

## مدل سازی تفنگ ریلی الکترومغناطیسی و تحلیل عملکرد آن

مجتبی الهیاری<sup>۱</sup>، عباس شیری<sup>۲\*</sup>

۱- کارشناس ارشد، ۲- استادیار، گروه قدرت، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی

(دریافت: ۹۸/۰۴/۱۱، پذیرش: ۹۸/۰۶/۱۶)

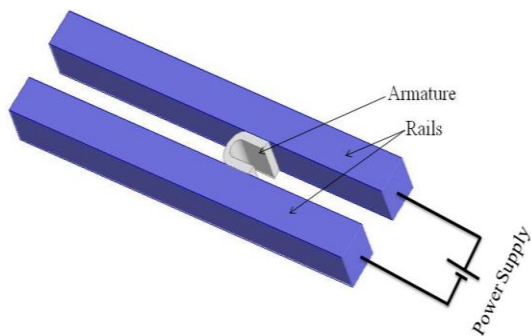
### چکیده

با توجه به این که تفنگ ریلی یک سامانه الکترومکانیکی است، حل هم‌زمان معادلات الکتریکی و مکانیکی آن، به راحتی قابل انجام نیست. در این مقاله، روشی بر پایه مدل مداری برای تحلیل تفنگ ریلی ارائه می‌شود که در آن ابتدا مدار معادل تفنگ ریلی استخراج شده و سپس معادلات دیفرانسیل بیان‌کننده فیزیک حاکم بر سامانه به دست می‌آید. سپس با استفاده از حل این معادلات به روش رانگ کوتای مرتبه ۴، به شبیه‌سازی تفنگ ریلی پرداخته می‌شود. مزیت اصلی روش ارائه شده، این است که با توجه به سریع بودن آن، می‌توان به راحتی در بحث بررسی حساسیت و بهینه‌سازی طراحی استفاده کرد؛ در صورتی که با استفاده از روش اجزای محدود، این موارد به واسطه کندی آن تقریباً غیرممکن است. در ادامه با استفاده از روش پیشنهادی، سامانه مورد نظر شبیه‌سازی شده و رفتار آن مورد مطالعه قرار گرفته است. همچنین تأثیر تغییرات پارامترهای ساختاری تفنگ ریلی بر روی سرعت، بازده و نیروی وارد بر آرمیچر بررسی شده است. برای تأیید نتایج به دست آمده، از روش اجزای محدود سه بعدی نقطه به نقطه استفاده شده که نتایج آن، نتایج روش ارائه شده را تأیید می‌کند.

**کلیدواژه‌ها:** پرتاب‌کننده الکترومغناطیسی، تفنگ ریلی، مدار معادل، اجزای محدود، بازده، نیروی الکترومغناطیسی

### ۱. مقدمه

پرتاب‌کننده‌های الکترومغناطیسی با توجه به ویژگی‌های مختلفی که دارند، اخیراً مورد توجه محققان قرار گرفته‌اند. پرتاب در سرعت‌های زیاد، باعث افزایش دقت هدف‌گیری، قدرت تخریب و احتمال بیشتر برخورد می‌شود. از میان انواع مختلف این پرتاب‌کننده‌ها، نوع تفنگ ریلی به دلیل قابلیت‌های بسیار بالایی که دارد از اهمیت خاصی برخوردار است. شکل (۱) نمایی ساده از یک تفنگ ریلی را نشان می‌دهد. در این شکل با اعمال یک پالس جریان بالا به ریل‌ها، جریان از ریل اول وارد شده و بعد از عبور از آرمیچر از ریل دوم برگشته و مسیر بسته می‌شود. این جریان عبوری از ریل‌ها باعث ایجاد میدان مغناطیسی می‌شود و آرمیچر که دارای جریان است داخل این میدان قرار گرفته و به آن نیروی لورنتز وارد شده و پرتاب می‌شود. امروزه استفاده از آرمیچر U شکل بسیار بیشتر شده است، زیرا در این نوع آرمیچر ضمن آن که زیاد بودن سطح مقطع تماس بین ریل‌ها و آرمیچر رعایت شده است؛ جرم آن نیز کمتر شده و همچنین از نظر آیرودینامیکی مقاومت هوای کمتری در مقابل خود می‌بیند؛ لذا با اعمال نیروی ثابت، شتاب بیشتری می‌گیرد.

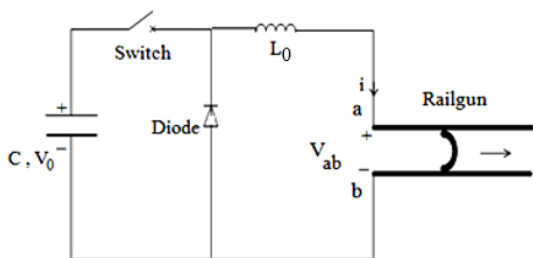


شکل (۱): ساختار تفنگ ریلی.

