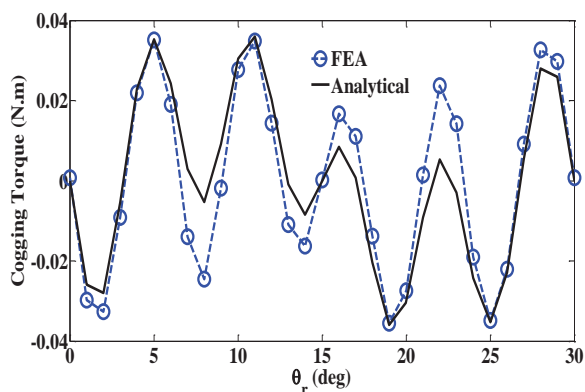
$$B_\phi = \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\mu_0}{r} (r^{np} - R_s^{2np} r^{-np}) n p a_n \sin(np(\phi - \theta_r))$$

$$+ Y_n (r^{np-1} - R_r^{2np} r^{-np-1}) (J_n \sin(np\phi) + J'_n \cos(np\phi)) \quad (5)$$

در این رابطه،  $J(\theta_r, \varphi)$  چگالی جریان‌های سطحی مجازی معادل ظاهر شده در شرایط مرزی رابطه (۳) است که از رابطه (۶) مشخص می‌شود [۱۳]. در رابطه (۶) مولفه شعاعی چگالی شار استاتور است و در رابطه (۷) آورده شده است. همچنین  $Y_n$  به ترتیب از روابط (۸) و (۹) به دست می‌آیند.

$$J_{i\pm}(\theta_r) = \pm \frac{(R_s - R)}{h_{slot} R_s \Delta\theta} \ln \left( 1 + \frac{h_{slot}}{R_s - R} \right) \int_{R_s}^{R_s + h_{slot}} \frac{B_{iron}(r, v_i, \theta_r)}{\mu_0} dr \quad (6)$$

$$B_{iron}(r, \phi, \theta_r) = \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} C_n(r) [J_n(\theta_r) \cos(np\phi) - J'_n(\theta_r) \sin(np\phi)] \quad (7)$$



شکل (۵): گشتاور دندانه به دست آمده از روش تحلیلی و روش اجزا

محدود برای پنج تکه تکه برابر

جدول (۱). مشخصات ماشین

مقدار	نماد	پارامتر
۰/۹	$\alpha$	نسبت طول آهنربا به گام قطب
۲	$p$	تعداد جفت قطب
۱۲	$Q$	تعداد شیار استاتور
۱۵mm	$b_o$	دهانه باز شیار
۵mm	$h_o$	طول شیار
۰/۳۸T	$B_{rem}$	پسماند چگالی شار آهنربا
۲۵mm	$R_r$	شعاع رتور
۲۹,۷۵mm	$R_s$	شعاع استاتور
۴۰mm	$R_o$	شعاع خارجی استاتور
۴mm	$h_m$	ارتفاع آهنربا
۴۰mm	$L_a$	طول پشته ماشین
۱۰/۵۳deg	$W$	پهنای هر تکه آهنربا
۷/۷۲۵deg	$S_1$	فاصله تکه سوم با تکه دوم و چهارم
۶/۴۴۹deg	$S_2$	فاصله تکه اول با دوم و تکه چهارم با پنجم

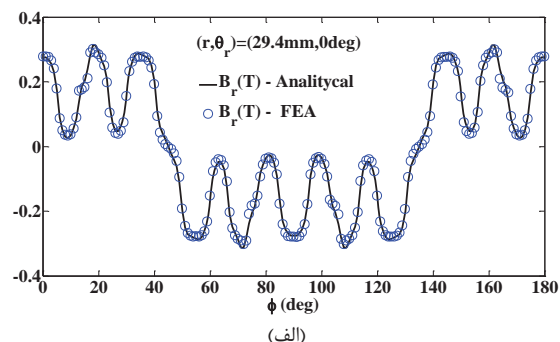
#### ۴- بهینه سازی با استفاده از الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک از روند تکاملی موجود در طبیعت الهام گرفته شده است. این الگوریتم به عنوان روشی مناسب برای بهینه سازی بسیاری از مسائلی به کار گرفته می شود. در این کاربرد تابع هدف در نظر گرفته شده مطابق با (۱۶) بوده و برابر با مقدار قله (بیشترین مقدار) گشتاور دندانه در موقعیت های مختلف می باشد.

