

## طراحی تحلیلی چگالی شار مغناطیسی بارداری و شار پیوندی در ماشین الکتریکی شار شعاعی مغناطیس دائم روتور دوگانه با هسته هوایی

محمدرضا علیزاده پهلوانی<sup>۱\*</sup>، بهروز شیرالی<sup>۲</sup>

۱- دانشیار، مجتمع دانشگاهی برق و الکترونیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر تهران

۲- کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه آزاد اسلامی واحد بروجرد

(دریافت: ۹۴/۱۱/۲۴، پذیرش: ۹۵/۰۶/۲۸)

**چکیده:** در این مقاله چگالی شار مغناطیسی و شار پیوندی ماشین الکتریکی شار شعاعی روتور دوگانه مغناطیس دائم با هسته هوایی به صورت تحلیلی با استفاده از تحلیل ناحیه‌ای ارائه شده است. ابتدا روابط تحلیلی مؤلفه‌های چگالی شار مغناطیسی بارداری و شار پیوندی این ماشین به کمک معادلات پواسن ارائه و سپس این روابط با نتایج عددی المان محدود در نرم‌افزار ماکسول اعتبارسنجی شده‌اند. این مقایسه نشان می‌دهد که اختلاف چگالی شار مغناطیسی و شار پیوندی روابط تحلیلی با چگالی شار مغناطیسی و شار پیوندی بدست آمده از نتایج المان محدود کمتر از ۳٪ است. همچنین نشان داده می‌شود که در این نوع ماشین هارمونیک‌های زوج ظاهر می‌شوند، لذا مؤلفه شعاعی چگالی شار مغناطیسی تقارن فرد نیم‌دور نداشته و عدم توجه به این موضوع در طراحی ماشین می‌تواند موجب اشباع مغناطیسی یوغ درونی یا بیرونی شود. در این مقاله برای محاسبه شار پیوندی ناشی از عکس‌العمل آرمیچر از تمام مؤلفه‌های توزیع چگالی هادی سیم‌پیچی و همچنین در محاسبه شار پیوندی از تمام مؤلفه‌های شعاعی چگالی شار مغناطیسی استفاده شده است. در مراجع مرتبط این تحقیق فقط اولین مؤلفه شعاعی چگالی شار مغناطیسی و دومین مؤلفه توزیع چگالی هادی سیم‌پیچی استفاده شده و از سایر مؤلفه‌ها چشم‌پوشی شده است. نشان داده می‌شود که این موضوع در مقایسه با مراجع مرتبط سبب افزایش ۲۱٪ در شار پیوندی یا اندوکتانس ماشین شار شعاعی روتور دوگانه مغناطیس دائم شده که این عدد در مطالعه اشباع مغناطیسی یوغ‌ها قابل توجه است. شایان ذکر است که مطالعه مقایسه‌ای نتایج، فقط تا هارمونیک هفدهم بوده و احتساب هارمونیک‌های بالاتر می‌تواند انطباق بهتری را با نتایج المان محدود به همراه داشته باشد.

**کلیدواژه‌ها:** المان محدود، چگالی هادی سیم‌پیچی و چگالی جریان سیم‌پیچی.

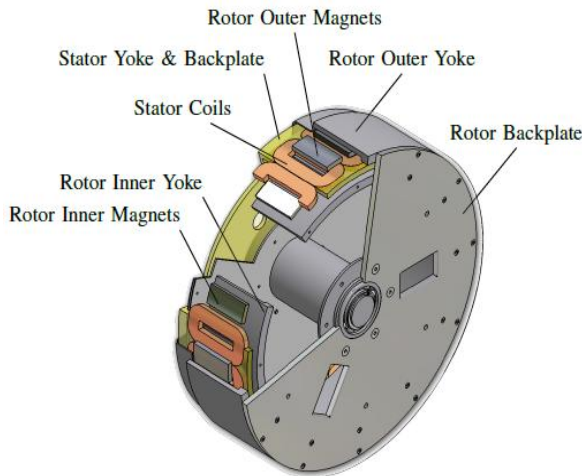
### ۱- مقدمه

شده در این مقاله به دلیل تقارن شعاعی این مشکل وجود ندارد [۲]. مزیت اصلی ماشین RFAPM نسبت به ماشین AFAPM این است که روتور به جای دیسکی شکل بودن، شکل استوانه‌ای دارد و این موضوع تقارن نیروهای جاذبه و دافعه بین روتور و استاتور را ایجاد و حداقل می‌نماید. علاوه بر این، استگمن و کامپر نشان دادند که ماشین RFAPM استاتور میانی در مقایسه با ماشین AFAPM استاتور میانی تقریباً ۳۰ درصد سبکتر است [۳]. به دلیل چگالی شار مغناطیسی بالای آهنرباهای دائمی SmCo5 در فاصله هوایی، ایده حذف دندان استاتور و بدون دندان کردن ماشین که معمولاً ماشین بدون شیار نامیده می‌شود، نخستین بار توسط هسمنهاگ و تیپینگ در سال ۱۹۸۲ در مقالات علمی مطرح شد. دلایل اصلی برای دنبال کردن طراحی ماشین‌های بدون شیار عبارتند از: ۱- چیدمان ساده سیم‌پیچ‌های استاتور به‌ویژه برای ماشین‌های پرسرعت کوچک، ۲- حذف اشباع مغناطیسی نوک ندانه و همچنین چگالی شار مغناطیسی پایین

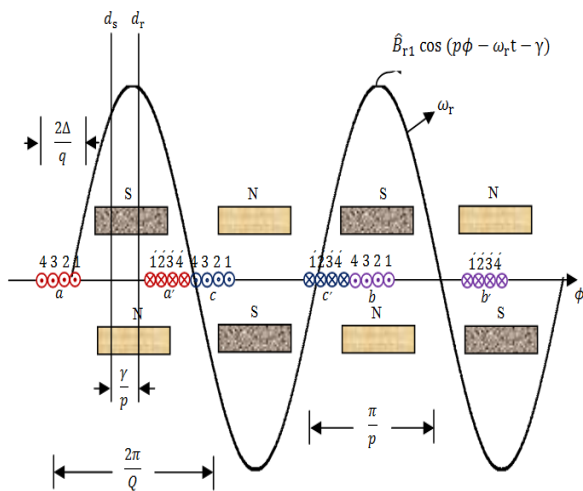
اصطلاح ماشین شار شعاعی روتور دوگانه مغناطیس دائم با هسته هوایی<sup>۱</sup> RFAPM از ماشین شار محوری روتور دوگانه مغناطیس دائم با هسته هوایی<sup>۲</sup> AFAPM گرفته شده است [۱]. در این مقاله ابتدا یک نوع سیم‌پیچی ماشین RFAPM تشریح می‌شود و سپس چگالی شار مغناطیسی شعاعی و شار پیوندی این ماشین بررسی می‌گردد. ماشین‌های AFAPM در متون علمی به‌خوبی مستند شده‌اند و مقالات متعددی برای این ماشین‌ها وجود دارد. یکی از مشکلاتی که در این ماشین‌ها تجربه شده است، جاذبه یا دافعه دیسک‌های روتور در اثر کشش مغناطیسی قوی آهنرباهای دائم می‌باشد. البته در ماشین مطرح

\*نویسنده پاسخگو: mr\_alizadehp@mut.ac.ir

1. Radial Flux Air-cored Permanent Magnet  
2. Axial Flux Air-cored Permanent Magnet



شکل (۱): تصویر سه بعدی ماشین سه فاز روتور دوگانه RFAPM با سیم پیچی هم مرکز نیم پیچک [۹]



شکل (۲): آرایش سیم پیچی یک ماشین سه فاز RFAPM با سیم پیچی هم مرکز نیم پیچک

در این نوع سیم پیچی می توان گام کلاف را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$\tau_q = \frac{2\pi}{Q} - \frac{2\Delta}{q} = \frac{2\pi}{Q} - \frac{6\Delta}{Q} = \frac{2}{Q}(\pi - 3\Delta) \quad (2)$$

$\Delta$  برابر  $\frac{q}{2}$  عرض بازوی یک کلاف استاتور است.