در سال‌های اخیر تحقیقات زیادی بر روی کمیت‌های مختلف تفنگ ریلی انجام شده است. در [۱] محاسبات گرادیان اندوکتانس و چگالی جریان به روش عددی انجام شده و با مقادیر آزمایشگاهی مقایسه شده است. همچنین در [۲-۳] تأثیرات هندسه ریل و آرمیچر بر روی توزیع چگالی جریان و گرادیان اندوکتانس بررسی شده است. در [۴] با استفاده از روش تخمین هوشمند در حوزه زمان، به محاسبه توزیع جریان در سطح ریل و فرمول پیشینه چگالی جریان برای ریل‌های مستطیلی و دایروی پرداخته شده است. در [۵] تفنگ‌های ریلی تقویت شده با یک جفت ریل اضافی در بین ریل‌ها معرفی شده و گرادیان اندوکتانس متقابل آن‌ها به عنوان تابعی از هندسه ریل‌ها و آرمیچر محاسبه

## ۲-۱. مدار معادل تفنگ ریلی

در مرجع [۱۱] یک نمونه عملی منبع تغذیه پالسی  $4/8 \text{ MJ}$  که شامل ۸ بخش  $600 \text{ kJ}$  بوده، به عنوان مدار تحریک تفنگ ریلی ساخته شده است. هر بخش از ۶ واحد  $100 \text{ kJ}$  تشکیل شده که هر واحد دارای یک بانک خازنی  $100 \text{ kJ}$ ، یک سلف، تریستور و یک دیود است. این منبع توانایی ایجاد جریان در حد مگا آمپر را در حدود چند میلی‌ثانیه دارد که به پرتابه‌های چند صد گرمی، سرعت خروج از دهانه ریل در حد کیلومتر بر ثانیه می‌دهد. در این قسمت یکی از واحدهای این منبع تغذیه را به عنوان مدار تحریک در نظر گرفته و آن را بررسی می‌نماییم ولی توجه شود که در واقعیت، انرژی کل مورد نیاز از مجموع تعداد زیادی از این واحدها به دست می‌آید. در شکل (۲) ساختار تفنگ ریلی که در نقاط  $a$  و  $b$  به مدار تحریک متصل بوده، نشان داده شده است. در این شکل بانک خازنی  $C$  با ولتاژ اولیه  $V_0$  به عنوان منبع تأمین انرژی تفنگ ریلی ایفای نقش می‌کند و سلف  $L_0$  برای جلوگیری از جریان ضربه‌ای ایجاد شده در زمان وصل شدن کلید استفاده می‌شود و به نوعی برای محافظت از بانک خازنی به کار گرفته شده است. دیود نیز به همراه یک مقاومت موازی قرار گرفته در انتهای ریل، برای زمانی که آرمیچر از انتهای ریل خارج شده است، جهت بسته شدن مدار و پیوسته ماندن جریان سلف  $L_0$  به کار می‌رود. البته این مقاومت موازی انتهای ریل در شکل (۲) نشان داده نشده است.



شکل (۲): تفنگ ریلی به همراه مدار تحریک.

در شکل (۲) با وصل شدن کلید و جاری شدن جریان  $i$  در مدار، ولتاژ دو سر تفنگ ریلی برابر است با:

$$v_{ab} = (R_{rail} + R_{arm})i + e_{emf} \quad (1)$$

که در آن،  $R_{rail}$  و  $R_{arm}$  به ترتیب مقاومت ریل‌ها و آرمیچر است و  $e_{emf}$  ولتاژ نیروی محرکه القایی است و به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$e_{emf} = \frac{d}{dt}(L(t)i(t)) = L(t)\frac{di(t)}{dt} + i(t)\frac{dL(t)}{dt} \quad (2)$$