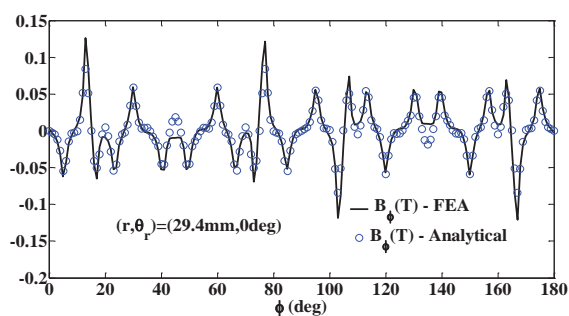
$$F = \max \{ T_{cog}(\theta_r) \} \quad (16)$$

برای مینیمم کردن این تابع هدف از رابط گرافیکی GA، نرم افزار MATLAB استفاده شده است. در این روش مقدار قله گشتاور دندانه تابعی از یک بردار ورودی است توسط مدل تحلیلی آرایه شده محاسبه می شود. بردار ورودی همان کرموزم های در نظر گرفته شده در الگوریتم ژنتیک است که در برگیرنده متغیرهای هندسی می باشند. این متغیرها با استفاده از الگوریتم ژنتیک به گونه ای بهینه می شوند که ساختاری با کمترین گشتاور دندانه

ماشین جدول (۱) در دو زاویه ۰ و ۱۵ درجه رتور به ترتیب در شکل های (۳) و (۴) آورده شده است.



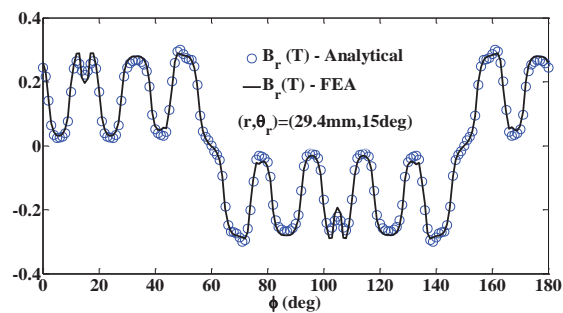
(الف)



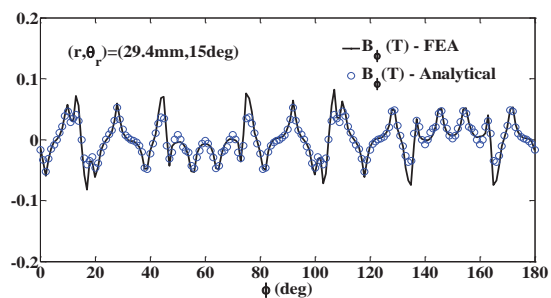
(ب)

شکل (۳). مولفه های شعاعی (الف) و مماسی (ب) و مماسی چگالی شار فاصله هوایی در  $\theta_r=0$  درجه برای پنج تکه تکه برابر

همچنین گشتاور دندانه به دست آمده از این دو روش در شکل (۵) گزارش شده است. همان گونه که از شکل های (۳- ۵) مشخص است مدل آرایه شده دارای توانایی و دقت خوبی در پیش بینی چگالی شار فاصله هوایی ماشین است.



(الف)

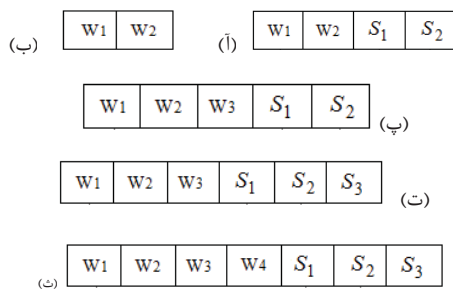


(ب)