توزیع سیم پیچی فاز a ماشین RFAPM در شکل (۳) نشان داده شده است. با توجه به این که عرض یک بازوی کلاف برابر با  $\frac{2\Delta}{q}$  است و N تعداد هادی های درون هر شیار مجازی استاتور می باشد، لذا چگالی خطی هادی های هر شیار مجازی استاتور، به صورت زیر نوشته می شود:

$$|n_a| = \frac{qN}{2\Delta} \quad (3)$$

در آهن بدنه استاتور. هسمونهاگ و تیپینگ متوجه شدند که آهن استاتور هیچ مزیت ذاتی در تولید گشتاور ندارد. ولی آنها استفاده از استاتور بدون آهن را برای کاربردهای عملی نیز توصیه نکردند، زیرا آهن یک صفحه مغناطیسی برای کاهش تلفات جریان گردابی در اجسام هادی نزدیک، فراهم می کند [۴].

تحلیل میدان عکس العمل آرمیچر با استفاده از تحلیل نواحی مختلف ماشین، اولین بار توسط ژو و هو برای یک ماشین استاتور شیاردار انجام شد [۵]. این تحلیل بعدها توسط ژو و همکارانش توسعه داده شد تا ماشین های بدون شیار را در برگیرد. در هر دو کار از پتانسیل اسکالر مغناطیسی برای حل میدان عکس العمل ایجاد شده توسط استاتور، استفاده شده است [۶-۷]. از سوی دیگر عطاله و همکارانش از پتانسیل بردار مغناطیسی برای حل میدان های عکس العمل ماشین های مغناطیسی دائم بدون شیار استفاده نمودند [۸]. در این مقاله نیز از پتانسیل برداری مغناطیسی برای حل میدان عکس العمل آرمیچر ماشین های مغناطیسی دائم بدون شیار استفاده می شود.

در شکل (۱) تصویر سه بعدی ماشین ۱۶ قطبی روتور دوگانه RFAPM مشاهده می شود که قطبها (آهنرباها) بر روی یوغ (روتور) درونی و یوغ (روتور) بیرونی نصب شده اند و سیم پیچ های استاتور در بین این دو یوغ واقع شده است که به این نوع ماشین، ماشین استاتور میانی نیز می گویند [۹]. همچنین سیم پیچی این ماشین از نوع هم مرکز نیم پیچک می باشد [۱۰].

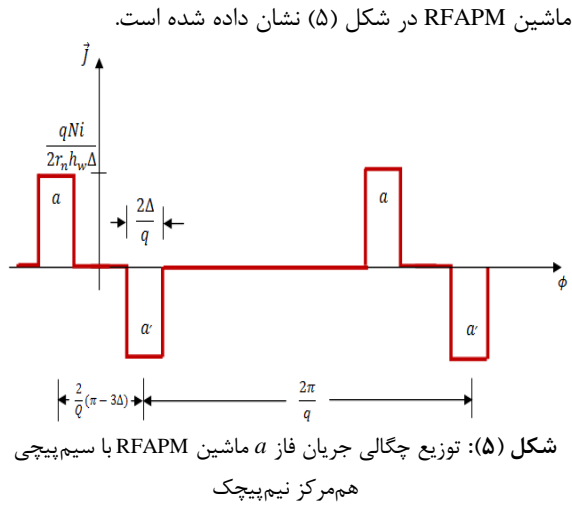
اگر تعداد کلاف های هر فاز با  $q = k_q p$  تعریف شود، تعداد کلی کلافها برای یک سیستم سه فاز برابر است با:

$$Q = 3q \quad (1)$$

## ۲- توزیع چگالی هادی و توزیع چگالی جریان

برای ماشین هایی با هسته هوایی، عرض بازوهای کلاف معمولاً عریض تر از ماشین هایی با هسته آهنی هستند. با توجه به نوع سیم پیچی و نحوه قرار گرفتن آهنرباها (قطبها) توزیع سیم پیچی ماشین سه فاز RFAPM در شکل (۲) رسم شده است. در این نوع سیم پیچی تعداد کلاف های هر فاز، نصف تعداد زوج قطبها است (یعنی  $k_q = \frac{1}{2}$ ).

همان طور که در شکل (۲) مشاهده می شود زاویه الکتریکی بین محور مغناطیسی روتور  $d_r$  و محور مغناطیسی فاز a استاتور  $d_s$  است. اگر محور  $d_r$  با محور  $d_s$  در یک راستا قرار گیرد، ماکزیمم شار پیوندی حاصل می گردد. همچنین با افزایش گام کلاف، می توان شار پیوندی را افزایش داد. اما این به بهای افزایش طول حلقه انتهایی کلاف خواهد بود.



بسط فوریه توزیع چگالی جریان برای فاز a ماشین RFAPM با این نوع سیم‌پیچی با توجه به شکل (۵) می‌تواند به صورت زیر نوشته شود:

$$J_{za} = \frac{1}{ar_n h_w} \sum_{m=1}^{\infty} b_m \sin(mq\phi) i_a(t) \quad (11)$$

همچنین توزیع چگالی جریان سه‌فاز به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$J_z = J_{za} + J_{zb} + J_{zc} \\ = \frac{1}{ar_n h_w} \sum_{m=1}^{\infty} b_m [\sin(mq\phi) i_a(t) + \sin\left(mq\left(\phi - \frac{2\pi}{3}\right)\right) i_b(t) + \sin\left(mq\left(\phi - \frac{4\pi}{3}\right)\right) i_c(t)] \quad (12)$$

با فرض متعادل بودن جریان سه‌فاز داریم:

$$i_a(t) = I_p \cos(\omega t) \quad (13)$$

$$i_b(t) = I_p \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (14)$$

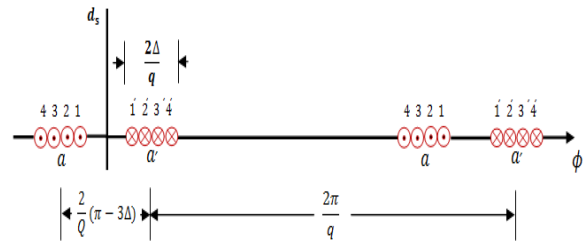
$$i_c(t) = I_p \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \quad (15)$$

با ساده‌سازی داریم:

$$J_z = \begin{cases} -\frac{3qI_p N}{ar_n h_w \pi} \sum_{m=1}^{\infty} k_{\omega} \sin(mq\phi + \omega t) \\ \text{برای } m = 3k - 1, k \in 1, 2, 3, \dots \\ -\frac{3qI_p N}{ar_n h_w \pi} \sum_{m=2}^{\infty} k_{\omega} \sin(mq\phi - \omega t) \\ \text{برای } m = 3k - 2, k \in 1, 2, 3, \dots \end{cases} \quad (16)$$

### ۳- معادله پواسن در نواحی مختلف ماشین RFAPM

در این بخش، ماشین به چند ناحیه تقسیم می‌شود [۱۲]. نواحی به‌گونه‌ای انتخاب می‌شوند که برای هر قسمت بتوان یک معادله پواسن مجزا نوشت تا پتانسیل بردار مغناطیسی درون آن



شکل (۳): توزیع سیم‌پیچ‌های فاز a ماشین RFAPM با سیم‌پیچی هم‌مرکز نیم‌پیچک

بسط فوریه تابع توزیع چگالی هادی فاز a با توجه به شکل (۴) می‌تواند به صورت زیر نوشته شود:

$$n_a(\phi) = \sum_{m=1}^{\infty} b_m \sin(mq\phi) \quad (4)$$

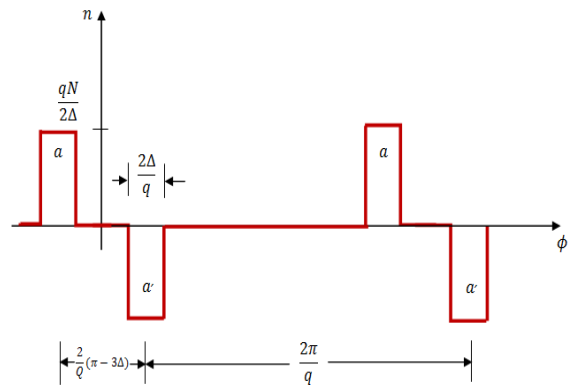
$$b_m = -\frac{2qN}{\pi} \sin\left(m\left(\frac{\pi}{3} - \Delta\right)\right) \frac{\sin(m\Delta)}{m\Delta} \quad (5)$$

$$k_p = \sin\left(m\left(\frac{\pi}{3} - \Delta\right)\right) \quad (6)$$

$$k_s = \frac{\sin(m\Delta)}{m\Delta} \quad (7)$$

$$k_{\omega} = k_p k_s \quad (8)$$

همان‌طور که در شکل (۴) نشان داده شده است؛ چگالی هادی مثبت نشان‌دهنده هادی‌هایی است که جریان آنها از صفحه خارج و چگالی هادی منفی، هادی‌هایی است که جریان آنها وارد صفحه می‌شوند.