$L$  در رابطه فوق اندوکتانسی است که از دو سر ریل دیده

شده و با تفنگ‌های ریلی ساده مقایسه شده است. مرجع [۶]، تأثیر جنس ریل و آرمیچر را بر عملکرد تفنگ ریلی بررسی کرده و نشان داده که فرم شیارهای داخلی ریل نیز بر روی تغییر شکل دادن قسمت‌های با دمای بالا مؤثر است. مرجع [۷] روابطی برای نیروی الکترومغناطیسی و انرژی جنبشی بر حسب پارامترهای الکتریکی در پرتاب‌کننده‌های الکترومغناطیسی غیر القایی ارائه کرده است. مرجع [۸] تأثیر باریک کردن ریل‌ها در امتداد مسیر حرکت آرمیچر را بر گرادیان اندوکتانس بررسی کرده و نشان داده که با باریک کردن ریل‌ها، گرادیان اندوکتانس افزایش یافته و در نهایت سرعت پرتاب تفنگ ریلی را بیشتر می‌کند. مرجع [۹] به بررسی اثر پوستی جریان که باعث داغ شدن نواحی کوچک از ریل‌ها می‌شود، پرداخته و نشان داده که این اثر پوستی باعث آسیب رساندن به ریل‌ها (خط کشیدن و کندن ریل‌ها) در شروع حرکت و سرعت‌های بالا می‌شود.

تمامی تحقیقات ذکر شده به نوعی با روش‌های عددی مرتبط بوده و ضعف روش‌های عددی زمان‌بر بودن آن‌ها است؛ از این‌رو، محققین همواره دنبال راه‌کاری برای جایگزینی روش‌های عددی نظیر روش المان محدود با روش‌های سریع‌تر بوده‌اند.

در [۱۰] روشی برای مدل‌سازی تفنگ ریلی به کمک مدار معادل آن ارائه شده است که خیلی سریع‌تر از روش‌های عددی است و در آن برای حل معادلات استخراجی از سیمولینک متلب استفاده شده است.

در مقاله پیش رو، روش مدل‌سازی تفنگ ریلی ارائه شده و برای حل معادلات دیفرانسیل استخراجی، از روش رانگ کوتای مرتبه ۴ استفاده شده است که سریع‌تر از سیمولینک اجرا شده و برای مسائل بهینه‌سازی و بررسی حساسیت، آزادی عمل بیشتری به ما می‌دهد. همچنین با استفاده از روش پیشنهادی، حساسیت خروجی‌های تفنگ ریلی نسبت به پارامترهای طراحی بررسی شده است. برای اعتبارسنجی، از روش اجزای محدود سه‌بعدی نقطه به نقطه استفاده شده است. در نهایت مزیت‌های مهم روش ارائه شده، بررسی و چالش‌های آن توضیح داده می‌شود.

## ۲. روش مدل‌سازی

در این بخش، ابتدا به تعیین مدار معادل تفنگ ریلی پرداخته شده و سپس با استفاده از این مدار معادل و اصول فیزیکی حاکم، معادلات دیفرانسیل تفنگ ریلی استخراج می‌شود. در انتها این معادلات به فرم فضای حالت تغییر داده شده و می‌توان آن‌ها را به روش سیمولینک یا رانگ کوتای مرتبه ۴ حل و تفنگ ریلی را شبیه‌سازی نمود.

بوده که شامل مقاومت کلید و کابل‌های انتقال و مقاومت موازی انتهایی ریل است. دو مقاومت متغیر و یک سلف متغیر در شکل (۴)، مدل کننده حرکت آرمیچر هستند.

### ۲-۱-۱. گرادیان مقاومت

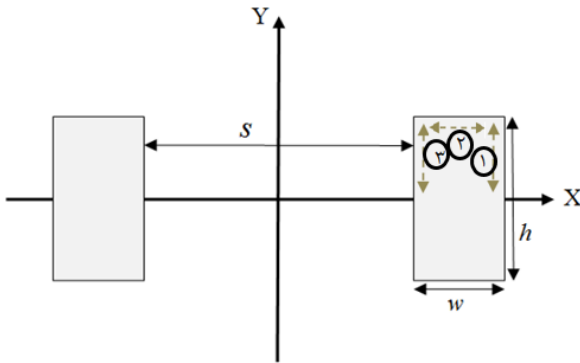
گرادیان مقاومت به سطح مقطع ریل‌ها و جنس آن‌ها بستگی دارد و توسط رابطه (۷) محاسبه می‌شود.

$$R' = \frac{2}{\sigma(w \times h)} \quad (7)$$

که در آن،  $\sigma$  ضریب رسانندگی ریل بوده و  $w$  و  $h$  مطابق شکل (۵)، به ترتیب ضخامت و ارتفاع ریل‌ها هستند. همچنین ضریب ۲ در این رابطه، نشان‌گر مسیر رفت و برگشت ریل است.

### ۲-۱-۲. گرادیان اندوکتانس

شکل (۵) ساختار ریل‌های مورد نظر که از نوع مستطیلی است را نشان می‌دهد.



شکل (۵): شکل هندسی ریل‌ها.