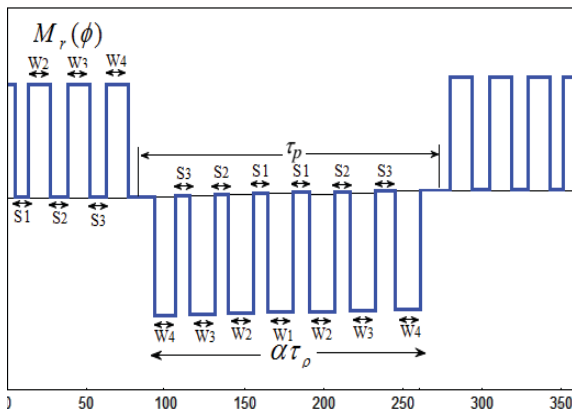
شکل (۴): مولفه های شعاعی (الف) و مماسی (ب) چگالی شار فاصله هوایی در  $\theta_r=15$  درجه برای پنج تکه تکه برابر

#### ۴-۲- کد نمودن آهنرباهای با اندازه تکه‌های نابرابر

در ماشین با تکه‌های نابرابر تعداد متغیرهای بیشتری برای کد نمودن ماشین وجود دارد. در این مقاله کد نمودن ماشین و بهینه سازی آن برای تعداد سه تا هفت تکه نابرابر آهنربا انجام شده است. متغیرهای بهینه سازی یا کروموزمها الگوریتم ژنتیک برای تعداد تکه‌های مختلف در شکل (۸) بیان شده‌اند. در شکل (۸-ا) که برای سه تکه است،  $W_1$  پهنای تکه وسط و  $W_2$  پهنای دو تکه کناری می‌باشد. فاصله بین تکه‌ها در این حالت با تغییر پهنای تکه‌ها تغییر می‌کند. در شکل (۸-ب)  $W_1$  پهنای تکه‌های اول و چهارم،  $W_2$  پهنای تکه‌های دوم و سوم است.



شکل (۸): کروموزم‌های الگوریتم ژنتیک برای تکه‌های نابرابر: برای تعداد تکه‌های سه (ا)، چهار (ب)، پنج (پ)، شش (ت) و هفت (ث).



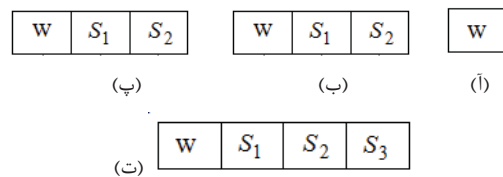
شکل (۹): منحنی مغناطیس شونده آهنربا در ماشین با آهنربای هفت تکه با تکه‌های نابرابر

همچنین،  $S_1$  فاصله بین تکه‌های دوم و سوم و  $S_2$  فاصله بین تکه‌های اول و دوم (و همچنین سوم و چهارم) می‌باشد. در شکل (۸-ب)،  $W_1$  پهنای تکه وسط (سوم)،  $W_2$  پهنای تکه‌های دوم و چهارم،  $W_3$  پهنای تکه‌های اول و پنجم،  $S_1$  فاصله بین تکه‌های دوم و چهارم با تکه سوم و  $S_2$  فاصله بین تکه‌های اول و دوم (و همچنین چهارم و پنجم) است. در شکل (۸-ت)،  $W_1$  پهنای تکه‌های سوم و چهارم،  $W_2$  پهنای تکه‌های دوم و پنجم،  $W_3$  پهنای تکه‌های اول و ششم،  $S_1$  فاصله بین تکه‌های سوم و چهارم و  $S_2$  فاصله بین تکه‌های دوم و سوم (و همچنین چهارم و پنجم) و  $S_3$  فاصله بین تکه‌های اول و دوم (و همچنین پنجم و شش) می‌باشد. تابع مغناطیس شونده ماشین با شش تکه آهنربا در شکل (۷)، نشان داده شده است.

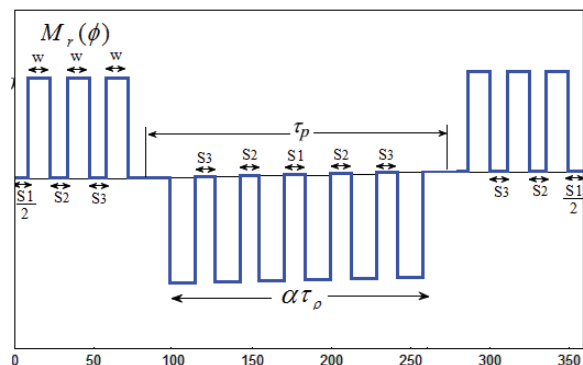
به دست آید. با توجه به شناخت کافی از الگوریتم ژنتیک از توضیح اضافه تر در مورد آن اجتناب شده است.

