

بهبود کارایی محاسباتی پس پردازش فرکانسی در مدل سازی انتشار فرایپهن باند با استفاده از توابع درون یاب چند جمله ای

مهدی بوذری^۱، امیر احمد شیشه گر^{۲*}، وحید محتشمی^۳

۱- کارشناسی ارشد، ۲- استاد، دانشگاه صنعتی شریف ۳- استادیار، دانشگاه فردوسی مشهد
(دریافت: ۹۵/۱۱/۱۷، پذیرش: ۹۵/۱۲/۱۵)

چکیده: یکی از عمده ترین چالش های مدل سازی معین انتشار فرایپهن باند در محیط داخل ساختمان، هزینه محاسباتی سنگین مسئله می باشد. در حقیقت پهنای باند بزرگ در مسئله مدل سازی انتشار فرایپهن باند باعث وابستگی فرکانسی قابل ملاحظه ای در سازوکارهای انتشاری و الگوی تابشی آنتن ها می شود که باید به صورت دقیقی در نظر گرفته شوند. در این پژوهش با هدف بالا بردن کارایی محاسباتی مدل سازی انتشار فرایپهن باند معین داخل ساختمان از توابع درون یاب چند جمله ای نیوتن در روش ره گیری پرتو استفاده خواهد شد. بنابراین می توان تعداد فرکانس هایی که باید محاسبات در آن ها انجام شود را تا حد قابل ملاحظه ای کاهش داد و با استفاده از توابع درون یاب مناسب حجم زیادی از محاسبات سنگین مرحله پس پردازش که باید انجام شود بدون کم شدن دقت نتایج کاهش می یابد. بنابراین همان طور که در قسمت نتایج عددی نشان داده شده است با استفاده از روش معرفی شده در این پژوهش کارایی محاسباتی نسبت به روش مرجع بهبود هفت برابری داشته است.

کلید واژه ها: انتشار فرایپهن باند، ره گیری پرتو، درون یابی چند جمله ای، محیط داخل ساختمان.

۱- مقدمه

روش های تجربی برشمرده در مدل سازی کانال های فرایپهن باند با توجه به پهنای باند وسیع کانال و لزوم تکرار اندازه گیری ها در نمونه های فرکانسی فراوان، مشکل وقت و هزینه زیاد اندازه گیری بیش تر نمایان می شود. روش دیگر مدل سازی انتشار امواج، روش های معین می باشند. متداول ترین روش در بین روش های مورد استفاده در مدل سازی معین، روش ره گیری پرتو می باشد. روش ره گیری پرتو مشکلات ذکر شده روش های تجربی را ندارد. از مزیت های بزرگ این روش، عدم وابستگی به محیط شبیه سازی یا به عبارتی عدم تغییر روش تحلیل مسئله در صورت تغییر ساختمان مورد بررسی می باشد. عدم نیاز به فرآیند وقت گیر و پرهزینه اندازه گیری و در نظر گرفتن وابستگی فرکانسی سازوکارهای انتشاری و الگوی تشعشعی آنتن ها به فرکانس به صورت تحلیلی از دیگر مزیت های این روش است. بنابراین، روش ره گیری پرتو گزینه مناسبی برای مدل سازی مسئله انتشار فرایپهن باند می باشد. مدل سازی انتشار فرایپهن باند با استفاده از روش ره گیری پرتو دو مرحله دارد. مرحله اول، به دست آوردن مسیرهای انتشار پرتوها در ساختمان مورد بررسی می باشد که ره گیری هندسی پرتوها نامیده می شود. این مرحله دارای ماهیت کاملاً هندسی می باشد و ارتباطی با فرایپهن باند بودن کانال ندارد. در این پژوهش برای انجام

یکی از راه کارهای مؤثر برای انتقال داده ها با سرعت بالا در مخابرات بی سیم داخل ساختمان، استفاده از کانال های فرایپهن باند نظیر UWB (در محدوده فرکانسی ۳/۱-۱۰/۶ GHz) و ۶۰ GHz (در محدوده فرکانسی ۵۷-۶۶ GHz) می باشد [۱-۲]. در طراحی کانال های فرایپهن باند برخلاف کانال های باریک باند و پهن باند باید وابستگی سازوکارهای انتشار امواج الکترومغناطیسی و الگوی تشعشعی آنتن ها به فرکانس در نظر گرفته شود. به طور کلی، با توجه به پژوهش هایی که در سال های اخیر در مورد مسئله مدل سازی انتشار امواج داخل ساختمان انجام گرفته است، دو روش متفاوت برای مدل سازی انتشار کانال های فرایپهن باند موجود است: روش های تجربی [۳-۴] و روش های معین [۵-۶]. پایه استفاده از روش های تجربی بر اندازه گیری های فراوان می باشد که منجر به ارائه مدلی برای کانال های مخابراتی بی سیم می گردد. اما این روش دارای مشکلات اساسی است. وابستگی مدل به ساختمان مورد بررسی و هم چنین نیاز به صرف وقت و هزینه زیاد برای انجام اندازه گیری های میدانی را می توان به عنوان اصلی ترین مشکلات

تابع شبکه پرتوهای رسیده به گیرنده معرفی می‌شود. هنگام استفاده از این روش درون‌یابی برای حل مسئله مدل‌سازی انتشار فرایه‌ن‌بند همان‌طور که مشاهده خواهد شد، پدیده رانژ^۲ رخ می‌دهد و باعث به‌وجود آمدن مقدار خطای زیادی در حل مسئله درون‌یابی می‌شود. با تعویض نقاط درون‌یابی در درون‌یابی نیوتن و استفاده از ریشه‌های چندجمله‌ای‌های چبیشف^۳ به‌عنوان نقاط درون‌یابی می‌توان بر پدیده رانژ غلبه کرد. بنابراین، در این پژوهش ابتدا از روش پرتاب پرتوها برای تعیین مسیرهای هندسی انتشار پرتوها در محیط استفاده می‌شود. در مرحله بعد با محاسبه میدان‌های الکترومغناطیسی در نقاط گیرنده، پس‌پردازش انجام می‌شود. در پس‌پردازش برای یک نقطه گیرنده پاسخ فرکانسی هر پرتو که به گیرنده می‌رسد، در نمونه‌های فرکانسی کمی محاسبه می‌شود. سپس با استفاده از توابع درون‌یاب معرفی‌شده پاسخ فرکانسی پرتو در تمام پهنای باند کانال بازسازی می‌شود. قابل ذکر است که شبیه‌سازی‌های عددی در این پژوهش در باند UWB انجام می‌شود.

ادامه مقاله به‌صورت زیر پیکربندی شده است. بخش ۲ به بررسی جزئیات پاسخ فرکانسی کانال فرایه‌ن‌بند می‌پردازد. بخش ۳ روش درون‌یابی چندجمله‌ای نیوتن را با توزیع گره‌های مبتنی بر تابع چبیشف ارائه می‌کند که گزینه‌ای مناسب برای بازسازی پاسخ فرکانسی کانال فرایه‌ن‌بند می‌باشد. بر این اساس در بخش ۴ روشی نظام‌مند برای بازسازی پاسخ فرکانسی کانال فرایه‌ن‌بند ارائه خواهد شد. در این بخش هم‌چنین تعداد نمونه‌های فرکانسی مورد نیاز مشخص می‌شوند. بخش ۵ نتایج عددی را نشان می‌دهد که حاکی از بهبود قابل ملاحظه‌ای در روش درون‌یابی چندجمله‌ای نسبت به پاسخ مرجع و هم‌چنین نسبت به روش درون‌یابی cubic B-spline (که در پژوهش‌های پیشین استفاده شده است) می‌باشد. بخش ۶، این پژوهش را جمع‌بندی می‌کند.