با توجه به ابعاد داده شده، می‌توان گرادیان اندوکتانس که یکی از پارامترهای مهم در پرتاب‌کننده‌های الکترومغناطیسی است را محاسبه نمود. همان‌طور که می‌دانیم اندوکتانس یک مدار با دو هادی موازی طولانی از شار مغناطیسی پیوندی در مدار ( $\Phi$ ) به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$L = \frac{\Phi}{I} \quad (8)$$

که در آن،  $L$  اندوکتانس و  $I$  جریان کل مدار است. برای مدار در نظر گرفته شده در اینجا، شار پیوندی متناظر با خطوط شار عبوری از محور  $X$  بین دو هادی است و چون ساختار مورد نظر نسبت به محور  $X$  متقارن است، پس  $H_x(x,0) = 0$  بوده و بنابراین، شار مغناطیسی پیوندی در واحد طول در راستای محور  $Z$  با رابطه (۹) برابر است.

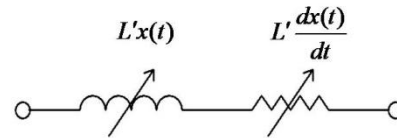
می‌شود و با توجه به حرکت آرمیچر، مقدار آن ثابت نیست؛ به طوری که تابعی از مکان قرارگیری آرمیچر است. اگر مکان آرمیچر با متغیر  $x$  نشان داده شود، داریم [۱۰]:

$$L(t) = L'x(t) \quad (3)$$

در رابطه (۳) ضریب  $L'$  گرادیان اندوکتانس (اندوکتانس در واحد طول) بوده و واحدش  $H/m$  است. با جای‌گذاری رابطه (۳) در رابطه (۲) داریم:

$$e_{emf} = L'x(t) \frac{di(t)}{dt} + L' \frac{dx(t)}{dt} i(t) \quad (4)$$

با توجه به رابطه (۴)، می‌توان آن را به صورت ترکیب سری یک سلف متغیر و یک مقاومت متغیر مشابه شکل (۳) در نظر گرفت.



شکل (۳): مدار مدل کننده نیروی محرکه القایی.

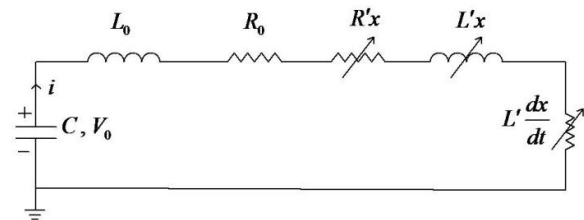
حال با توجه به این که مقاومت ریل با حرکت آرمیچر تغییر می‌کند، ضریبی به نام گرادیان مقاومت  $R'$  تعریف می‌شود و مقاومت ریل برابر است با [۱۰]:

$$R_{rail} = R'x(t) \quad (5)$$

بنابراین، ولتاژ دو سر تفنگ ریلی را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$v_{ab} = R_{am} i(t) + R'x(t) i(t) + L'x(t) \frac{di(t)}{dt} + L' \frac{dx(t)}{dt} i(t) \quad (6)$$

رابطه (۶) بیان کننده مدار معادل تفنگ ریلی بوده و می‌توان آن را به هر مدار تحریکی مانند شکل (۴) متصل نمود.



شکل (۴): مدار معادل تفنگ ریلی به همراه مدار تحریک آن.

در شکل (۴)،  $C$  بانک خازنی با ولتاژ اولیه  $V_0$ ،  $L_0$  اندوکتانس مدار تحریک و اتصالات و  $R_0$  مقاومت مدار تحریک

مقطع، رابطه‌ای معکوس با گرادیان اندوکتانس دارد؛ یعنی با افزایش سطح مقطع ریل‌ها (افزایش  $w$  یا  $h$  یا هر دو) گرادیان اندوکتانس کاهش می‌یابد و با کاهش سطح مقطع، گرادیان اندوکتانس افزایش می‌یابد. ولی در مورد فاصله دو ریل از هم، موضوع متفاوت است؛ یعنی با افزایش  $s$ ، گرادیان اندوکتانس افزایش و با کاهش آن گرادیان اندوکتانس کاهش می‌یابد. نکته مهمی که باید به آن توجه کرد این است که گرادیان اندوکتانس به نسبت ابعاد ریل وابسته است نه خود آن‌ها؛ یعنی چنانچه ابعاد ریل‌ها و فاصله آن‌ها از هم را دو برابر کنیم گرادیان اندوکتانس ثابت می‌ماند. در این مقاله، از رابطه (۱۴) برای محاسبه اندوکتانس استفاده می‌شود.