شکل (۴): توزیع چگالی هادی برای فاز a ماشین RFAPM با سیم‌پیچی هم‌مرکز نیم‌پیچک

بنابراین ضریب فوریه  $b_m$  را می‌توان بر حسب ضریب سیم پیچی نوشت:

$$b_m = -\frac{2qN}{\pi} k_{\omega} \quad (9)$$

توزیع چگالی جریان سه‌فاز برای محاسبه میدان عکس‌العمل آرمیچر این نوع سیم‌پیچی به صورت زیر است:

$$|J_{za}| = \frac{|n_a|}{r_n h_w} \cdot \frac{i_a(t)}{a} \quad (10)$$

که در آن، a تعداد مسیره‌های موازی،  $r_n$  شعاع نامی استاتور (شعاعی که از مرکز ماشین تا وسط ارتفاع استاتور می‌باشد) و  $h_w$  ارتفاع یا ضخامت کلاف است. توزیع چگالی جریان فاز a یک

مؤلفه DC و فرد بودن تابع عبارتند از:

$$A_{z,gen}(r, \phi) = \begin{cases} \sum_{m=1}^{\infty} (C_m r^{mq} + D_m r^{-mq}) \sin(mq\phi + \omega t) \\ \text{برای } m = 3k - 2, k \in 1, 2, 3, \dots \\ \sum_{m=2}^{\infty} (C_m r^{mq} + D_m r^{-mq}) \sin(mq\phi - \omega t) \\ \text{برای } m = 3k - 1, k \in 1, 2, 3, \dots \end{cases} \quad (19)$$

می‌توان رابطه (۱۹) را به صورت زیر خلاصه نمود:

$$A_{z,gen}(r, \phi) = \sum_{m=1}^{\infty} (C_m r^{mq} + D_m r^{-mq}) \sin(mq\phi \pm \omega t) \quad (20)$$

جواب خصوصی معادله (۱۸) در تمام نواحی به غیر از ناحیه

III، صفر و برای ناحیه III (ناحیه استاتور) عبارتند از:

$$A_{z,part}(r, \phi) = \sum_{m=1}^{\infty} G_m(r) \sin(mq\phi \pm \omega t) \quad (21)$$

$$G_m(r) = \frac{3\mu_0 I_p N r^2}{a r_n h p q m^2} k_{\omega, m} \quad (22)$$

بنابراین جواب نهایی معادله (۱۸) برای تمام نواحی به غیر از

ناحیه III، همان جواب عمومی و برای ناحیه III (ناحیه استاتور)

جمع جواب عمومی و جواب خصوصی است.

#### ۴- شرایط مرزی بین نواحی مختلف

رابطه چگالی شار مغناطیسی و پتانسیل بردار مغناطیسی در

دستگاه مختصات استوانه‌ای به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} = \frac{1}{r} \begin{vmatrix} \vec{a}_r & r\vec{a}_\phi & \vec{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \phi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_r & rA_\phi & A_z \end{vmatrix} \quad (23)$$

$$= \frac{1}{r} \left( \frac{\partial A_z}{\partial \phi} - r \frac{\partial A_\phi}{\partial z} \right) \vec{a}_r + \left( \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \vec{a}_\phi + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial (rA_\phi)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \phi} \right) \vec{a}_z$$

با فرض  $A_r = A_\phi = 0$  داریم:

$$\vec{B} = \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} \vec{a}_r - \frac{\partial A_z}{\partial r} \vec{a}_\phi = B_r \vec{a}_r - B_\phi \vec{a}_\phi \quad (24)$$

با توجه به اینکه مؤلفه شعاعی چگالی شار مغناطیسی در

مرز بین دو ناحیه  $i$  و  $j$  با هم برابر است داریم:

$$B_r^{(i)} = B_r^{(j)} \quad (25)$$

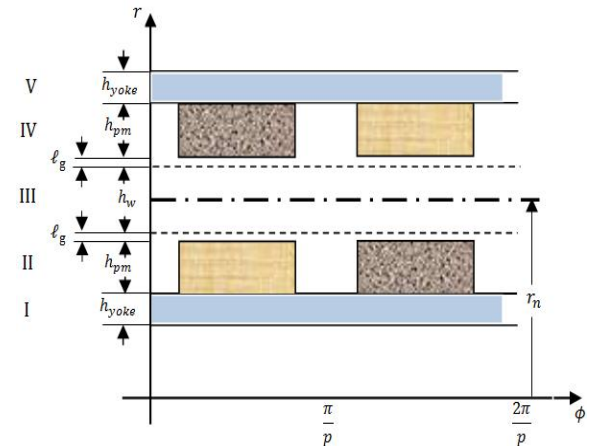
$$\frac{\partial A_z^{(i)}}{\partial \phi} = \frac{\partial A_z^{(j)}}{\partial \phi} \quad (26)$$

چون مؤلفه مماسی شدت میدان مغناطیسی در مرز دو

ناحیه  $i$  و  $j$  بدون چگالی جریان سطحی نیز با هم برابرند، داریم:

$$H_\phi^{(i)} = H_\phi^{(j)} \quad (27)$$

ناحیه را توصیف نمود [۱۳-۱۲]. این نواحی باید به نحوی انتخاب شوند که نفوذپذیری مغناطیسی در هر ناحیه ثابت باشد [۹].



شکل (۶): نمایش خطی نواحی مختلف ماشین RFAPM

بنابراین، نواحی با دایره هم‌مرکز با شعاع‌های مختلف تعریف می‌شوند. نواحی مختلف ماشین RFAPM با گسترش خطی در شکل (۶) نشان داده شده‌اند. واحد محور مماسی بین نواحی مختلف، بر حسب رادیان الکتریکی می‌باشد.

در تحلیل چگالی شار مغناطیسی باردار ماشین از جریان‌های ناشی از آهنرباهای دائم چشم‌پوشی شده و نواحی آهنرباهای دائم (نواحی ۲ و ۴) به علت  $\mu_r = 1$  به صورت فاصله هوایی مدل می‌شوند. همچنین با استفاده از پتانسیل بردار مغناطیسی می‌توان چگالی شار مغناطیسی ایجاد شده توسط جریان سیم‌پیچ‌های استاتور را به دست آورد. در جدول (۱) معادله پواسن در نواحی مختلف ماشین ارائه شده است.