#### ۴-۱- کد نمودن آهنرباهای با اندازه تکه‌های برابر

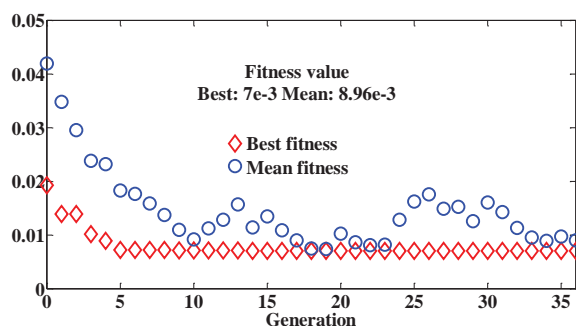
در این روش یک تکه آهنربا به چند تکه با اندازه‌های برابر تقسیم می‌شود. اگر چه می‌توان نسبت پهنای قطب به گام قطب به عنوان یک متغیر در نظر گرفته شود ولی از آنجایی که هدف این مقاله بهینه نمودن تعداد و مشخصات هندسی تکه‌های آهنربا می‌باشد مقدار  $\alpha_1$  ثابت و برابر  $0/9$  در نظر گرفته شده است. البته الگوریتم ارایه شده، می‌تواند با مقادیر مختلف  $\alpha_1$  انجام شود. کد نمودن کروموزم‌ها برای تکه‌های برابر آهنربا از دو تا شش تکه در شکل (۶) نشان داده شده است. در این کدسازی  $W$  اندازه پهنای هر تکه آهنربا می‌باشد. شکل (۶-ا)، برای دو و سه تکه است. و در آن فاصله بین تکه‌ها در این دو حالت با تغییر پهنای تکه‌ها تغییر می‌کند. در شکل (۶-ب)،  $S_1$  فاصله بین تکه‌های دوم و سوم و  $S_2$  فاصله بین تکه‌های اول و دوم (و همچنین فاصله بین تکه‌های سوم و چهارم) می‌باشد. در شکل (۶-پ)،  $S_1$  فاصله تکه سوم با تکه‌های دوم و چهارم و  $S_2$  فاصله بین تکه‌های اول و دوم (و همچنین فاصله بین تکه‌های اول و دوم و سوم و چهارم) می‌باشد. در شکل (۶-ت)،  $S_1$  فاصله بین تکه‌های سوم و چهارم و  $S_2$  فاصله بین تکه‌های اول و دوم (و همچنین فاصله بین تکه‌های اول و دوم و سوم و چهارم و پنجم) می‌باشد. تابع مغناطیس شونده ماشین با شش تکه آهنربا در شکل (۷)، نشان داده شده است.



شکل (۶): کروموزم‌های الگوریتم ژنتیک برای تکه‌های برابر: برای تعداد تکه‌های دو و سه (ا)، چهار (ب)، پنج (پ) و شش (ت).



شکل (۷): منحنی مغناطیس شونده آهنربا در ماشین با آهنربای شش تکه با تکه‌های برابر



شکل (۱۰): مینیمم و میانگین گشتاور دندانه در ۳۶ نسل الگوریتم ژنتیک برای ماشین آهنربایی با چهار تکه برابر

جدول (۳): مقایسه ماکزیمم گشتاور دندانه ماشین با آهنربای یک تکه و ماشین با آهنربای چند تکه با اندازه‌های نابرابر