در انتها باید دقت کرد که در استفاده از روش تخمین هوشمند در مرجع [۱۲]، نسبت‌های بزرگتر از یک برای  $w/h$  و  $s/h$  در نظر گرفته نشده است. بنابراین، می‌توان بیان کرد که اعداد به‌دست‌آمده از آن برای نسبت‌های بالاتر از یک معتبر نیست و این رابطه برای نسبت‌های  $w/h$  و  $s/h$  بین صفر تا یک معتبر است. برای نسبت‌های بالاتر از یک، می‌توان از رابطه (۱۰) استفاده کرد.

## ۲-۲. استخراج معادلات دیفرانسیل

با توجه به این که تفنگ ریلی یک سامانه الکترومکانیکی است، بنابراین باید هم معادلات دیفرانسیل الکتریکی و هم مکانیکی آن را که به نوعی مدل‌کننده رفتار سامانه است، به‌دست آورد.

در معادلات دیفرانسیل الکتریکی، شرایط اولیه، ولتاژ اولیه خازن و جریان اولیه سلف است که به‌دلیل این که کلید در ابتدا در حالت قطع است، پس جریان اولیه سلف صفر بوده و شرایط اولیه الکتریکی به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{cases} V_c(t=0) = V_0 \\ i(t=0) = I_0 = 0 \end{cases} \quad (15)$$

در معادلات دیفرانسیل مکانیکی، شرایط اولیه، مکان اولیه آرمیچر و سرعت اولیه آن است؛ پس شرایط اولیه مکانیکی به‌صورت زیر است:

$$\begin{cases} x(t=0) = x_0 \\ \frac{dx}{dt}(t=0) = v_0 \end{cases} \quad (16)$$

با اعمال KVL به مدار معادل شکل (۴)، داریم:

$$\begin{aligned} V_0 + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt + L_0 \frac{di(t)}{dt} + R_0 i(t) + R' x(t) i(t) + \\ L' x(t) \frac{di(t)}{dt} + L' \frac{dx(t)}{dt} i(t) = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

$$\phi' = L'I = \mu_0 \int_{-s/2}^{s/2} H_y(x,0) dx \quad (9)$$

که در آن،  $L'$  گرادیان اندوکتانس است. با توجه به تقارن موجود در ساختار مورد نظر نسبت به محورهای  $X$  و  $Y$ ، با انجام پاره‌ای محاسبات ریاضی، گرادیان اندوکتانس به‌صورت زیر به‌دست می‌آید [۱]:

$$L' = \frac{2A_1}{I} \quad (10)$$

که در آن،  $A_1$  بردار پتانسیل مغناطیسی ثابت در سطح هادی در ربع اول است. جریان کل مدار  $I$  از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$I = \int_0^{R^k} j_z^k(\sigma^k) d\sigma^k \quad (11)$$

در رابطه فوق،  $\sigma^k$  برابر طول قوس در امتداد سطح هادی  $k$  از ۰ تا  $R^k$  است.  $j_z^k(\sigma^k)$  چگالی جریان در امتداد سطح هادی  $k$  در رابطه زیر صدق می‌کند:

$$A_z^k(x, y) = \int_0^{R^k} j_z^k(\sigma^k) \cdot a_z(x, y; x_k, y_k) d\sigma^k \quad (12)$$

که در آن،  $A_z^k(x, y)$  بردار پتانسیل مغناطیسی در  $(x, y)$  ناشی از شارش تمام جریان در هادی  $k$  است. همچنین بردار پتانسیل مغناطیسی در  $(x, y)$  متناظر با جریان  $j_z^k(\sigma^k)$  از رابطه زیر محاسبه می‌شود [۱]:

$$\begin{aligned} a_z(x, y; x_k, y_k) = -\frac{\mu_0}{2\pi} \{ \ln[(x-x_k)^2 + (y-y_k)^2]^{1/2} + \ln[(x-x_k)^2 + (y+y_k)^2]^{1/2} \\ + \ln[(x+x_k)^2 + (y-y_k)^2]^{1/2} + \ln[(x+x_k)^2 + (y+y_k)^2]^{1/2} \} \end{aligned} \quad (13)$$

به‌طوری که ملاحظه می‌شود استفاده از رابطه (۱۰) برای محاسبه گرادیان اندوکتانس فرآیندی زمان‌بر است و برای تحلیل حساسیت و به‌خصوص بهینه‌سازی کارساز نیست. مرجع [۱۲] با استفاده از روش تخمین هوشمند و با فرض این‌که جریان به‌صورت ایده‌آل و از سطح ریل‌ها می‌گذرد، رابطه‌ای برای محاسبه گرادیان اندوکتانس به‌صورت زیر ارائه داده است:

$$L' = \frac{10^{-6}}{0.5986 \frac{h}{s} + 0.9683 \frac{h}{s+2w} + 4.3157 \frac{1}{\ln(\frac{4(s+w)}{w})} - 0.7831} \quad (14)$$