جدول (۱): معادله پواسن در نواحی مختلف ماشین RFAPM

نواحی	ناحیه	$\mu_r$	معادلات حاکم
I	یوغ درونی	$\mu_r$	$\nabla^2 \vec{A} = 0$
II	آهنربای دائم روتور درونی	۱	$\nabla^2 \vec{A} = 0$
III	فاصله هوایی	۱	$\nabla^2 \vec{A} = -\vec{j}$
IV	آهنربای دائم روتور بیرونی	۱	$\nabla^2 \vec{A} = 0$
V	یوغ بیرونی	$\mu_r$	$\nabla^2 \vec{A} = 0$

#### ۳-۱- جواب عمومی و خصوصی معادله پواسن

معادله پواسن به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\nabla^2 \vec{A} = -\vec{j} \quad (17)$$

گسترش معادله پواسن در مختصات استوانه‌ای در این ماشین به دلیل  $J_r = J_\phi = 0$ ، تنها ناشی از مؤلفه محوری پتانسیل بردار مغناطیسی یعنی  $A_z$  بوده و عبارتند از:

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_z}{\partial \phi^2} = -\mu J_z \quad (18)$$

جواب عمومی معادله (۱۸) برای تمامی نواحی با فرض نداشتن

پس، داریم:

$$\frac{B_{\phi}^{(i)}}{\mu^{(i)}} = \frac{B_{\phi}^{(j)}}{\mu^{(j)}} \quad (28)$$

$$-\frac{1}{\mu^{(i)}} \frac{\partial A_z^{(i)}}{\partial r} = -\frac{1}{\mu^{(j)}} \frac{\partial A_z^{(j)}}{\partial r} \quad (29)$$

مرزهای نواحی مختلف به صورت معادلات (۳۰) الی (۳۵) تعریف می‌شوند. هر مرز بین دو ناحیه به کمک معادلات (۲۶) و (۲۹) به دو معادله یعنی جمعاً برای مرزهای  $r_2$  تا  $r_5$  هشت معادله حاصل می‌شود و دو معادله نیز از  $A_z(r_6, \phi) = 0$  ماتریسی نوشته و ضرایب مجهول  $D_m$  و  $C_m$  نواحی مختلف، به‌ازاء مقادیر مختلف  $m$  محاسبه می‌شود. در ادامه با جایگزینی این ضرایب در بردار پتانسیل مغناطیسی و به کمک معادله (۲۴)، مؤلفه‌های چگالی شار مغناطیسی در نواحی مختلف به دست می‌آید که در پیوست مقاله خلاصه این روابط آمده است.

$$r_1 = r_n - 0.5h_w - \ell_g - h_{pm} - h_{yoke} \quad (30)$$

$$r_2 = r_n - 0.5h_w - \ell_g - h_{pm} \quad (31)$$

$$r_3 = r_n - 0.5h_w \quad (32)$$

$$r_4 = r_n + 0.5h_w \quad (33)$$

$$r_5 = r_n + 0.5h_w + \ell_g + h_{pm} \quad (34)$$

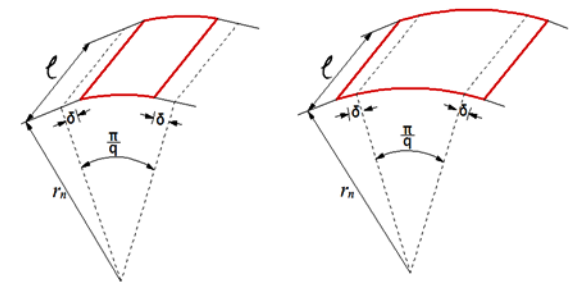
$$r_6 = r_n + 0.5h_w + \ell_g + h_{pm} + h_{yoke} \quad (35)$$

## ۵- محاسبه شار پیوندی

به کمک مؤلفه شعاعی چگالی شار مغناطیسی بارداری (معادله ۱۲-پ) یا معادله (۳۶) می‌توان شار پیوندی ناشی از عکس‌العمل آرمیچر در سیم‌پیچ‌های استاتور را برای سیم‌پیچی متحدالمرکز نیم‌پیچک محاسبه نمود. جهت محاسبه کل شار پیوندی فاز  $a$ ، ابتدا باید شار پیوندی یک حلقه این فاز را محاسبه نمود. در شکل (۷) درونی‌ترین حلقه و بیرونی‌ترین حلقه یک کلاف فاز  $a$ ، نشان داده شده است.

$$B_r(r, \phi) = \sum_{m=1}^{\infty} \hat{B}_{rm} \cos(mq\phi \pm \omega t) \quad (36)$$

$\hat{B}_{rm}$ ، مقدار ماکزیمم مؤلفه شعاعی  $m$ ام چگالی شار مغناطیسی می‌باشد.



شکل (۷): بیرونی‌ترین و درونی‌ترین حلقه یک کلاف فاز  $a$  استاتور

ماشین RFAPM

اگر زاویه مماسی بین وسط عرض هر شیار مجازی با هادی درونی‌ترین حلقه همان شیار با  $\delta$  نامگذاری شود آن‌گاه شار پیوندی درونی‌ترین حلقه از این کلاف می‌تواند به صورت زیر محاسبه شود:

$$\lambda_a(\delta) = \int_{-\frac{\tau_q}{2} + \delta}^{\frac{\tau_q}{2} - \delta} \sum_{m=1}^{\infty} \hat{B}_{rm} r_n \ell \cos(mq\phi \pm \omega t) d\phi \quad (37)$$

$$= \sum_{m=1}^{\infty} \hat{B}_{rm} \frac{r_n \ell}{mq} [\sin(mq(\frac{\tau_q}{2} - \delta) \pm \omega t) - \sin(mq(\delta - \frac{\tau_q}{2}) \pm \omega t)]$$

سپس شار پیوندی متوسط برای کلاف محاسبه می‌شود که داریم:

$$\varphi_a = \frac{q}{2\Delta} \int_{-\frac{\Delta}{q}}^{\frac{\Delta}{q}} \lambda_a(\delta) d\delta \quad (38)$$

سپس از حاصل ضرب شار پیوندی متوسط هر کلاف  $N$  دوری در تعداد کلاف‌های سری شده  $(\frac{q}{a})$ ، شار پیوندی فاز  $a$  به دست می‌آید.  $a$  تعداد مسیره‌های موازی در یک فاز می‌باشد.

$$\Lambda_a(t) = \frac{q}{a} N \varphi_a$$

$$= \sum_{m=1}^{\infty} \hat{B}_{rm} \left(\frac{2q}{a}\right) \left(\frac{Nq}{2\Delta}\right) \left(\frac{r_n \ell}{m^2 q^2}\right) \times$$

$$\left[ \cos\left(mq\left(\frac{\Delta}{q} - \frac{\tau_q}{2}\right)\right) - \cos\left(mq\left(\frac{\Delta}{q} + \frac{\tau_q}{2}\right)\right) \right] \cos(\omega t) \quad (39)$$

$$= \sum_{m=1}^{\infty} |\Lambda_m| \cos(\omega t) = |\Lambda_a| \cos(\omega t)$$

اگر ضریب شیار و ضریب گام سیم‌پیچی از محاسبه شار پیوندی ناشی از مؤلفه اصلی چگالی شار مغناطیسی به دست آورده شود به ترتیب برابر  $k_s = \sin\left(\frac{\Delta}{k_q}\right) / \left(\frac{\Delta}{k_q}\right)$  و  $k_p = \sin\left(\frac{2\pi}{3} - 2\Delta\right)$  است [۱۴]. اگر از توزیع چگالی هادی سیم‌پیچی، ضریب شیار و ضریب گام سیم‌پیچی محاسبه شود روابط (۶) و (۷) حاصل می‌شود. این معادلات به‌ازاء  $k_q = 0.5$  و  $m = 2$  دقیقاً یکسان می‌باشند. در نتیجه می‌توان بیان نمود که مؤلفه کاری توزیع چگالی هادی سیم‌پیچی که شار پیوندی یکسانی ناشی از مؤلفه اصلی چگالی شار مغناطیسی ایجاد می‌کند همان، دومین مؤلفه توزیع چگالی هادی است. اما برای محاسبه دقیق شار پیوندی ناشی از عکس‌العمل آرمیچر باید تمام مؤلفه‌های توزیع چگالی هادی سیم‌پیچی در نظر گرفته شود. ارائه روابط دقیق شار پیوندی ناشی از تمامی مؤلفه‌های توزیع چگالی هادی سیم‌پیچی جزء نوآوری‌های مقاله و مطالعه مسئله اشباع مغناطیسی است. مقدار ماکزیمم شار پیوندی در هر فاز برای سیم‌پیچی هم‌مرکز نیم‌پیچک با استفاده از معادله (۳۹) برابر با  $|\Lambda_a| = 73.2 \text{ mWbt}$  می‌باشد.