۲- معرفی مسئله

از روی پاسخ فرکانسی کانال می‌توان تمام پارامترهای حائز اهمیت کانال را به‌دست آورد. بنابراین بخش پس‌پردازش بطور کلی در محاسبه پاسخ فرکانسی کانال خلاصه می‌گردد. پاسخ فرکانسی کانال در هر نقطه گیرنده، متناسب با ولتاژ القاء‌شده توسط پرتوهای رسیده به گیرنده در آن نقطه می‌باشد. بنابراین برای به‌دست‌آوردن پاسخ فرکانسی کانال باید ولتاژ القاء‌شده در گیرنده را محاسبه کرد. برآیند ولتاژ القاء‌شده ناشی از تمام پرتوهای رسیده به گیرنده در هر نقطه گیرنده، ولتاژ القاء‌شده در آن نقطه را به ما می‌دهد. اما ولتاژ القاء‌شده ناشی از پرتوی n ام

این مرحله از روش پرتاب پرتوها استفاده می‌شود [۶]. در روش پرتاب پرتوها، تعداد زیادی پرتو از آنتن فرستنده که به‌صورت یک منبع نقطه‌ای مدل می‌شود، در جهت‌های مختلف خارج می‌شوند. حال با توجه به الگوی تشعشعی و قطبش آنتن فرستنده، به هر یک از پرتوهای یک میدان الکتریکی نسبت داده می‌شود و در واقع هر یک از پرتوهای خروجی از فرستنده نماینده یک تیوب انرژی^۱ و دارای جبهه‌های موج کروی می‌باشند. یک پرتو در حین انتشار می‌تواند دچار پدیده‌های بازتاب و انتقال از دیوارها و تفرق از لبه‌ها شود. اگر یک پرتو محل گیرنده را روشن کند، میدان الکتریکی آن پرتو در کل میدان خروجی در گیرنده سهم خواهد بود. مرحله دوم، به پردازش داده‌های حاصل از ره‌گیری پرداخته و میدان‌های الکترومغناطیسی را در تمام پهنای باند کانال به‌دست می‌آورد که این مرحله پس‌پردازش نامیده می‌شود. در پژوهش‌های گذشته انجام محاسبات پس‌پردازش هم در حوزه فرکانس و هم در حوزه زمان انجام شده است [۸-۷]. مزیت بزرگ پس‌پردازش در حوزه فرکانس برخلاف پس‌پردازش در حوزه زمان سادگی فرمول‌بندی و وجود امکان استفاده از ثابت‌های عایق اندازه‌گیری‌شده فرم بسته می‌باشد [۹-۱۰]. بنابراین، پس‌پردازش در حوزه فرکانس انجام خواهد شد. تعداد فرکانس‌هایی که میدان‌ها باید در آن‌ها محاسبه شوند، باید به اندازه کافی زیاد باشد تا اثر پرتوهای با توان بالا که با تأخیر زیاد به گیرنده می‌رسند، در نظر گرفته شوند. بار محاسباتی بخش پس‌پردازش فرکانسی با حاصل‌ضرب تعداد نقاط گیرنده در تعداد فرکانس‌ها متناسب است. بنابراین، دو راه‌کار اصلی برای کم‌کردن بار محاسباتی مرحله پس‌پردازش وجود دارد. راه‌کار نخست برمبنای کاهش تعداد نقاط گیرنده است که جزئیات آن در [۱۲-۱۱] آمده است. راه‌کار دیگر برای کم‌کردن بار محاسباتی پس‌پردازش، کم‌کردن تعداد فرکانس‌هایی است که باید محاسبات مربوط به مرحله پس‌پردازش در آن‌ها انجام شود. در [۱۳] نشان داده شده است که می‌توان این تعداد را تا حد قابل ملاحظه‌ای با استفاده از درون‌یابی با توابع cubic B-spline کاهش داد. با این کار حجم زیادی از محاسبات سنگین که باید انجام شود را کاهش می‌یابد.

در این پژوهش، هدف بهبود کارایی محاسبات مربوط به مرحله پس‌پردازش با استفاده از توابع درون‌یاب با کارایی محاسباتی بیش‌تر می‌باشد. با مطالعه روش‌های مختلف درون‌یابی، این نتیجه حاصل می‌شود که درون‌یابی چندجمله‌ای در بین روش‌های مختلف درون‌یابی از سرعت بالایی برخوردار است. بنابراین، در این پژوهش، تمرکز بر روی شکل‌های مختلف درون‌یابی چندجمله‌ای با هدف افزایش دقت درون‌یابی می‌باشد. بعد از بررسی روش‌های مختلف درون‌یابی چندجمله‌ای روش درون‌یابی نیوتن به‌عنوان گزینه اصلی برای حل مسئله درون‌یابی و بازسازی

2- Runge phenomena
3- Chebyshev points

1- Energy tube

معرفی شده است. اما هنگامی که توابع کسری با توابع چندجمله‌ای درون‌یابی می‌شوند، پدیده رانژ سبب واگرایی چندجمله‌ای درون‌یابی می‌شود [۱۴]. در این پدیده در نقاط نمونه‌برداری، تابع درون‌یابی و تابع اصلی باهم برابر هستند ولی در بازه‌های پیوسته‌ای واقع در دو انتهای دامنه تابع، تابع درون‌یابی به سمت تابع اصلی هم‌گرا نمی‌شود و مقدار تابع درون‌یابی بی‌کران می‌شود. در عبارت $a_n(f)e^{j\phi_n(f)}$ ، چه در جمله دامنه و چه در جمله فاز، اثر ضرایب بازتاب و انتقال از تیغه عایقی وجود دارد که این ضرایب به شکل توابع کسری می‌باشند [۱۳] و بنابراین، احتمال رخداد پدیده رانژ در درون‌یابی جمله $a_n(f)e^{j\phi_n(f)}$ بالا می‌باشد. البته پدیده رانژ زمانی رخ می‌دهد که نقاط نمونه‌برداری هم‌فاصله باشند [۱۴]. اما با توجه به این‌که انتخاب نقاط نمونه‌برداری دلخواه است، با استفاده از نقاط مبتنی بر صفرهای تابع چیشیف، چگالی نمونه‌ها در دو انتهای بازه افزایش می‌یابد و سبب حذف شدن پدیده رانژ در دو انتهای بازه می‌شود [۱۴].

۳- روش درون‌یابی چندجمله‌ای برای بازسازی سیگنال نمونه‌برداری شده

همان‌طور که بیان شد هدف اصلی استفاده از درون‌یابی در این پژوهش، کم‌کردن بار محاسباتی مرحله پس‌پردازش است و با توجه به این‌که درون‌یابی چندجمله‌ای، در بین روش‌های مختلف درون‌یابی از سرعت بالایی برخوردار است [۱۴]، تمرکز در این پژوهش بر روی شکل‌های مختلف درون‌یابی چندجمله‌ای با هدف افزایش دقت درون‌یابی می‌باشد.