همان‌طور که دیده می‌شود گرادیان اندوکتانس فقط به پارامترهای ابعادی ریل‌ها از قبیل ضخامت  $w$  ارتفاع  $h$  و فاصله بین دو ریل  $s$  وابسته است. با بررسی تأثیر تغییرات هر یک از این سه پارامتر بر گرادیان اندوکتانس مشخص می‌شود که سطح

$$\begin{cases} \frac{d^2x(t)}{dt^2} = \frac{L'}{2m} i^2(t) \\ \frac{dx(0)}{dt} = v_0, x(0) = x_0 \end{cases} \quad (24)$$

در این رابطه،  $m$  جرم آرمیچر است. بنابراین، معادلات دیفرانسیل الکتریکی و مکانیکی تفنگ ریلی به دست آمد که عبارت از دو معادله دیفرانسیل مرتبه دوم است و می توان آن را به فضای حالت برده و تبدیل به چهار معادله دیفرانسیل مرتبه اول به صورت زیر نمود:

$$\begin{cases} \dot{i}(t) = \frac{1}{L_0 + L'x(t)} \times \\ \left( -v_c(t) - \left( R_0 + R'x(t) + L' \frac{dx(t)}{dt} \right) i(t) \right) \\ \dot{v}_c(t) = \frac{1}{C} i(t) \\ \dot{x}(t) = \frac{dx(t)}{dt} \\ \frac{d\dot{x}(t)}{dt} = \frac{L'}{2m} i^2(t) \end{cases} \quad (25)$$

### ۳. حل معادلات دیفرانسیل

در مرجع [۱۰] معادلات استخراجی با استفاده از سیمولینک متلب حل شده است، ولی این روش برای مسائل بهینه سازی و بررسی حساسیت مناسب نیست. راه کاری که در این مقاله ارائه شده، حل معادلات دیفرانسیل با استفاده از روش رانگ کوتای مرتبه ۴ است. روش رانگ کوتای مرتبه ۴ برای سامانه مذکور نسبت به سایر روش های عددی حل معادلات دیفرانسیل، دارای دقت و همگرایی مناسب تری بوده و این روش ضمن این که نتایج یکسانی با سیمولینک متلب دارد، از آن سریع تر بوده و در آن به راحتی می توان به انجام بهینه سازی و بررسی حساسیت پرداخت. چرا که در آن می توان با انجام کدنویسی های ساده، حل معادلات مذکور را به صورت یک تابع تعریف کرد و در بهینه سازی و بررسی حساسیت از آن استفاده نمود.

برای حل معادله دیفرانسیل  $w' = f(t, w)$  با شرط اولیه  $w(t_0) = w_0$  به روش رانگ کوتا، ابتدا بازه مورد نظر، مشخص شده و از نقطه شروع که مقدار آن شامل شرط اولیه است، شروع می شود و در هر گام مقدار تابع با استفاده از نقطه قبلی محاسبه می شود تا به انتهای بازه رسید. در این روش، رابطه ای بازگشتی با مقادیر کمکی  $k_1, k_2, k_3$  و  $k_4$  به صورت زیر استفاده می شود:

$$w_{i+1} = w_i + a \times k_1 + b \times k_2 + c \times k_3 + d \times k_4 \quad (26)$$

به طوری که همواره  $a+b+c+d=1$  است و مقادیر  $a, b, c$  و  $d$  اعداد مثبتی هستند. در مرتبه ۴ از این روش، ضرایب  $a, b, c$  و  $d$  به صورت زیر به دست می آیند:

از آن جا که رابطه (۱۷) یک رابطه انتگرالی - دیفرانسیلی است، پس با یک بار مشتق گیری از آن به رابطه زیر می رسیم:

$$\begin{aligned} \frac{1}{c} i(t) + L_0 \frac{d^2i(t)}{dt^2} + R_0 \frac{di(t)}{dt} + R'x(t) \frac{di(t)}{dt} + \\ R'i(t) \frac{dx(t)}{dt} + L'x(t) \frac{d^2i(t)}{dt^2} + L' \frac{di(t)}{dt} \frac{dx(t)}{dt} + \\ L' \frac{dx(t)}{dt} \frac{di(t)}{dt} + L'i(t) \frac{d^2x(t)}{dt^2} = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