No. of Segment	Optimized Parameter(deg)		Maximum cogging torque (N.m)	% Reduction
۱			۰/۰۴۷۴۶	۰٪
۳	W1	۴۲/۸۷۶	۰/۰۰۶۵۰۸	۸۶٪
	W2	۱۱/۱۲۴		
۴	W1	۱۵/۰۴۵۸	۰/۰۱۰۱۳	۷۸٪
	W2	۱۸/۱۲۳۸		
	S1	۶/۲۳۰۹		
	S2	۱/۰۹۹۶		
۵	W1	۳/۹۵۲۸	۰/۰۰۷۲۱۱	۸۵٪
	W2	۱۹/۸۹۳۶		
	W3	۱۰/۸۳۷۸		
	S1	۶/۵۴۵۴		
	S2	۱/۲۴۶۸		
۶	W1	۱۳/۲۷۰۵	۰/۰۰۷۲۰۵	۸۵٪
	W2	۰/۳۷۵۱		
	W3	۷/۹۱۱		
	S1	۷/۴۰۶۶		
	S2	۰/۵۶۵۸		
۷	W1	۱۸/۶	۰/۰۰۶۳۰۹	۸۷٪
	W2	۱۲/۲۶		
	W3	۰/۴		
	W4	۱۱		
	S1	۰/۱۶		
	S2	۵/۶۵		
	S3	۱/۷۵		

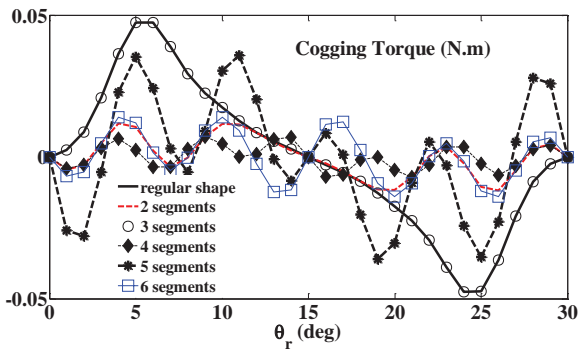
ششم) می‌باشد. در شکل (۸ - ث)،  $W_1$  پهنای تکه وسط (چهارم)،  $W_2$  پهنای تکه‌های سوم و پنجم،  $W_3$  پهنای تکه‌های دوم و ششم،  $W_4$  پهنای تکه‌های اول و هفتم،  $S_1$  فاصله بین تکه‌های سوم و پنجم با تکه وسطی (چهارم)،  $S_2$  فاصله بین تکه‌های دوم و سوم (و همچنین پنجم و ششم) و  $S_3$  فاصله بین تکه‌های اول و دوم (و همچنین ششم و هفتم) می‌باشد. تابع مغناطیس شونده‌گی ماشین با هفت تکه آهنربا در شکل (۹) نشان داده شده است.

## ۵- نتایج بهینه‌سازی

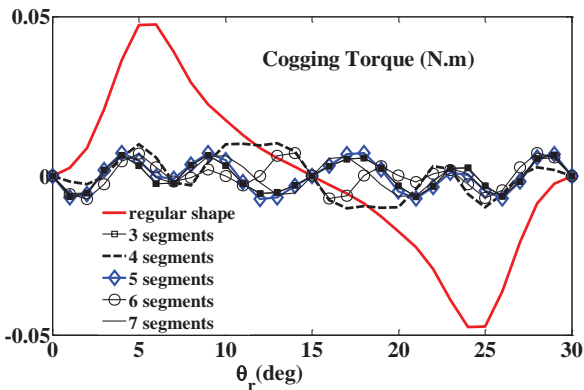
روند بهینه‌سازی توسط الگوریتم ژنتیک برای ماشین با آهنرباهای برابر و نابرابر به ترتیب در شکل‌های (۱۰ و ۱۱) نشان داده شده است. شکل (۱۰) مقدار میانگین و مینیمم‌ترین مقدار قله گشتاور دندانه (تابع هدف) مربوط به چهار تکه برابر را در ۳۶ نسل نشان داده و در نهایت در نسل ۳۶م به دلیل این‌که الگوریتم در تعداد نسل مشخصی پیشرفتی نداشته است متوقف می‌شود. در نهایت مقدار مینیمم به دست آمده برابر  $۰/۰۰۷۲۰۲$  است که نسبت به ماشین با آهنربای یک تکه  $۸۵٪$  کاهش داشته است. شکل (۱۱) روند بهینه‌سازی ماشین با چهار تکه آهنربای نابرابر را نشان می‌دهد، که در ۳۱ نسل انجام شده و در نهایت موجب کاهش ۷۸ درصدی گشتاور دندانه شده است. پارامترهای بهینه به دست آمده از الگوریتم ژنتیک برای تعداد تکه‌های مختلف با آهنربای با اندازه تکه‌های برابر و نابرابر به ترتیب جداول (۲) و (۳) نشان داده شده است. شکل‌های (۱۲- الف) و (۱۲- ب) توزیع چگالی شار به دست آمده از روش اجزای محدود برای ماشین‌های آهنربای سطحی بهینه‌شده که رتور آنها به ترتیب دارای پنج تکه آهنربا با پهنای مساوی و سه تکه آهنربا با پهنای نابرابر است را نشان می‌دهد.