با استفاده از درون‌یابی چندجمله‌ای می‌توان انتظار سرعت بیش‌تری نسبت به بازسازی با روش کارا و دقیق cubic B-spline که در پژوهش‌های قبلی منتشر شده است را داشت. علت این نکته را می‌توان این‌گونه توضیح داد که هنگام بازسازی با استفاده از cubic B-spline همان‌طور که در [۱۴] بیان شده است به حل دستگاه معادلات نیاز است. در حالی‌که با استفاده از درون‌یابی چندجمله‌ای، نیازی به حل این دستگاه معادله نمی‌باشد و بنابراین می‌توان انتظار داشت سرعت درون‌یابی بالا رود. نتایج عددی در بخش‌های بعد، این موضوع را تأیید می‌کند. با توجه به نکات ذکر شده، درون‌یابی چندجمله‌ای گزینه مناسبی برای استفاده در این پژوهش می‌باشد. فرض کنید فضای چندجمله‌ای‌های P_n درجه n باشد. حال اگر مقادیر تابع $f(x)$ در یک شبکه متمایز شامل n نقطه به صورت $a = x_1 < x_2 < \dots < x_n = b$ موجود باشد، درون‌یابی چندجمله‌ای، چندجمله‌ای $p \in P_n$ را به‌طوری‌که $p(x_i) = f(x_i)$ (برای $i = 1:n$)، پیدا می‌کند. یک مجموعه از چندجمله‌ای‌های $\{p_1(x), \dots, p_n(x)\}$ ، به‌طوری‌که هر چندجمله‌ای

که به گیرنده می‌رسد از دو بخش تشکیل می‌شود. بخش اول ناشی از اثر بازتاب و انتقال آن پرتو از دیوارها و هم‌چنین الگوی تشعشعی آنتن‌های فرستنده و گیرنده می‌باشد که این قسمت از ولتاژ القاء شده ناشی از پرتوی n ام را می‌توان به صورت $a_n(f)e^{j\phi_n(f)}$ نشان داد [۳۱]. بخش دوم ولتاژ القاء شده ناشی از پرتو n ام رسیده به گیرنده از تأخیر انتشار پرتو در محیط ناشی می‌شود که به صورت $e^{-j2\pi f \tau_n}$ نمایش داده می‌شود که τ_n تأخیر انتشار این پرتو نسبت به اولین پرتو رسیده به گیرنده است. بنابراین ولتاژ القاء شده در گیرنده را می‌توان به شکل زیر نوشت [۱۳]:

$$V_{\text{Induction}}(f) = \sum_{n=1}^N (a_n(f)e^{j\phi_n(f)})e^{-j2\pi f \tau_n} \quad (۱)$$

که در آن، N تعداد کل پرتوهای رسیده به گیرنده است. اما همان‌طور که در [۱۳] بیان شده است، تغییرات فرکانسی $e^{-j2\pi f \tau_n}$ از $a_n(f)e^{j\phi_n(f)}$ بسیار بیش‌تر است و بنابراین تبدیل معکوس فوری $V_{\text{Induction}}(f)$ یا پاسخ ضربه کانال حداکثر تا $\max\{\tau_n\}_{n=1}^N$ دارای گسترش زمانی است. بنابراین با محاسبه $V_{\text{Induction}}(f)$ در نمونه‌های فرکانسی با گام فرکانسی کم‌تر از $1/\max\{\tau_n\}_{n=1}^N$ پاسخ ضربه کانال به‌طور دقیق به‌دست می‌آید. با انجام مرحله ره‌گیری هندسی، تأخیر انتشار همه پرتوها، $\tau_n, n=1,2,\dots,N$ ، مشخص می‌شود. بنابراین اگر جمله $a_n(f)e^{j\phi_n(f)}$ در نمونه‌های فرکانسی با فاصله کم‌تر از $1/\max\{\tau_n\}_{n=1}^N$ محاسبه شود، پاسخ ضربه کانال به‌طور دقیق مشخص می‌شود. بنابراین بخش اصلی پس‌پردازش محاسبه $a_n(f)e^{j\phi_n(f)}$ در نمونه‌های فرکانس‌های با گام کم‌تر از $1/\max\{\tau_n\}_{n=1}^N$ می‌باشد. اما همان‌طور که بیان شد تغییرات فرکانسی $a_n(f)e^{j\phi_n(f)}$ نسبت به $e^{-j2\pi f \tau_n}$ بسیار آرام‌تر است و با توجه به این‌که هدف اصلی این پژوهش کم‌کردن بار محاسباتی مرحله پس‌پردازش است، این ایده مطرح می‌شود که جمله $a_n(f)e^{j\phi_n(f)}$ را در تعداد کم‌تری نمونه فرکانسی محاسبه و با استفاده از یک روش درون‌یابی مناسب این جمله را در نمونه‌های فرکانسی کافی با گام فرکانسی $1/\max\{\tau_n\}_{n=1}^N$ بازسازی کرد. بدین ترتیب حجم زیادی از محاسبات پس‌پردازش داده‌ها به شکل قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد و بهبود زمانی قابل ملاحظه‌ای رخ خواهد داد. ایده فوق، ایده اصلی در [۱۳] می‌باشد. در [۱۳] تابع چندجمله‌ای درجه سوم cubic B-spline به-عنوان تابع درون‌یابی مناسب برای پیاده‌سازی ایده فوق به‌کار گرفته شده و بهبود قابل ملاحظه‌ای در زمان شبیه‌سازی حاصل شده است. ایده اصلی این پژوهش استفاده از توابع درون‌یابی با کارایی محاسباتی بالاتر برای به‌دست‌آوردن بهبود زمانی بیش‌تر می‌باشد. در قسمت بعد، درون‌یابی چندجمله‌ای با همین هدف

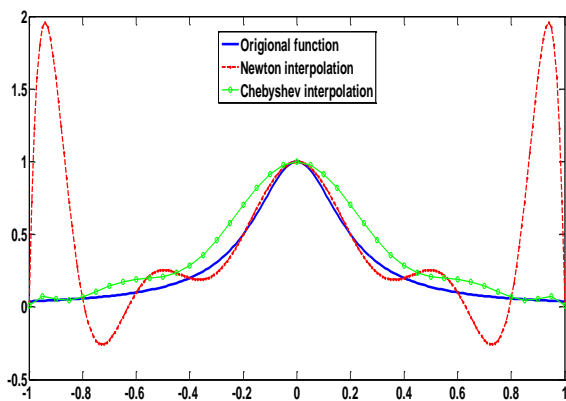
درون بازه‌ای است که درون‌یابی در آن انجام می‌شود. بنابراین، شکل منحنی خطا به صورت $y = c \prod_{i=1}^n (x - x_i)$ می‌باشد [۱۴]. رابطه (۵) به‌طور کلی در مورد درون‌یابی چندجمله‌ای نیوتن صادق است و با توجه به وجود جمله $\phi_n(x)$ در رابطه خطا، مقدار خطا به ترتیب قرارگیری نقاط وابسته است و بنابراین این سؤال مطرح می‌شود که محل قرارگیری نقاط چگونه باشد تا عبارت خطا کم‌ترین مقدار خود را بگیرد؟ قبل از جواب‌دادن به این سؤال یک مثال مطرح می‌شود. برای مثال گراف تابع منحنی پیوسته نشان داده شده در شکل (۱) می‌باشد که در بازه $[-1, 1]$ با دو روش درون‌یابی چندجمله‌ای نیوتن با درجه ۱۰ تقریب زده شده است. منحنی خط چین از درون‌یابی با نقاط با فاصله مساوی در ۱۱ نقطه به‌صورت زیر حاصل می‌شود:

$$x_i = -1 + \frac{2i-1}{m-1} \quad i=1:m. \quad (۶)$$

منحنی خط چین - نقطه از درون‌یابی در نقاط چبیشف در ۱۱ نقطه به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$x_i = \cos\left(\frac{2i-1}{m} \frac{\pi}{2}\right) \quad i=1:m. \quad (۷)$$