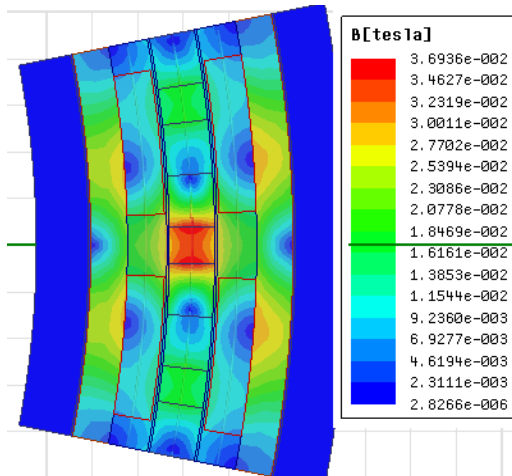
## ۷- نتایج شبیه‌سازی

پارامترهای ماشین روتور دوگانه RFAPM با سیم‌پیچی هم‌مرکز نیم‌پیچک در جدول (۲) آمده است. در این بخش با استفاده از این مقادیر روابط تحلیلی ماشین با نتایج عددی المان محدود راستی‌آزمایی می‌شوند.

جدول (۲): پارامترها و شرح علائم اختصاری ماشین RFAPM

شرح پارامتر	سمبل	مقدار
تعداد زوج قطب‌های ماشین	$p$	۱۶
تعداد کلاف‌ها در هر فاز	$q$	۸
شعاع نامی استاتور	$r_n$	۲۳۲ mm
طول محوری استاتور	$\ell$	۷۶ mm
ضخامت یا ارتفاع سیم‌پیچ استاتور	$h_w$	۱۰ mm
ضخامت آهنربای دائم	$h_{pm}$	۸/۲ mm
ضخامت یوغ روتور	$h_{yoke}$	۱۰ mm
طول فاصله هوایی	$\ell_g$	۱ mm
$\frac{q}{2}$ عرض بازوی یک کلاف استاتور	$\Delta$	۰/۰۵۶ rad
تعداد مسیرهای موازی	$a$	۱
نسبت کلاف‌های هر فاز به تعداد زوج قطب‌ها	$k_q$	۰/۵

در شکل (۸) کانتور چگالی شار مغناطیسی به کمک نرم‌افزار ماکسول ارائه شده است. ماکزیمم چگالی شار مغناطیسی روابط تحلیلی با استفاده از رابطه (۱۵-پ) حدود  $[T] 0.369$  محاسبه می‌گردد که این مقدار با دامنه کانتور هم‌خوانی دارد. مقایسه نتایج تحلیلی و المان محدود در جدول‌های (۳ و ۴) آمده است.



شکل (۸): کانتور دامنه چگالی شار مغناطیسی مستخرج از نرم‌افزار ماکسول

از آنجائی که مقدار شار پیوندی به موقعیت روتور وابسته نیست و در سیستم سه‌فاز متعادل می‌توان شار پیوندی هر فاز را به صورت زیر بیان نمود:

$$\Lambda_a(t) = \sum_{m=1}^{\infty} |\Lambda_m| \cos(\omega t) \quad (40)$$

$$\Lambda_b(t) = \sum_{m=1}^{\infty} |\Lambda_m| \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \quad (41)$$

$$\Lambda_c(t) = \sum_{m=1}^{\infty} |\Lambda_m| \cos(\omega t - \frac{4\pi}{3}) \quad (42)$$

از طرفی ولتاژهای مدار باز را نیز می‌توان از مشتق شارهای پیوندی محاسبه نمود:

$$e_a(t) = \frac{d\Lambda_a(t)}{dt} = - \sum_{m=1}^{\infty} |\Lambda_m| \omega \sin(\omega t) \quad (43)$$

$$e_b(t) = \frac{d\Lambda_b(t)}{dt} = - \sum_{m=1}^{\infty} |\Lambda_m| \omega \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \quad (44)$$

$$e_c(t) = \frac{d\Lambda_c(t)}{dt} = - \sum_{m=1}^{\infty} |\Lambda_m| \omega \sin(\omega t - \frac{4\pi}{3}) \quad (45)$$

## ۶- محاسبه اندوکتانس

پس از محاسبه شارهای پیوندی سیم‌پیچی فازها، می‌توان اندوکتانس سیم‌پیچ‌های استاتور را برای این نوع سیم‌پیچی محاسبه نمود. با فرض متقارن بودن سیم‌پیچی، اندوکتانس خودی فازها با هم و کلیه اندوکتانس‌های متقابل بین دو فاز با هم یکسان خواهند بود. این بدان معناست که ماتریس اندوکتانس بر حسب شار پیوندی برای هر فاز سیم‌پیچی و جریان فاز، می‌تواند به صورت زیر نوشته شود:

$$\begin{bmatrix} \Lambda_a \\ \Lambda_b \\ \Lambda_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L & M & M \\ M & L & M \\ M & M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (46)$$

که  $L$  اندوکتانس خودی هر فاز و  $M$  اندوکتانس متقابل بین دو فاز است. با فرض متعادل و متقارن بودن یعنی  $i_a + i_b + i_c = 0$  داریم:

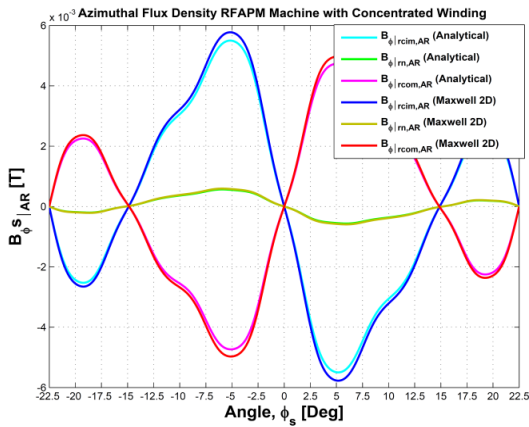
$$\begin{bmatrix} \Lambda_a \\ \Lambda_b \\ \Lambda_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L - M = L_s & 0 & 0 \\ 0 & L - M = L_s & 0 \\ 0 & 0 & L - M = L_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (47)$$

که  $L_s$  اندوکتانس سنکرون سه‌فاز ماشین است. با فرض جریان سینوسی و چشم‌پوشی از اندوکتانس متقابل فازها، اندوکتانس سنکرون  $L_s$  می‌تواند به صورت زیر تقریب زده شود:

$$L_s = \frac{|\Lambda_a|}{I_p} = 9.986 \text{ mH} \quad (48)$$

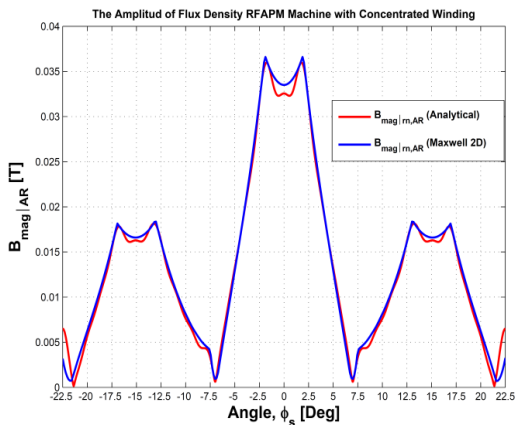
که  $I_p$  مقدار ماکزیمم جریان فاز است. در مرجع [۱۴] مقدار اندوکتانس سنکرون برای همین سیم‌پیچی و پارامترهای یکسان حدود ۷.۸۹۶ mH اعلام شده است. این مقایسه نشان می‌دهد که اندوکتانس سنکرون تقریباً ۲۱٪ بالاتر از اندوکتانس سنکرون مرجع [۱۴] است که این افزایش ناشی از تاثیر تمامی مؤلفه‌های هارمونیک در شار پیوندی می‌باشد.