همان طور که دیده می شود، شرط اولیه  $V_0$  در این معادله دیده نمی شود؛ بنابراین، با حل رابطه (۱۷) برای لحظه  $t=0$  و قرار دادن  $i(0)=0$  خواهیم داشت:

$$\frac{di(0)}{dt} = \frac{V_0}{L_0 + L'x_0} \quad (19)$$

بنابراین، معادله دیفرانسیل الکتریکی به همراه شرایط اولیه به صورت زیر به دست می آید:

$$\begin{cases} \frac{d^2i(t)}{dt^2} (L_0 + L'x(t)) + \frac{di(t)}{dt} \\ \times \left( R_0 + R'x(t) + 2L' \frac{dx(t)}{dt} \right) \\ + i(t) \left( \frac{1}{C} + R' \frac{dx(t)}{dt} + L' \frac{d^2x(t)}{dt^2} \right) = 0 \\ \frac{di(0)}{dt} = \frac{V_0}{L_0 + L'x_0}, i(0) = 0 \end{cases} \quad (20)$$

برای استخراج معادله دیفرانسیل مکانیکی، برای سادگی از تأثیر مقاومت هوا و اصطکاک مکانیکی صرف نظر شده است. در این قسمت به دلیل آن که هیچ هسته آهنی در ساختار وجود ندارد، اشباعی نخواهیم داشت و سامانه خطی است، لذا انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی با شبه انرژی برابر است؛ یعنی:

$$W'_{fld} = \frac{1}{2} Li^2 \quad (21)$$

در رابطه فوق،  $W'_{fld}$  شبه انرژی بوده که با اندوکتانس  $L$  و توان دوم جریان رابطه دارد. حال بر اساس اصول تبدیل انرژی الکترومکانیکی، نیروی وارد شده به آرمیچر برابر است با:

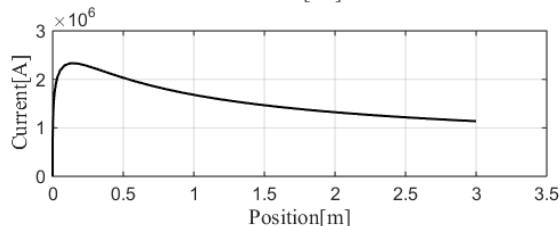
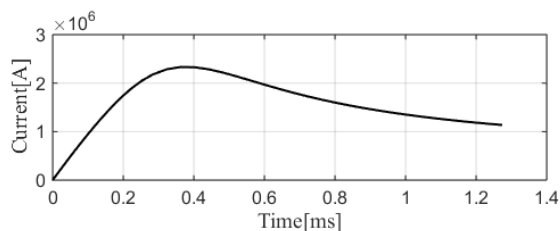
$$F = \frac{\partial W'_{fld}}{\partial x} (i, x) \Big|_{i=con.} \quad (22)$$

بر اساس روابط (۲۱) و (۲۲)، داریم:

$$F = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{2} Li^2 \right) \Big|_{i=con.} \Rightarrow F = \frac{1}{2} \frac{dL}{dx} i^2 \quad (23)$$

بر اساس قانون دوم نیوتن و رابطه (۲۳)، معادله دیفرانسیل مکانیکی تفنگ ریلی به صورت زیر به دست می آید:

دلیل بالا به دست آمده است که در سامانه مذکور، تمامی پارامترها نیز به نسبت، بزرگ هستند و قرار است که پرتابه ۲۰۰ گرمی با سرعت بسیار بالایی در مدت کوتاهی (۱/۳ms) پرتاب شود که این خود، تولید جریان زیادی را می‌طلبد. شکل (۷) تغییرات ولتاژ ذخیره شده در خازن بر حسب زمان و مکان آرمیچر را نشان می‌دهد که از مقدار اولیه ۲۰۰۰V شروع شده و با تخلیه‌ی خازن در نهایت به ۱۵۹۲۷ می‌رسد. در شکل (۸) تغییرات مکان آرمیچر بر حسب زمان نشان داده شده است. ملاحظه می‌شود که شیب نمودار که بیان‌گر سرعت است، رو به افزایش است. مدت زمانی که طول می‌کشد تا آرمیچر از دهانه‌ی انتهایی ریل خارج شود، حدود ۱/۳ms است. در شکل (۹) تغییرات سرعت آرمیچر بر حسب زمان و مکان آرمیچر دیده می‌شود که از مقدار ۰ (که همان سرعت اولیه است) شروع شده و در نهایت به سرعت پرتابه ۴۳۳۰ m/s می‌رسد. شکل (۱۰) تغییرات نیروی وارد شده بر آرمیچر بر حسب زمان و مکان را نشان می‌دهد. به طوری که ملاحظه می‌شود روند تغییرات نیرو با توجه به شکل (۶) و مطابق رابطه (۲۳) با توان دوم جریان متناسب است و نیرو در لحظه پرتاب برابر ۳۱۱۵۲۸ N است. شکل (۱۱) بازده در حین فرآیند پرتاب را نشان می‌دهد. لازم به ذکر است که معمولاً بازده در لحظه خروج آرمیچر از انتهای ریل‌ها بیشتر مد نظر قرار می‌گیرد که در اینجا حدود ۵۱٪ است. ذکر این نکته ضروری است که در نظر گرفتن بازده لحظه پرتاب به‌عنوان کمیت جایگزین بازده فرآیند پرتاب، منطقی است؛ زیرا در تفنگ ریلی در فرآیند پرتاب، بازده بر حسب زمان دائماً افزایشی بوده و چنانچه بازده لحظه پرتاب بیشتر باشد می‌توان نتیجه گرفت که کل بازده در فرآیند پرتاب بیشتر بوده و اگر بازده لحظه پرتاب کم باشد، این نشان‌دهنده آن است که کل بازده در فرآیند پرتاب کم بوده است.