جدول (۲): مقایسه ماکزیمم گشتاور دندانه ماشین با آهنربای یک تکه و ماشین با چند تکه آهنربا با اندازه تکه‌های برابر

Number of Segments	Optimized Parameter(deg)	Maximum cogging Torque (N.m)	% Reduction	
۱		۰/۰۴۷۴۶	۰٪	
۲	W	۳۲/۶۳۴	۷۵٪	
۳	W	۲۷	۰/۰۴۷۴۶	۰٪
۴	W	۱۶/۷۸۷۳	۰/۰۰۷۰۲	۸۵٪
	S1	۴/۶۸۱۶		
	S2	۲/۲۴۳۹		
۵	W	۱۰/۵۳	۰/۰۳۵۹۱	۲۴٪
	S1	۷/۷۲۵		
	S2	۶/۴۴۹۶		
۶	W	۱۰/۷۰۵۵	۰/۰۱۳۹۶	۷۰٪
	S1	۸/۰۳۱۴		
	S2	۰		
	S3	۰/۳۵۲۱		



شکل (۱۳): مقایسه گشتاور دندانه ماشین با آهنربای یک تکه با ماشین با آهنربای چند تکه با اندازه تکه‌های برابر

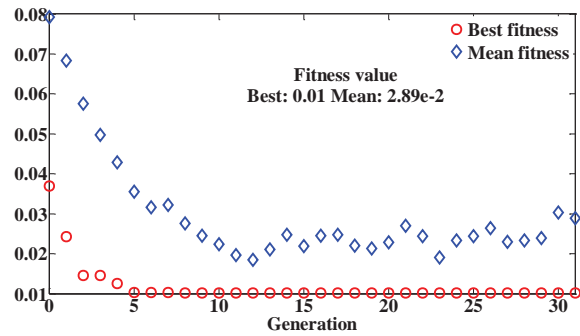


شکل (۱۴): مقایسه گشتاور دندانه ماشین با آهنربای یک تکه با ماشین با آهنربای چند تکه با تکه‌های نابرابر

همان‌گونه که از شکل‌های (۱۳ و ۱۴) مشخص است چند تکه نمودن آهنربا در کاهش گشتاور دندانه بسیار موثر است. همچنین استفاده از آهنرباهای با بلوک‌های نابرابر موثرتر می‌باشد. نکته جالب در شکل (۱۳) عدم تغییر گشتاور دندانه در ماشین با سه تکه آهنربای برابر نسبت به ماشین با سه آهنربای برابر است. در این حالت خاص چون تعداد شیارها بر قطب ماشین برابر ۳ است لبه‌های آهنربای میانی یک قطب و همچنین لبه‌های داخلی آهنرباهای جانبی یک قطب اثر همدیگر را در برهم کنش با شیارهای استاتور خنثی می‌کنند. بنابراین گشتاور دندانه تنها ناشی از لبه‌های خارجی آهنرباهای جانبی یک قطب است. در نتیجه همان‌گونه که از شکل (۱۳) مشخص است هیچ کاهش نسبت به حالت ماشین با آهنربای یک تکه نداریم. این موضوع در مورد آهنربای سه‌تکه با تکه‌های نابرابر صادق نبوده و کاهش چشم‌گیری در گشتاور دندانه این ساختار به‌وجود خواهد آمد.