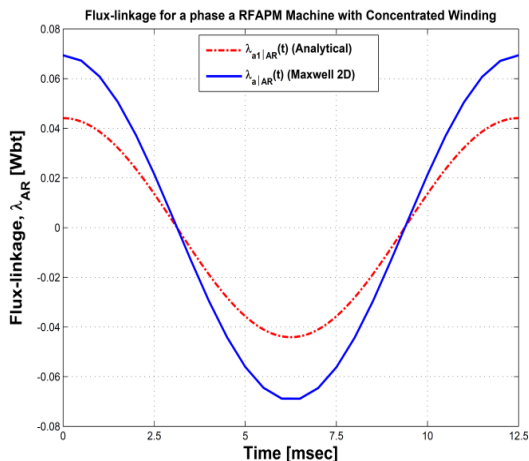


شکل (۱۱): مؤلفه مماسی چگالی شار مغناطیسی بارداری در مرکز آهنرباهای دائم (نواحی ۲ و ۴) و در شعاع نامی استاتور (وسط ناحیه ۳)

اختلاف دامنه در این شکل حدود ۳۹٪ است که این موضوع بیان می‌کند کلیه مؤلفه‌ها در احتساب شار پیوندی می‌بایست لحاظ گردند. به عبارت دیگر نرم‌افزار ماکسول کلیه مؤلفه‌ها را لحاظ می‌نماید.



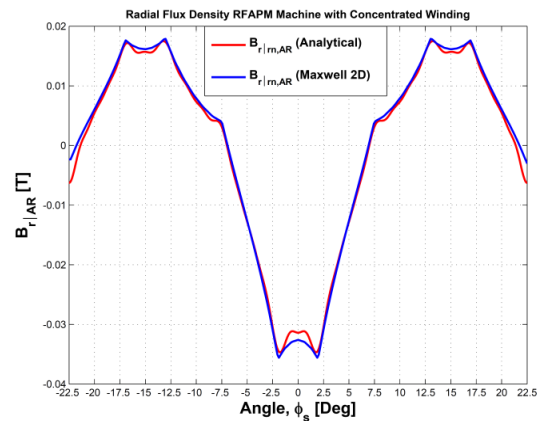
شکل (۱۲): دامنه چگالی شار مغناطیسی بارداری در شعاع نامی استاتور (وسط ناحیه ۳)



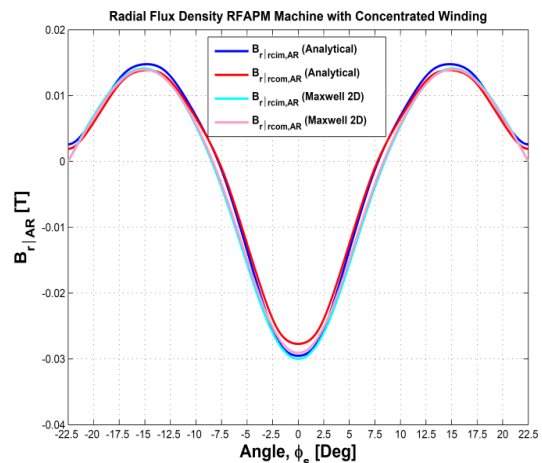
شکل (۱۳): مقایسه نتایج المان محدود با نتایج تحلیلی ناشی از مؤلفه اول شار پیوندی فاز  $a$

شکل‌های (۹-۱۲) به ترتیب مؤلفه‌های شعاعی و مماسی چگالی شار مغناطیسی در نواحی مختلف ماشین را نشان می‌دهند.

از این شکل‌ها مشاهده می‌شود که مطابقت زیادی بین نتایج المان محدود و تحلیلی وجود دارد. لازم به ذکر است که در نتایج تحلیلی فقط تا هارمونیک هفدهم لحاظ شده و احتساب مؤلفه‌های بالاتر می‌تواند انطباق بهتری را با نتایج عددی المان محدود به همراه داشته باشد. همان‌طور که در جدول (۳) مشاهده می‌گردد متوسط درصد خطای بین چگالی شار مغناطیسی نتایج تحلیلی و نرم‌افزار ماکسول کمتر از ۳ درصد است. مقایسه شارهای پیوندی مستخرج از روابط تحلیلی ناشی از مؤلفه اول یا تمام مؤلفه‌ها با نتایج المان محدود، در شکل‌های (۱۳-۱۵) ارائه شده است. در شکل (۱۳)، مؤلفه اول شار پیوندی حاصل از روابط تحلیلی با شار پیوندی مستخرج از نرم‌افزار ماکسول نشان داده شده است.



شکل (۹): مؤلفه شعاعی چگالی شار مغناطیسی بارداری در شعاع نامی استاتور (وسط ناحیه ۳)

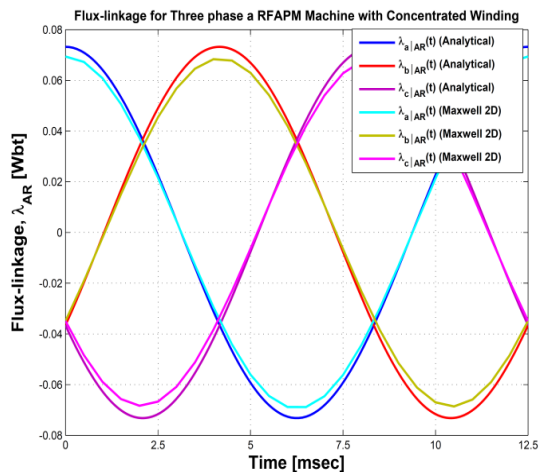


شکل (۱۰): مؤلفه شعاعی چگالی شار مغناطیسی بارداری در وسط آهنرباهای دائم (وسط نواحی ۲ و ۴)

جدول (۴): مقایسه نتایج تحلیلی و المان محدود شار پیوندی فاز a

مرتبۀ هارمونیک	شار پیوندی تحلیلی [mwb]	شار پیوندی ماکسول [mwb]	درصد خطا
۱	۴۴/۱	۴۱/۷	۵/۴۴
۲	۲۷/۷	۲۶	۶/۱۳
۳	-	-	-
۴	۱/۱	۱/۰۵	۴/۵۴
۵	۰/۰۴۸	۰/۰۴۶	۴/۱۶
۶	-	-	-
۷	۰/۱۲	۰/۱۱۷	۲/۵
۸	۰/۰۰۰۵	۰/۰۰۰۵	۰
۹	-	-	-
۱۰	۰/۰۰۸	۰/۰۰۸	۰
۱۱	۰/۰۷۷	۰/۰۷۵	۲/۶
۱۲	-	-	-
۱۳	۰/۰۳۷	۰/۰۳۶	۲/۷
۱۴	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱	۰
۱۵	-	-	-
۱۶	۰/۰۰۰۲	۰/۰۰۰۱۹	۵
۱۷	۰/۰۰۲۳	۰/۰۰۲۲	۴/۳

در شکل (۱۶) نیز مقایسه ولتاژ مدار باز فاز a با استفاده از روابط تحلیلی ناشی از مؤلفه اول و نتایج المان محدود نشان داده شده است. در شکل (۱۷) ولتاژ مدار باز فاز a با استفاده از روابط تحلیلی ناشی از تمام مؤلفه‌ها (تا هارمونیک هفدهم) با ولتاژ مدار باز نتایج المان محدود مقایسه گردیده است.