همان‌طور که در نمودار زیر دیده می‌شود، هنگام استفاده از درون‌یابی نیوتن (درون‌یابی چندجمله‌ای با نقاط با فاصله مساوی) مشکل هم‌گرایی به‌خصوص در دو انتهای بازه پیش می‌آید و با افزایش تعداد نقاط درون‌یابی، مشکل عدم هم‌گرایی بیش‌تر هم می‌شود. این مشکل به‌عنوان پدیده رانج شناخته می‌شود. در حقیقت پدیده رانج ایجاد نوسان در لبه‌های یک بازه هنگام درون‌یابی یک تابع به‌کمک چندجمله‌ای مرتبه بالا با نقاط درون‌یابی با فاصله مساوی می‌باشد.



شکل (۱): درون‌یابی چندجمله‌ای $\frac{1}{1+25x^2}$ با دو روش: انتخاب نقاط با فاصله مساوی به‌عنوان نقاط درون‌یابی (منحنی خط چین) و انتخاب ریشه‌های چندجمله‌ای‌های چبیشف به‌عنوان نقاط درون‌یابی (منحنی خط چین - نقطه)

$$P \in P_n \text{ بتواند با یک ترکیب خطی به صورت } P(x) = \sum_{j=1}^n c_j p_j(x)$$

نمایش داده شود، یک پایه در P_n نامیده می‌شود. برای ساخت درون‌یابی چندجمله‌ای می‌توان از پایه‌های گوناگونی مانند پایه‌های توانی یا پایه‌های نیوتن استفاده کرد [۱۴]. اما با استفاده از پایه نیوتن می‌توان انتظار رسیدن به بهترین روش درون‌یابی چندجمله‌ای از نظر انعطاف‌پذیری، پایداری عددی و به‌خصوص هزینه محاسباتی را داشت [۱۴]. روش درون‌یابی نیوتن یک روش درون‌یابی چندجمله‌ای است که از چندجمله‌ای‌های نیوتن استفاده می‌کند و بنابراین مناسب استفاده در این پژوهش می‌باشد. در درون‌یابی نیوتن از پایه‌های نیوتن که به شکل زیر می‌باشند، استفاده می‌شود:

$$p_0(x) = 1, \quad p_k(x) = p_{k-1}(x)(x - x_k), \quad (۲)$$

$$k = 1, 3, \dots, n-1$$

و فرمول درون‌یابی نیوتن به شکل زیر می‌باشد:

$$P(x) = \sum_{k=1}^n c_k p_{k-1}(x) \quad (۳)$$

که p_{k-1} ها، $k=1:n$ ، در رابطه (۲) معرفی شده‌اند. درحقیقت $P \in P_n$ چندجمله‌ای می‌باشد که $f(x)$ را در n نقطه مجزا حقیقی یا مختلط x_1, x_2, \dots, x_n به شکل یکتا درون‌یابی می‌کند. جزئیات محاسبه c_k ها که همان $(k-1)$ امین تفاضل تقسیم‌شده f می‌باشند در [۱۴] آمده است. درحقیقت $c_k = [x_1, \dots, x_{k-1}, x_k] f$ می‌باشد و تفاضلات تقسیم‌شده برای $k > 1$ توسط بازگشت به‌صورت زیر به‌دست می‌آید [۱۴]:

$$[x_1, \dots, x_{k-1}, x_k, x_k] f = \frac{[x_1, \dots, x_{k-1}, x_k] f - [x_1, \dots, x_{k-1}, x_k] f}{x - x_k} \quad (۴)$$

که در رابطه بالا $[x_1, x] f = \frac{f(x) - f(x_1)}{x - x_1}$ تعریف می‌شود.

همان‌طور که در [۱۴] بیان شده است، ضرایب در رابطه بالا یا به‌عبارتی تفاضلات تقسیم‌شده می‌توانند با استفاده از جدول تفاضلات تقسیم‌شده محاسبه گردند. حال طبق قضیه عبارت خطا در درون‌یابی نیوتن که در [۱۴] بیان شده است، اگر f یک تابع حقیقی باشد و مشتق آن تا مرتبه n در بازه‌ای که درون‌یابی در آن انجام می‌شود موجود و پیوسته باشد و P چندجمله‌ای درون‌یابی نیوتن از درجه $n-1$ باشد به‌طوری‌که $P(x_i) = f(x_i)$ باشد (به‌زای $i=1:n$)، در این‌صورت مقدار خطای درون‌یابی در هر نقطه با استفاده از عبارت خطای درون‌یابی محاسبه می‌شود که عبارت خطای درون‌یابی به‌صورت زیر خواهد بود [۱۴]:

$$f(x) - P(x) = [x_1, x_2, \dots, x_n, x] f \phi_n(x) = \frac{f^{(n)}(\xi)}{n!} \phi_n(x) \quad (۵)$$

که در رابطه فوق، $\phi_n(x) = \prod_{i=1}^n (x - x_i)$ می‌باشد و ξ نقطه‌ای

درون یابی چبیشف (درون یابی چندجمله‌ای نیوتن با استفاده از ریشه‌های چندجمله‌ای چبیشف به عنوان نقاط درون یاب) ارائه خواهد شد. در ابتدا فرض کنید $\Delta f_{P_k}^{(k)}(\theta_{ik})$ ، که زاویه تابش و P_k بیانگر سازوکار انتشاری در برخورد k ام است (برای مثال اگر در برخورد k ام بازتاب اتفاق افتاده باشد، $P_k \equiv R$ و اگر انتقال اتفاق افتاده باشد، $P_k \equiv T$ خواهد بود)، فرکانس نمونه برداری مورد نیاز برای بازسازی سازوکار انتشاری در برخورد k ام باشد و فرکانس نمونه برداری از الگوی تابشی آنتن‌های فرستنده و گیرنده به ترتیب با $\Delta f_{TX}(\theta_{TX}, \phi_{TX})$ و $\Delta f_{RX}(\theta_{RX}, \phi_{RX})$ نمایش داده شوند (θ_{TX}, ϕ_{TX}) زاویه خروج پرتو از آنتن فرستنده است و (θ_{RX}, ϕ_{RX}) زاویه ورود پرتو به آنتن گیرنده است. در این صورت با توجه به نتایج به دست آمده در [۱۳]، گام فرکانسی مورد نیاز برای بازسازی پاسخ فرکانسی کانال، $\Delta f^{(total)}$ ، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\frac{1}{\Delta f^{(total)}} = \frac{1}{\Delta f_{TX}(\theta_{TX}, \phi_{TX})} + \sum_{k=1}^K \frac{1}{\Delta f_{P_k}^{(k)}(\theta_{ik})} + \frac{1}{\Delta f_{RX}(\theta_{RX}, \phi_{RX})} \quad (8)$$

همچنین طبق رابطه (۵) خطای درون یابی چبیشف از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\frac{1}{n!} \prod_{i=1}^n (x - x_i) f^{(n)}(\zeta) \quad (9)$$