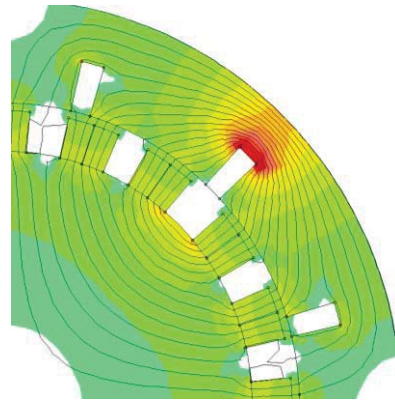
### ۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله برای کاهش گشتاور دندانه ماشین آهنربایی از روش تکه‌تکه نمودن آهنربا استفاده شد. برای این کار از دو روش تکه نمودن با آهنرباهای یکسان و غیر یکسان بهره برده شد. ابعاد این

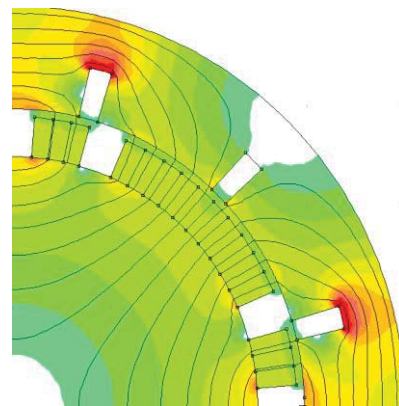


شکل (۱۱): مینیمم و میانگین گشتاور دندانه در ۳۱ نسل الگوریتم ژنتیک برای ماشین آهنربایی با چهار تکه نابرابر

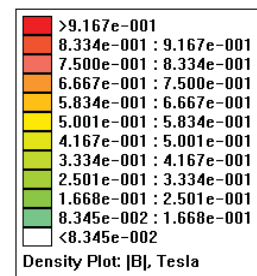
توابع گشتاور دندانه متناظر با ماشین‌های بهینه جدول‌های (۲ و ۳) به ترتیب در شکل‌های (۱۳ و ۱۴) با گشتاور دندانه ماشین جدول (۱) با آهنربای یک تکه مقایسه شده‌اند.



(الف)



(ب)



شکل (۱۲): تحلیل اجزای محدود ماشین بهینه با آهنربای سطحی با پنج تکه برابر (الف) و سه تکه نابرابر (ب) آهنربا

- [7] M. S. Islam, S. Mir, and T. Sebastian, "Issues in reducing the cogging torque of mass-produced permanent-magnet brushless DC motor," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 40, no. 3, pp. 813-820, May/June 2004.
- [8] M. Dai, A. Keyhani, and T. Sebastian, "Torque ripple analysis of a PM brushless DC motor using finite element method," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 19, no. 1, pp. 40-45, Mar. 2004.
- [9] S. M. Hwang, J. B. Eom, Y. H. Jung, D. W. Lee, and B. S. Kang, "Various design techniques to reduce cogging torque by controlling energy variation in permanent magnet motors," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 37, no. 4, pp. 2806-2809, Jul. 2001.
- [10] S. M. Hwang, J. B. Eom, G. B. Hwang, W. B. Jeong, and Y. H. Jung, "Cogging torque and acoustic noise reduction in permanent magnet motors by teeth pairing," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 36, no. 5, pp. 3144-3146, Sep. 2000.
- [11] S. Chaitongsuk, N. Takorabet, and F. Meibody-Tabar, "On the Use of Pulse Width Modulation Method for the Elimination of Flux Density Harmonics in the Air-Gap of Surface PM Motors," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 45, no. 3, pp. 1736-1739, Mar. 2009.
- [12] S. T. Boroujeni and V. Zamani, "A Novel Analytical Model for No-Load, Slotted, Surface-Mounted PM Machines: Air gap Flux Density and Cogging Torque," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 51, no. 4, pp. 8104-8108, Apr. 2015.
- [13] M. Ashabani and Y. A. I. Mohamed, "Multiobjective shape optimization of segmented pole permanent-magnet Synchronous machines with improved torque characteristics," vol. 47, no. 4, pp. 795-804, Apr. 2011.
- [14] M. S. Islam, S. Mir, T. Sebastian, and S. Underwood, "Design considerations of sinusoidally excited permanent-magnet machines for low torque-ripple applications," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 41, no. 4, pp. 955-962, Jul./Aug. 2005.
- [15] M. Y. Kim, Y. C. Kim, and G. T. Kim, "Design of slotless-type PMLSM for high power density using divided PM," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 40, no. 2, pp. 746-749, Mar. 2004.
- [16] A. H. Isfahani, "Analytical framework for thrust enhancement in permanent magnet (PM) linear synchronous motors with segmented PM poles," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 46, no. 4, pp. 1116-1122, Apr. 2010.
- [17] W. Y. Huang, A. Bettayeb, R. Kaczmarek, and J. C. Vannier, "Optimization of magnet segmentation for reduction of eddy-current losses in permanent magnet synchronous machines," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 25, no. 2, pp. 381-387, Jun. 2010.