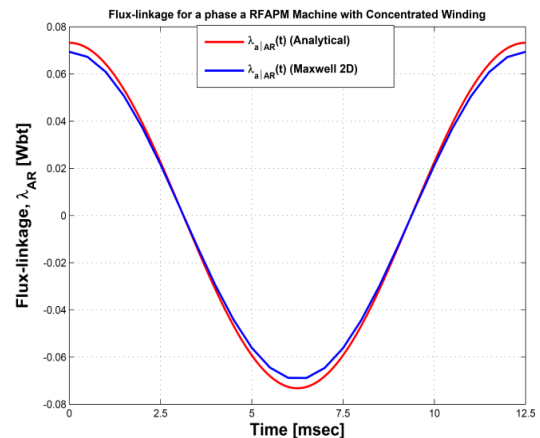


شکل (۱۶): مقایسه شار پیوندی سه‌فاز ماشین RFAPM نتایج المان محدود با نتایج تحلیلی ناشی از تمام مؤلفه‌ها

جدول (۳): مقایسه نتایج تحلیلی و المان محدود چگالی شار مغناطیسی در شعاع نامی استاتور (وسط ناحیه ۳)

$\phi_s$ [Deg]	چگالی شار تحلیلی [T]	چگالی شار ماکسول [T]	درصد خطا
۰	۰/۰۳۲۶	۰/۰۳۳۵	۲/۶
۲/۵	۰/۰۳۱۶	۰/۰۳۱۸	۰/۶۳
۵	۰/۰۱۳۳	۰/۰۱۳۴	۰/۷۴
۷/۵	۰/۰۰۳۳	۰/۰۰۳۳	۰
۱۰	۰/۰۰۷۶	۰/۰۰۷۸	۲/۵۶
۱۲/۵	۰/۰۱۶۲	۰/۰۱۶۳	۰/۶
۱۵	۰/۰۱۶۳	۰/۰۱۶۵	۱/۲
۱۷/۵	۰/۰۱۵۴	۰/۰۱۵۴	۰
۲۰	۰/۰۰۵۸	۰/۰۰۶	۳/۳۳
۲۲/۵	۰/۰۰۵۸	۰/۰۰۴۹	۱۵/۵

در شکل‌های (۱۴) و (۱۵) شار پیوندی تحلیلی با در نظر گرفتن تمام مؤلفه‌های هارمونیک (تا هارمونیک هفدهم) با نتایج المان محدود مقایسه گردیده است. در این شرایط انطباق بهتری بین نتایج وجود دارد. طبق جدول (۴) متوسط درصد خطا در هارمونیک‌های مختلف کمتر از ۳ درصد می‌باشد.

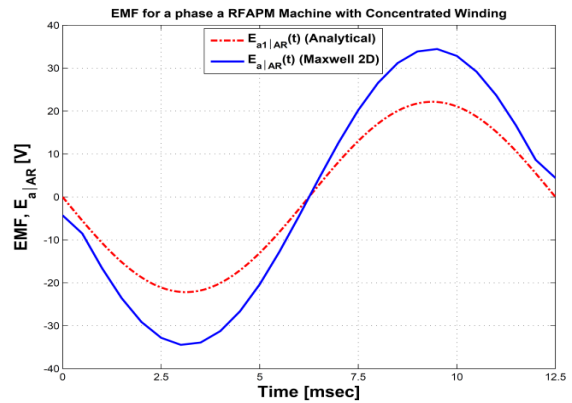


شکل (۱۴): مقایسه شار پیوندی فاز a ماشین RFAPM نتایج المان محدود با نتایج تحلیلی ناشی از تمام مؤلفه‌ها

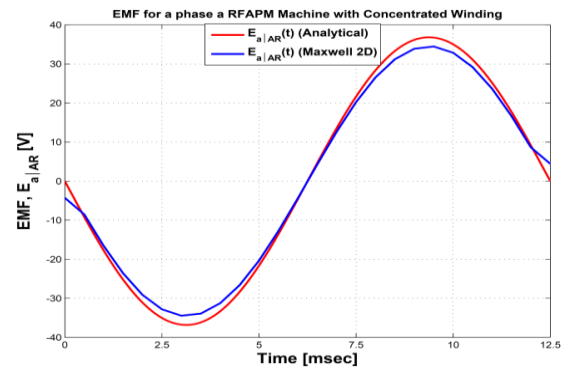


## ۹- مراجع

- [1] B. Shirali, "Analysis of a Radial Flux Air-cored Permanent Magnet Electrical Machine with a Double-sided Rotor and Non overlapping Windings," Master of science, Department of Electrical Engineering and Computer Engineering, Islamic Azad University, Unit Boroujerd, Iran, 2016.
- [2] R. J. Wang, M. J. Kamper, K. D. Westhuizen, and J. F. Gieras, "Optimal design of a coreless stator axial flux permanent-magnet generator. Magnetics, IEEE Transactions on, vol. 41, no. 1, pp. 55–64, 2005. ISSN 0018-9464.
- [3] J. A. Stegmann and M. J. Kamper, "Design Aspects of Double-Sided Rotor Radial Flux Air-Cored Permanent-Magnet Wind Generator," IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 47, no. 2, pp. 767–778, March 2011.
- [4] D. E. Hesmondhalgh and D. Tipping, "Slotless construction for small synchronous motors using samarium cobalt magnets, Electric Power Applications, IEE Proceedings B, vol. 129, no. 5, pp. 251–261, 1982.
- [5] Z. Q. Zhu and D. Howe, "[Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet {DC} motors, Part {II}: Armature-reaction field Magnetics, IEEE Transactions on, vol. 29, no. 1, pp. 136–142, 1993.
- [6] Z. Q. Zhu, D. Howe, and C. C. Chan, "Improved analytical model for predicting the magnetic field distribution in brushless permanent magnet machines Magnetics," IEEE Transactions on, vol. 38, no. 1, pp. 229–238, 2002.
- [7] M. J. Kamper, R. J. Wang, and F. G. Rossouw, "Analysis and Performance of Axial Flux Permanent-Magnet Machine With Air-Cored Non-overlapping Concentrated Stator Windings," Industry Applications, IEEE Transactions on, vol. 44, no. 5, pp. 1495–1504, 2008. ISSN 0093-9994.
- [8] K. Atallah, Z. Q. Zhu, and D. Howe, "Armature reaction field and winding inductances of slotless permanent-magnet brushless machines. Magnetics," IEEE Transactions on, vol. 34, no. 5, pp. 3737–3744, 1998. ISSN 0018-9464.
- [9] P. J. Randewijk and M. J. Kamper, "Analytical Analysis of a Radial Flux Air-Cored Permanent Magnet Machines with a Double Sided Rotor and non-overlapping," Double Layer Windings In: Electrical Machines (ICEM), 2012.
- [10] P. S. Bimbhra, "Electrical Machinery {Two Volume} Translator," J. Soltani, H. Lesani, Qaem Publications Institution, 2011.
- [11] J. F. Gieras, R. J. Wang, and M. J. Kamper, "Axial Flux Permanent Magnet Brushless Machines," Translator, M. R. Alizadeh Pahlavani, J. Aghai. Islamic Azad University, Unit Boroujerd, Iran, 2013.
- [12] V. Zamani Faradonbeh and M. R. Alizadeh Pahlavani, "Optimal Pole-Shaping in Surface-Mounted PM Machines using Analytical Modeling: Cogging Torque and Flux Density Harmonics," Journal of Applied Electromagnetics, vol. 2, no. 4, 2015.
- [13] D. K. Cheng, "Field and wave electromagnetics," Addison-Wesley Reading, Mass, 1989.
- [14] P. J. Randewijk, "Analysis of Radial Flux Air-Cored Permanent Magnet Machines with a Double sided Rotor and non-overlapping Windings," Dissertation presented for the deg., Doc. of phil., 2012.



شکل (۱۶): مقایسه ولتاژ مدار باز فاز  $a$  با استفاده از روابط تحلیلی ناشی از مؤلفه اول و نتایج المان محدود



شکل (۱۷): مقایسه ولتاژ مدار باز فاز  $a$  با استفاده از روابط تحلیلی ناشی از تمام مؤلفه‌ها (تا هارمونیک هفدهم) و نتایج المان محدود

## ۸- نتیجه‌گیری

در این مقاله روابط تحلیلی چگالی شار مغناطیسی بارداری و شار پیوندی ماشین به کمک معادلات پواسن ارائه شد. در اعتبارسنجی این روابط با نتایج المان محدود نشان داده شد که اختلاف مؤلفه‌های شعاعی و مماسی چگالی شار مغناطیسی کمتر از ۳ درصد است. با توجه به این که در روابط تحلیلی مؤلفه‌های زوج ظاهر می‌شوند لذا مؤلفه شعاعی چگالی شار مغناطیسی در شکل‌های (۹) و (۱۰) تقارن فرد نیم‌دوره نداشته و عدم توجه به این موضوع می‌تواند موجب اشباع مغناطیسی در یوغ درونی یا بیرونی ماشین شود که بایستی در طراحی جزئی ماشین مد نظر قرار گیرد.