البته با استفاده از رابطه (۸)، گام فرکانسی مورد نیاز برای بازسازی پاسخ فرکانسی کانال توسط روش درون یابی چندجمله‌ای نیوتن با استفاده از نقاط درون یابی با فاصله مساوی بدست می‌آید. حال با توجه به مشخص بودن پهنای باند و گام فرکانسی نمونه برداری، تعداد نمونه‌های فرکانسی مورد نیاز، m برای بازسازی پاسخ فرکانسی با استفاده از درون یابی چندجمله‌ای نیوتن مشخص می‌شود. با توجه به مشخص بودن تعداد نقاط نمونه برداری، می‌توان درون یابی چندجمله‌ای نیوتن با استفاده از ریشه‌های چندجمله‌ای‌های چبیشف به عنوان نقاط درون یاب را انجام داد. حال چون گام فرکانسی مورد نیاز درون یابی چندجمله‌ای نیوتن برای بازسازی هر سازوکار انتشاری از روی رابطه (۹) یا همان رابطه خطای درون یابی چندجمله‌ای نیوتن محاسبه می‌شود و هنگام تغییر نقاط درون یابی به ریشه‌های چندجمله‌ای‌های چبیشف، با توجه به نکات ذکر شده در بخش ۳، مقدار خطای درون یابی کاهش می‌یابد، مانعی برای تغییر نقاط درون یابی با توجه به ملاحظات ذکر شده وجود ندارد.

همچنین هدف در این بخش به دست آوردن دوره تناوب نمونه برداری مناسب برای بازسازی $a_n(f) e^{j\phi_n(f)}$ با استفاده از درون یابی چبیشف در کل پهنای باند با دقت مناسب می‌باشد. باید توجه داشت که $a_n(f) e^{j\phi_n(f)}$ تأثیر بازتاب‌ها و انتقال‌های

این پدیده به پدیده گیس در نمایش سری فوریه یک تابع شباهت دارد. همان طور که در شکل (۱) نمایان است با انتخاب ریشه‌های چندجمله‌ای‌های چبیشف به عنوان نقاط درون یابی می‌توان بر پدیده رانج غلبه کرد و مقدار خطا را به مقدار قابل ملاحظه‌ای کاهش داد. اما این نکته در حالت کلی نیز برقرار است به این معنی که هنگام استفاده از درون یابی چندجمله‌ای اگر نقاط درون یابی ریشه‌های چندجمله‌ای‌های چبیشف انتخاب شوند بر پدیده رانج غلبه می‌شود و کمترین میزان خطای درون یابی نیز به دست می‌آید [۱۴]. این موضوع از قضیه خاصیت کمینه بیشینه ناشی می‌شود که بیان می‌کند چندجمله‌ای‌های چبیشف دارای خاصیت کمینه بیشینه می‌باشند یعنی در بین همه چندجمله‌ای‌ها که ضریب بزرگترین درجه آن‌ها یک می‌باشد، چندجمله‌ای $2^{1-n} T_n(x)$ ، کوچکترین مقدار بیشینه 2^{1-n} را در بازه $[-1, 1]$ دارا می‌باشد (منظور از $T_n(x)$ چندجمله‌ای چبیشف مرتبه n است) [۱۴].

بنابراین با توجه به قضیه فوق، برای رسیدن به کمترین مقدار برای بیشینه مقدار خطا در درون یابی چندجمله‌ای نیوتن، صفرهای $T_n(x)$ به عنوان نقاط درون یابی انتخاب می‌شوند (در حالتی که بازه درون یابی $[a, b]$ باشد برای به دست آوردن نقاط درون یابی از جای گذاری خطی $x = \frac{1}{2}(a+b) + \frac{1}{2}(a-b)t$ استفاده می‌شود که t صفرهای چندجمله‌ای‌های چبیشف در بازه $[-1, 1]$ می‌باشند).

از طرفی همان طور که در بخش ۲ بیان شد، هنگام درون یابی عبارت $a_n(f) e^{j\phi_n(f)}$ با استفاده از درون یابی چندجمله‌ای پدیده رانج رخ می‌دهد. با توجه به توضیحات مذکور در این بخش و با هدف غلبه بر پدیده رانج و کم کردن مقدار خطا به کمترین مقدار خود، ریشه‌های چندجمله‌ای‌های چبیشف به عنوان نقاط درون یابی انتخاب می‌شود. بنابراین، درون یابی چندجمله‌ای نیوتن با استفاده از ریشه‌های چندجمله‌ای چبیشف به عنوان نقاط درون یاب، گزینه اصلی برای درون یابی فاکتور انتشار $a_n(f) e^{j\phi_n(f)}$ در این پژوهش می‌باشد.

۴- بازسازی پاسخ فرکانسی کانال فرایهین باند

در [۱۳] روشی نظام مند برای محاسبه تعداد نمونه‌های فرکانسی کافی (که محاسبات میدان‌های الکترومغناطیسی باید در آن‌ها انجام شود) برای انجام بازسازی دقیق پاسخ فرکانسی کانال در تمام پهنای باند هنگام به کار بردن درون یابی cubic B-spline معرفی شده است. حال در این قسمت روشی سیستماتیک برای محاسبه تعداد نمونه‌های فرکانسی کافی برای انجام بازسازی دقیق پاسخ فرکانسی کانال در تمام پهنای باند هنگام به کار بردن

۴-۲- ضرایب انتقال

برخورد یک پرتو به یک تیغه عایقی طبق رابطه زیر محاسبه می‌شود [۱۵]:

$$\tau(f) = \frac{(1-R^2)e^{-\gamma}}{1-R^2e^{-2\gamma}} \quad (11)$$

اما همان‌طور که در بخش قبل نشان داده شد، مقدار ماکزیمم رابطه (۱۱) برای دفعات پیاپی مشتق گرفت و $\tau^{(n)}(f)$ را حساب کرد. سپس مقدار ماکزیمم عبارت خطا طبق راه‌کار ذکر شده در بخش قبل برای بازسازی ضریب انتقال به دست می‌آید. بنابراین، فرکانس نمونه‌برداری برای بازسازی ضریب انتقال برای هر پرتو که با زاویه θ_i به آن دیوار برخورد می‌کند، به دست می‌آید و به صورت $\Delta f_T(\theta_i)$ در نظر گرفته می‌شود.

۴-۳- الگوی تابشی آنتن‌ها

برای بازسازی الگوی تابشی آنتن‌های فرستنده و گیرنده در کل باند با استفاده از توابع درون‌یاب چبیشف، باید مشتق‌های پیاپی الگوی تشعشعی را تا مرتبه n حساب کرد. بنابراین $n_{max}(\theta, \phi)$ یا به عبارتی حداکثر تعداد نمونه فرکانسی مورد نیاز برای بازسازی الگوی تشعشعی در زاویه (θ, ϕ) ، برای کم‌تر شدن خطای بازسازی از سطح آستانه موردنظر را به دست آورد. بنابراین فرکانس نمونه‌برداری از الگوی تشعشعی آنتن‌های فرستنده و گیرنده در هر زاویه به دست می‌آید و بصورت $\Delta f(\theta, \phi)$ در نظر گرفته می‌شود.