تکه‌های آهنرباها توسط الگوریتم ژنتیک بهینه شد. برای محاسبه تابع هدف الگوریتم ژنتیک یک مدل تحلیلی برای پیش‌بینی گشتاور دندانه بر اساس رابطه پواسون و تنش ماکسول و با در نظر گرفتن جریان‌های مجازی ارایه گردید. درستی مدل ارایه‌شده توسط روش اجزای محدود تایید شد. با استفاده از نتایج به‌دست‌آمده ادعا می‌شود در کل چندتکه کردن آهنربا کاهش گشتاور دندانه در پی دارد؛ به جز موارد خاص مانند سه‌تکه آهنربای برابر که در آن گشتاور دندانه به هیچ وجه (نسبت به حالت یک تکه) کاهش پیدا نمی‌کند. همچنین در روش چندتکه کردن آهنربا با اندازه‌های نابرابر به دلیل امکان مانور بیشتر در هندسه چیدمان آهنرباها، کاهش بیشتری در گشتاور دندانه ایجاد می‌شود. استفاده از تکه‌های برابر آهنربا دارای سادگی ساخت بیشتری است

## ۷- مراجع

- [1] N. Bianchi and S. Bolognani, "Design Techniques for Reducing the Cogging Torque in Surface-Mounted PM Motors," *IEEE Trans. Ind., Appl.* vol. 38, no. 5, pp. 1259-1265, Sep./Oct. 2002.
- [2] Z. Q. Zhu and D. Howe, "Influence of Design Parameters on Cogging Torque In Permanent Magnet Machines," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 15, no. 4, pp. 407-412, Dec. 2000.
- [3] R. Lateb, N. Takorabet, and F. Meibody-Tabar, "Effect of Magnet Segmentation on the Cogging Torque in Surface-Mounted Permanent-Magnet Motor," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 42, no. 3, pp. 442-445, Mar. 2006.
- [4] L. Zhu, S. Z. Jiang, Z.Q. Zhu, and C.C. Chan, "Analytical Methods for Minimizing Cogging Torque in Permanent-Magnet Machines," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 45, no. 4, pp. 2023-2031, Apr. 2009.
- [5] T. M. Jahns and W. L. Soong, "Pulsating torque minimization techniques for permanent magnet AC motor drives-a review," *IEEE Trans. on Ind. Electron.*, vol. 43, no. 2, pp. 321-330, Apr. 1996.
- [6] D. C. Hanselman, "Effect of skew, pole count and slot count on brushless motor radial force, cogging torque and back EMF," *IEE Proceedings. Power Appl.*, vol. 144, no. 5, pp. 325-330, Sep. 1997.



## **Optimization of Cogging Torque in Surface Mounted PM Machines using PM Segmentation**

**S. Taghipour borojeni<sup>\*</sup>, M. H. Hajjare**

**Shahrekord University**

(Received: 21/03/2015, Accepted: 08/12/2015)

### **Abstract**

*In this paper, the segmentation method is used to reduce cogging torque in the surface-mounted permanent magnet machines. In this method the magnet pole is divided into several magnet blocks. The permanent magnet is segmented in two ways, equal- and unequal- size permanent magnet blocks. In the both methods the half-wave symmetry of the magnetic poles is applied. The dimension of the permanent magnet is optimized to reduce the machine cogging torque using an analytical model combined with the genetic algorithm. The effect of the slotted armature is taken into account in the analytical model. The cogging torque is obtained from the air gap magnetic flux components and the Maxwell's stress tensor. The model is obtained by solving the Poisson's equation. This model is used as a fast tool to compute the objective function in the genetic algorithm. In addition, the validity of the proposed model is verified with finite element analysis.*

**Keywords:** Surface PM machines, Cogging torque, Genetic Algorithms, Analytical modeling, Finite element method

---

<sup>\*</sup> Corresponding author E-mail: s.taghipour@eng.sku.ac.ir