همچنین نشان داده شد که شار پیوندی تحلیلی ناشی از تمام مؤلفه‌ها (تا هارمونیک هفدهم) با شار پیوندی المان محدود کمتر از ۳ درصد خطا دارند. مضافاً نشان داده شده که اندوکتانس سنکرون ماشین ۲۱٪ بیشتر از اندوکتانس محاسبه شده در مرجع [۱۴] است. این موضوع ناشی از تاثیر تمام مؤلفه‌های هارمونیک شار پیوندی است.

$k_s$	ضریب شیار
$r_n$	شعاع نامی استاتور [m]
$r_{cim}$	شعاع مرکز آهنربای داخلی [m]
$r_{ciy}$	شعاع مرکز یوغ داخلی [m]
$r_{com}$	شعاع مرکز آهنربای بیرونی [m]
$r_{coy}$	شعاع مرکز یوغ بیرونی [m]
$\lambda_1$	شار پیوندی یک دور سیم پیچی [Wb-turns]
$\Lambda$	شار پیوندی در هر فاز [Wb-turns]
$\hat{B}_{rm}$	دامنه چگالی شار شعاعی هارمونیک mام [T]
$B_{r\_AR}$	مؤلفه شعاعی چگالی شار مغناطیسی [T]
$B_{\phi\_AR}$	مؤلفه مماسی چگالی شار مغناطیسی [T]
$N$	تعداد هادی‌های درون هر شیار مجازی استاتور

## پیوست

## پ-۱- پارامترها

سمبل	شرح پارامتر
$p$	تعداد زوج قطب‌های ماشین
$q$	تعداد کلاف‌های هر فاز ماشین
$\Delta$	$\frac{q}{2}$ عرض یک بازوی کلاف استاتور [rad]
$\tau_p$	گام قطب [rad]
$\tau_q$	گام کلاف [rad]
$\delta$	زاویه اندازه‌گیری شده از مرکز تا بازوی کلاف [rad]
$k_q$	نسبت تعداد کلاف‌های هر فاز به تعداد زوج قطب‌ها
$a$	تعداد مسیرهای موازی در هر فاز
$k_w$	ضریب سیم پیچی
$k_p$	ضریب گام سیم پیچی

پ-۲- با توجه به توضیح شرایط مرزی در بخش ۴ مقاله می‌توان معادلات مربوط به نواحی مختلف را به صورت زیر بیان نمود:

$$C_m^I r_1^{mq} + D_m^I r_1^{-mq} = 0 \quad (\text{پ-۱})$$

$$C_m^I r_2^{mq} + D_m^I r_2^{-mq} - C_m^{II} r_2^{mq} - D_m^{II} r_2^{-mq} = 0 \quad (\text{پ-۲})$$

$$\mu^{II} C_m^I r_2^{mq-1} - \mu^{II} D_m^I r_2^{-mq-1} - \mu^I C_m^{II} r_2^{mq-1} + \mu^I D_m^{II} r_2^{-mq-1} = 0 \quad (\text{پ-۳})$$

$$C_m^{II} r_3^{mq} + D_m^{II} r_3^{-mq} - C_m^{III} r_3^{mq} - D_m^{III} r_3^{-mq} = G_m(r_3) \quad (\text{پ-۴})$$

$$\mu^{III} C_m^{II} r_3^{mq-1} - \mu^{III} D_m^{II} r_3^{-mq-1} - \mu^{II} C_m^{III} r_3^{mq-1} + \mu^{II} D_m^{III} r_3^{-mq-1} = \mu^{II} G'_m(r_3)/(mq) \quad (\text{پ-۵})$$

$$C_m^{III} r_4^{mq} + D_m^{III} r_4^{-mq} - C_m^{IV} r_4^{mq} - D_m^{IV} r_4^{-mq} = -G_m(r_4) \quad (\text{پ-۶})$$

$$\mu^{IV} C_m^{III} r_4^{mq-1} - \mu^{IV} D_m^{III} r_4^{-mq-1} - \mu^{III} C_m^{IV} r_4^{mq-1} + \mu^{III} D_m^{IV} r_4^{-mq-1} = -\mu^{IV} G'_m(r_4)/(mq) \quad (\text{پ-۷})$$

$$C_m^{IV} r_5^{mq} + D_m^{IV} r_5^{-mq} - C_m^V r_5^{mq} - D_m^V r_5^{-mq} = 0 \quad (\text{پ-۸})$$

$$\mu^V C_m^{IV} r_5^{mq-1} - \mu^V D_m^{IV} r_5^{-mq-1} - \mu^{IV} C_m^V r_5^{mq-1} + \mu^{IV} D_m^V r_5^{-mq-1} = 0 \quad (\text{پ-۹})$$

$$C_m^V r_6^{mq} + D_m^V r_6^{-mq} = 0 \quad (\text{پ-۱۰})$$

بنابراین مؤلفه‌های چگالی شار مغناطیسی بارداری در نواحی مختلف به صورت زیر به دست می‌آید:

$$B_r(r, \phi) = -\frac{1}{r} \sum_{m=1}^{\infty} mq(C_m r^{mq} + D_m r^{-mq}) \cos(mq\phi \pm \omega t) \quad \text{نواحی برای I \& II \& IV \& V} \quad (\text{پ-۱۱})$$

$$B_r(r, \phi) = -\frac{1}{r} \sum_{m=1}^{\infty} mq(C_m r^{mq} + D_m r^{-mq} + G_m(r)) \cos(mq\phi \pm \omega t) \quad \text{نواحی برای III} \quad (\text{پ-۱۲})$$

$$B_\phi(r, \phi) = -\sum_{m=1}^{\infty} mq(C_m r^{mq-1} - D_m r^{-mq-1} + G_m(r)) \sin(mq\phi \pm \omega t) \quad \text{نواحی برای I \& II \& IV \& V} \quad (\text{پ-۱۳})$$

$$B_\phi(r, \phi) = -\sum_{m=1}^{\infty} mq(C_m r^{mq-1} - D_m r^{-mq-1} + G'_m(r)/(mq)) \sin(mq\phi \pm \omega t) \quad \text{نواحی برای III} \quad (\text{پ-۱۴})$$

$$|B_{mag}(r, \phi)| = \sqrt{B_r^2(r, \phi) + B_\phi^2(r, \phi)}, \quad G'_m(r) = \frac{6\mu_0 I_p N r}{a r_n h \pi q m^2} k_{\omega, m} \quad (\text{پ-۱۵})$$

---

**Analytical Design of On load Magnetic Flux Density and Flux-linkage in Radial Flux Air-cored Permanent Magnet Electrical Machine with a Double-sided Rotor**

**M. R. Alizadeh Pahlevan<sup>\*</sup>, B. Shirali**

**Malek-Ashtar University of Technology**

(Received: 13/02/2016, Accepted: 18/09/2016)

**Abstract**

*In this article, a radial magnetic flux density and flux-linkage of the radial flux Air-Cored permanent magnet electrical machine (RFAMP) is provided with double-sided rotor which can be calculated analytically using the sub-domain analysis. First, Analytical relationships of on load magnetic flux density and flux-linkage of this machine are presented with poisson equations and, then, these relationships are validated by finite element of numerical results in Maxwell 16.02 software. Comparisons show that the difference between fundamental components of radial magnetic flux density and flux-linkage of analytical relations and that of finite element results is less than 3%. Also, It is shown that in this machine type, even harmonics appear and the radial components of the magnetic flux density is not symmetrical, unit half cycle and Lack of attention to this subject in the design of the machine can cause inner or outer yoke magnetic saturation. In this article, to calculate the flux linkage resulting from the armature reaction, all the components of winding conductor density distribution are utilized and in the calculation of the flux linkage, all radial components of the magnetic flux density are used. In some relevant references, only the first radial component of the magnetic flux density and the second component of winding conductor are used and the other are ignored. In comparison with some related references the linkage flux and RFAPM machine inductance have been increased about 21%, that the number is significant in the study of magnetic saturation yokes. It is worth noting that the study of the comparative results has only been up to 17th harmonics and that the higher harmonics can adapt better to have the finite element results.*

**Keywords:** Finite element, Conductor density, Current density

---

<sup>\*</sup> Corresponding author E-mail: [mr\\_alizadehp@mut.ac.ir](mailto:mr_alizadehp@mut.ac.ir)