۴-۴- نمونه‌برداری فرکانسی و پس‌پردازش

قبل از انجام مرحله پس‌پردازش، دوره تناوب نمونه‌برداری از الگوهای تابشی آنتن‌های فرستنده و گیرنده که به ترتیب با $\Delta f_{TX}(\theta_{TX}, \phi_{TX})$ و $\Delta f_{RX}(\theta_{RX}, \phi_{RX})$ نمایش داده می‌شوند و $\Delta f_R(\theta_i)$ و $\Delta f_T(\theta_i)$ برای هر دیوار، محاسبه می‌شود (θ_{TX}, ϕ_{TX}) زاویه خروج پرتو از آنتن فرستنده است و (θ_{RX}, ϕ_{RX}) زاویه ورود پرتو به آنتن گیرنده است. جمله $a_n(f)e^{j\phi_n(f)}$ که در پاسخ فرکانسی پرتو n ام رسیده به گیرنده موجود است، از حاصل ضرب ضرایب بازتاب و انتقال و همچنین الگوهای تابشی آنتن‌های فرستنده و گیرنده حاصل شده است. بنابراین، با توجه به نتایج بیان شده در بخش ۴-۱، $\Delta f^{(total)}$ برای بازسازی $a_n(f)e^{j\phi_n(f)}$ با استفاده از تابع درون‌یاب چبیشف از رابطه زیر محاسبه می‌شود [۱۳]:

$$\frac{1}{\Delta f^{(total)}} = \frac{1}{\Delta f_{TX}(\theta_{TX}, \phi_{TX})} + \sum_{k=1}^K \frac{1}{\Delta f_{p_k}^{(k)}(\theta_{ik})} + \frac{1}{\Delta f_{RX}(\theta_{RX}, \phi_{RX})} \quad (12)$$

بنابراین برای هر پرتو که به گیرنده می‌رسد، محاسبات مربوط به

متوالی و الگوی تابشی آنتن‌های فرستنده و گیرنده را در خود دارد. بنابراین، به تفکیک در مورد بازسازی ضرایب بازتاب و انتقال و الگوی تابشی آنتن‌ها با جزئیات بیش‌تری صحبت خواهد شد.

۴-۱- ضرایب بازتاب

حال فرض کنید هدف به دست آوردن دوره تناوب نمونه‌برداری مورد نیاز برای بازسازی $\Gamma(f)$ با روش درون‌یابی چبیشف باشد. رابطه (۹) که خطای درون‌یابی چبیشف را نشان می‌دهد از دو بخش تشکیل شده است، یکی $f^{(n)}(\zeta)$ و بخش دیگر $\frac{1}{n!} \prod_{i=1}^n (x-x_i)$ می‌باشد. در $\frac{1}{n!} \prod_{i=1}^n (x-x_i)$ ها نقاط چبیشف می‌باشند $(x_i = \cos(\frac{2i-1}{m} \frac{\pi}{2}))$ و n تعداد نقاط درون‌یابی می‌باشد. بنابراین، بیشترین مقدار این بخش خطا به راحتی قابل محاسبه می‌باشد. مثلاً به ازای $n=10$ ، حداکثر مقدار این جمله $2/22 \times 10^{-4}$ می‌باشد و همچنین به ازای $n=15$ ، حداکثر مقدار این جمله $7/61 \times 10^{-8}$ می‌باشد. اما برای محاسبه $f^{(n)}(\zeta)$ در عبارت خطا باید توجه شود که دیوارهای محیط داخل ساختمان معمولاً با تیغه‌های عایقی مدل می‌شوند. برخورد یک پرتو با زاویه θ_i به تیغه‌ای با ضخامت d و ثابت عایقی $\epsilon_r = \epsilon_r' - j\epsilon_r''$ را در نظر بگیرید. در این صورت، ضریب بازتاب Γ از رابطه زیر محاسبه می‌شود [۱۵]:

$$\Gamma(f) = \frac{R(1-e^{-2\gamma})}{1-R^2e^{-2\gamma}} \quad (10)$$

که

$\gamma = jk_0 d (\epsilon_r' - j\epsilon_r'' - \sin^2 \theta_i)^{1/2} = f(j2\pi d (\epsilon_r' - j\epsilon_r'' - \sin^2 \theta_i)^{1/2})$ می‌باشد، k_0 ثابت انتشار فضای آزاد است و R نیز ضریب بازتاب فرنل^۱ برای تیغه عایقی مربوطه می‌باشد، با فرض کم‌اتلاف بودن دیوارهای محیط داخل ساختمان (که معمولاً فرض درستی است)، می‌توان ضرایب بازتاب فرنل را از فرکانس مستقل در نظر گرفت. بنابراین می‌توان از $\Gamma(f)$ به راحتی و برای دفعات پیاپی مشتق گرفت و $\Gamma^{(n)}(f)$ را حساب کرد و ماکزیمم مقدار آن را به دست آورد، سپس با ضرب در ماکزیمم مقدار به دست آمده از عبارت $\frac{1}{n!} \prod_{i=1}^n (x-x_i)$ می‌توان ماکزیمم مقدار خطا را به دست آورد. اما همان‌طور که رابطه (۱۰) نشان می‌دهد مقدار خطا به γ وابسته است و γ هم به θ_i وابسته می‌باشد و بنابراین مقدار خطا به θ_i وابسته می‌باشد. بنابراین، با توجه به این که عبارت خطا بر حسب n کمیتی نزولی است، به ازای هر θ_i می‌توان $n > 0$ را به نحوی یافت که $\bar{\epsilon}(\theta_i, n) \geq \epsilon_{th}$ و $\bar{\epsilon}(\theta_i, n+1) < \epsilon_{th}$ باشد (ϵ_{th} آستانه در نظر گرفته شده برای خطا می‌باشد که کمیتی اختیاری و مثبت و نزدیک به صفر می‌باشد).

جدول (۱): ضخامت دیوارهای مورد شبیه سازی [۱۳]

نوع دیوار	جنس دیوار	ضخامت (cm)
سقف و کف	بتن	۲۵
دیوارها	آجر	۲۰
درها	چوب	۴/۵
اتاقکها	چوب	۲
پنجرهها	شیشه	۰/۴

در شبیه سازی دوم، ابتدا $\Delta f^{(total)}$ محاسبه می شود و با توجه به پهنای باند کانال، تعداد نمونه های فرکانسی به دست می آید و سپس این تعداد نمونه براساس صفرهای تابع چیبیشف در پهنای باند $3/1-10/6$ GHz توزیع می شود و محاسبات میدان های پرتوها در این نمونه های فرکانسی انجام و سپس از درون یابی چندجمله ای براساس پایه نیوتن استفاده می شود. به عبارتی برای هر پرتو که به گیرنده می رسد، جمله $a_n(f)e^{j\phi_n(f)}$ در صفرهای تابع چیبیشف براساسی که بیان شد محاسبه و با گام فرکانسی $\Delta f = 5$ MHz بازسازی می شود. مقدار $\Delta f^{(total)}$ با توجه به دیوارهای مورد اصابت، مقادیر $\Delta f_{RX}(\theta_i)$ ، $\Delta f_T(\theta_i)$ ، Δf_{TX} و استفاده از رابطه (۱۲) به دست می آید و در حدود 700 MHz می باشد. در هر دو شبیه سازی، بهره مسیر و جذر میانگین مربعات گسترش تأخیر ملاک مقایسه دقت نتایج می باشند. نتایج شبیه سازی های مذکور در شکل های (۳-۴) آمده است. نتایج مربوط به شبیه سازی بهره مسیر و جذر میانگین مربعات گسترش تأخیر با استفاده از تابع درون یاب cubic B-spline در [۱۳] آمده است. زمان شبیه سازی ها در جدول (۲) آورده شده است. با دقت در همین جدول مشاهده می شود که بهره پس پردازش در روش چیبیشف نسبت به روش مرجع حداقل هفت برابر شده است و نسبت به روش cubic B-spline حدود 200% بهبود داشته است. منظور از بهره پس پردازش میزان بهبود زمان پس پردازش در ازای استفاده از روش درون یابی نسبت به زمان پس پردازش هنگام استفاده از روش مرجع می باشد و طبق رابطه زیر محاسبه می شود:

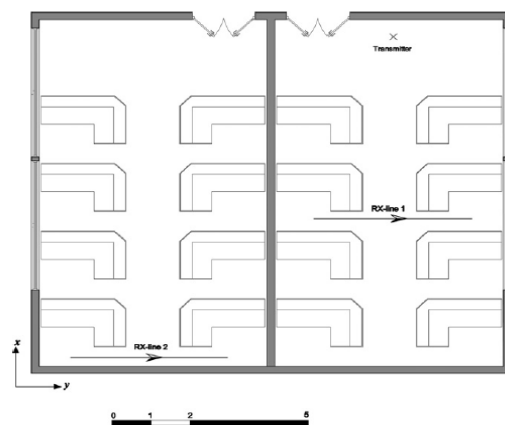
$$\frac{t^{(int)} - t^{(ref)}}{t^{(ref)}} \quad (13)$$

که در آن، $t^{(ref)}$ زمان شبیه سازی در روش مرجع می باشد و $t^{(int)}$ زمان شبیه سازی در روش درون یابی مورد نظر است. البته منظور از بهبود 200% بهره پس پردازش در روش درون یابی چندجمله ای نیوتن نسبت به روش درون یابی cubic B-spline، بهبود دوبرابری در زمان شبیه سازی نیست و فقط نشان دهنده این است که پارامتر تعریف شده بهره پس پردازش در روش درون یابی

آن با گام فرکانسی $\Delta f^{(total)}$ انجام شده است و با توجه به ملاحظاتی که ذکر شد، می توان آن ها را با استفاده از توابع درون یاب مناسب در کل باند فرکانسی (با گام $1/\max\{\tau_n\}_{n=1}^N$) بازسازی کرد. در قسمت نتایج عددی، نشان داده شده است که بار محاسباتی پس پردازش با استفاده از درون یابی چیبیشف، کاهش قابل ملاحظه ای خواهد داشت.

۵- نتایج عددی

یک محیط اداری نمونه با دو اتاق مطابق شکل (۲) برای شبیه سازی در نظر گرفته می شود. کف و سقف این محیط بتنی و دیوارهای محیط نیز آجری می باشند. جنس درها و اتاقکها از چوب و پنجرهها از جنس شیشه می باشند. ارتفاع سقف از کف 3 m و اتاقکها دارای ارتفاع $1/6$ m از کف می باشند. باند فرکانسی که شبیه سازی در آن انجام می شود باند UWB می باشد. ثابت عایقی اجزاء ساختمان در این باند براساس اطلاعات و اندازه گیری های انجام شده در [۱۶] انتخاب شده است. اجزاء ساختمان تیغه های عایقی می باشند و ضخامت آن ها مطابق جدول (۱) می باشد. آنتن های فرستنده و گیرنده از نوع آنتن های دیسک و مخروطی می باشند و الگوی تابشی آن ها طبق فرمول بندی موجود در [۱۱] لحاظ شده است. تعداد 100 نقطه گیرنده در امتداد هر یک از دو خط Rx-line1 (دید مستقیم) و Rx-line2 (دید غیرمستقیم) به عنوان گیرنده در نظر گرفته می شوند. ارتفاع آنتن های فرستنده و گیرنده از کف به ترتیب $2/5$ m و $1/2$ m است. ره گیری پرتوها تا 6 برخورد انجام می شود. در شبیه سازی نخست (پاسخ مرجع)، پس پردازش داده ها با گام $\Delta f = 5$ MHz انجام می شود. دلیل این انتخاب این است که با توجه به مرحله ره گیری هندسی پرتوها، می دانیم همه پرتوهای پرتوان دارای تأخیر ورود کم تر از 200 ns نسبت به اولین پرتوی رسیده به گیرنده می باشند. پس $\Delta f = 5$ MHz انتخاب می شود.



شکل (۲): نقشه ساختمان مورد شبیه سازی [۱۳]

همان‌طور که در جدول (۲) دیده می‌شود مقدار خطای نسبی متوسط در این روش‌های درون‌یابی کمتر از ۱٪ می‌باشد که در کاربردهای مهندسی این مقدار خطا، قابل قبول می‌باشد.

جدول (۲): نتایج شبیه‌سازی‌ها

خط دید غیر مستقیم	خط دید مستقیم	مسیر گیرنده
۱۰۰	۱۰۰	تعداد نقاط گیرنده
۳۳۷ ثانیه	۱۰۲۶ ثانیه	زمان پس‌پردازش پاسخ مرجع
۶۰ ثانیه	۱۹۸ ثانیه	زمان پس‌پردازش (cubic B-spline)
۴۴ ثانیه	۱۳۹ ثانیه	زمان پس‌پردازش در درون‌یابی چیبیشف
۱۰۰	۱۰۰	تعداد نقاط گیرنده
۰٫۸۱٪	۰٫۷۲٪	خطای نسبی متوسط در بهره مسیر در روش cubic B-spline
٪۰٫۴۹	٪۰٫۹۱	خطای نسبی متوسط در جذر میانگین مربعات گسترش تأخیر در روش cubic B-spline
٪۰٫۳۹	٪۰٫۳۷	خطای نسبی متوسط در بهره مسیر در روش چیبیشف
٪۰٫۱۸	٪۰٫۶۲	خطای نسبی متوسط در جذر میانگین مربعات گسترش تأخیر در روش چیبیشف
٪۰٫۵۶۱	٪۰٫۵۱۸	بهره پس‌پردازش با استفاده از cubic B-spline درون‌یابی
٪۰٫۷۶۶	٪۰٫۷۳۸	بهره پس‌پردازش با استفاده از درون‌یابی چیبیشف

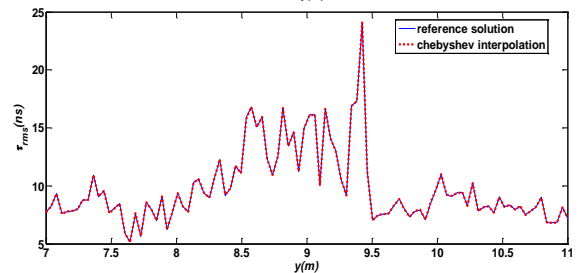
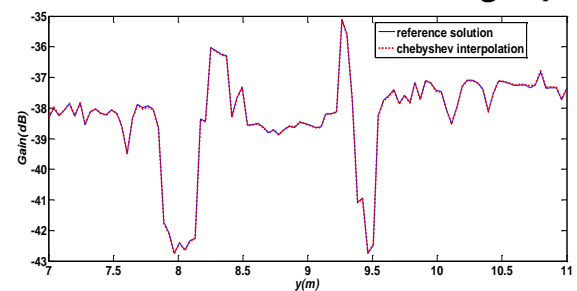
۶- نتیجه‌گیری

درون‌یابی چندجمله‌ای در بین روش‌های مختلف درون‌یابی به‌عنوان مناسب‌ترین گزینه برای کم‌کردن بار محاسباتی پس‌پردازش فرکانسی در مدل‌سازی انتشار فرایه‌ن‌باند امواج الکترومغناطیسی انتخاب شد. در ادامه درون‌یابی نیوتن به‌عنوان گزینه اصلی در بین روش‌های درون‌یابی چندجمله‌ای برگزیده شد. اما همان‌طور

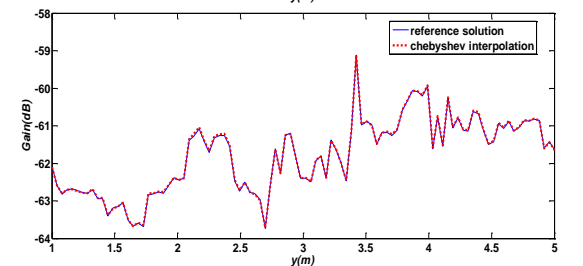
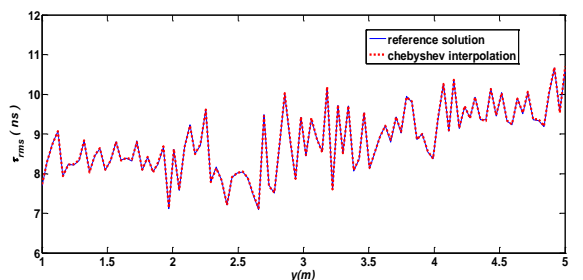
چندجمله‌ای نیوتن نسبت به مقدار همین پارامتر در روش cubic B-spline، ۲۰٪ بهبود داشته است. به‌عبارت ساده‌تر، بهره پس‌پردازش در روش درون‌یابی cubic B-spline، ۵۱۸٪ است (نسبت به روش مرجع) و در روش درون‌یابی چندجمله‌ای نیوتن ۷۳۸٪ می‌باشد (نسبت به روش مرجع). در هر نمودار خطای درون‌یابی از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left| \frac{x_n^{(int)} - x_n^{(ref)}}{x_n^{(ref)}} \right| \quad (14)$$

که $N=100$ تعداد نقاط گیرنده است. $x_n^{(int)}$ و $x_n^{(ref)}$ به‌ترتیب نتیجه حاصل از حل درون‌یابی و حل مرجع در n امین نقطه گیرنده می‌باشد.



شکل (۳): بهره مسیر و جذر میانگین مربعات گسترش تأخیر بازسازی شده با استفاده از درون‌یابی چیبیشف در قیاس با پاسخ مرجع در خط دید مستقیم



شکل (۴): بهره مسیر و جذر میانگین مربعات گسترش تأخیر بازسازی شده با استفاده از درون‌یابی چیبیشف در قیاس با پاسخ مرجع در خط دید غیر مستقیم

- [11] G. Tiberi, S. Bertini, W. Q. Malik, A. Monorchio, D. J. Edwards, and G. Manara, "Analysis of Realistic Ultrawideband Indoor Communication Channels by Using an Efficient Ray-Tracing Based Method," *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol. 57, pp. 777-785, 2009.
- [12] G. Tiberi, S. Bertini, A. Monorchio, F. Giannetti, and G. Manara, "Computationally efficient ray-tracing technique for modelling ultrawideband indoor propagation channels," *Microwaves, Antennas & Propagation, IET*, vol. 3, pp. 395-401, 2009.
- [13] V. Mohtashami and A. Shishegar, "Efficient ultrawideband propagation modelling by using the cubic B-spline function in ray tracing calculations," *IET microwaves, antennas & propagation*, vol. 6, pp. 1347-1358, 2012.
- [14] Å. Björck and G. Dahlquist, *Numerical methods in scientific computing*: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2008.
- [15] C. A. Balanis, *Advanced engineering electromagnetics* vol. 20: Wiley New York, 1989.
- [16] A. Muqaibel, A. Safaai-Jazi, A. Bayram, A. Attiya, and S. Riad, "Ultrawideband through-the-wall propagation," *IEE Proceedings-Microwaves, Antennas and Propagation*, vol. 152, pp. 581-588, 2005.

که بیان شد با اعمال این روش درون‌یابی بر پاسخ فرکانسی کانال پدیده رانج اتفاق می‌افتاد و برای غلبه بر این پدیده، نقاط درون‌یابی در درون‌یابی چندجمله‌ای نیوتن، ریشه‌های چندجمله‌ای چبیشف انتخاب شد. نتایج شبیه‌سازی نشان داد که می‌توان با استفاده از تابع درون‌یاب چندجمله‌ای نیوتن و نقاط درون‌یاب مناسب، تعداد فرکانس‌هایی که نیاز است محاسبات الکترومغناطیسی در آن‌ها انجام شود و در نتیجه زمان شبیه‌سازی را تا هفت برابر کاهش داد، بدون این‌که دقت محاسبات از بین برود. هم‌چنین مشاهده شد که کارایی محاسباتی این روش درون‌یابی نسبت به درون‌یابی cubic B-spline (که در پژوهش‌های پیشین معرفی شده‌است) حدود ۲۰٪ بهبود داشته است.

۷- مراجع

- [1] S. K. Yong and C.-C. Chong, "An overview of multigigabit wireless through millimeter wave technology: potentials and technical challenges," *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, no. 1(2006), pp.078907, 2007.
- [2] M. Boozari and A. Shishegar, "Indoor ultrawideband propagation modelling using Chebyshev interpolation in 60 GHz band based on ray tracing technique." in *Millimeter-Wave and Terahertz Technologies (MMWATT)*, 2014 third conference on, pp. 1-4, 2014.
- [3] G. L. Turin, F. D. Clapp, T. L. Johnston, S. B. Fine, and D. Lavry, "A statistical model of urban multipath propagation," *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*, vol. 21, pp. 1-9, 1972.
- [4] H. Xu, V. Kukshya, and T. S. Rappaport, "Spatial and temporal characteristics of 60-GHz indoor channels," *Selected Areas in Communications, IEEE Journal on*, vol. 20, pp. 620-630, 2002.
- [5] S. Y. Seidel and T. S. Rappaport, "Site-specific propagation prediction for wireless in-building personal communication system design," *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*, vol. 43, pp. 879-891, 1994.
- [6] S.-H. Chen and S.-K. Jeng, "An SBR/image approach for radio wave propagation in indoor environments with metallic furniture," *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol. 45, pp. 98-106, 1997.
- [7] E. J. Rothwell, "Efficient computation of the time-domain TM plane-wave reflection coefficient," *IEEE transactions on antennas and propagation*, vol. 53, pp. 3417-3419, 2005.
- [8] F. Saez de Adana, O. Gutiérrez, M. Navarro, and A. Mohan, "Efficient time-domain ray-tracing technique for the analysis of ultra-wideband indoor environments including lossy materials and multiple effects," *International Journal of Antennas and Propagation*, vol. 2009, 2010.
- [9] R. Hoppe, P. Wertz, G. Wolfle, and F. M. Landstorfer, "Wideband propagation modelling for indoor environments and for radio transmission into buildings," in *Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, 2000. PIMRC 2000. The 11th IEEE International Symposium on*, pp. 282-286, 2000.
- [10] G. G. Raju, *Dielectrics in electric fields* vol. 19: CRC press, 2003.