شکل (۶): تغییرات جریان بر حسب زمان و مکان.

$$a = d = \frac{1}{6}, \quad b = c = \frac{2}{6} \quad (27)$$

بنابراین، رابطه بازگشتی به صورت زیر خواهد شد:

$$w_{i+1} = w_i + \frac{k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4}{6} \quad (28)$$

مقادیر کمکی در این رابطه، به صورت زیر محاسبه می‌شوند.

$$\begin{aligned} k_1 &= h \times f(t_i, w_i) \\ k_2 &= h \times f\left(t_i + \frac{h}{2}, w_i + \frac{k_1}{2}\right) \\ k_3 &= h \times f\left(t_i + \frac{h}{2}, w_i + \frac{k_2}{2}\right) \\ k_4 &= h \times f(t_i + h, w_i + k_3) \end{aligned} \quad (29)$$

در محاسبه مقادیر کمکی  $k_1, k_2, k_3$  و  $k_4$  در روابط بالا،  $h$  پله‌های زمانی در نظر گرفته می‌شود و برابر با طول زمان کل تقسیم بر تعداد تکرارها است. در دستگاه معادلات دیفرانسیل، مقادیر علاوه بر این که تابع نقطه قبلی است، تابع مقادیر  $k$ های سایر معادلات نیز است.

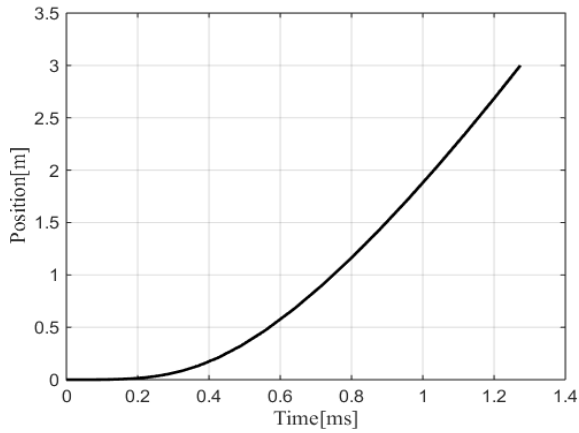
#### ۴. نتایج شبیه‌سازی

در جدول (۱) مقادیر پارامترهای در نظر گرفته شده برای تفنگ ریلی نشان داده شده است. با استفاده از این مقادیر، معادلات دیفرانسیل سامانه به روش رانگ کوتای مرتبه ۴ حل شده و نتایج در ادامه آورده می‌شود.

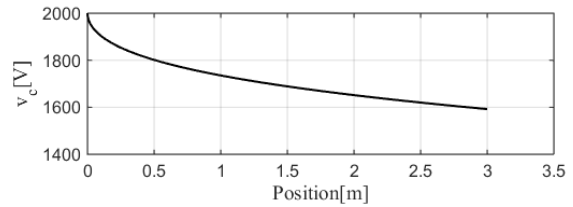
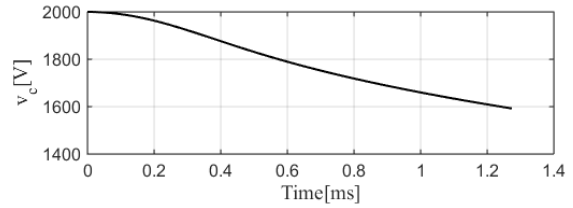
جدول (۱): پارامترهای تفنگ ریلی مورد نظر برای شبیه‌سازی.

نماد	مقدار	پارامتر
$C$	۵	ظرفیت خازنی (F)
$m$	۰/۲	جرم آرمیچر (kg)
$V_0$	۲۰۰۰	ولتاژ اولیه خازن (V)
$L_0$	۰/۲	اندوکتانس مدار تحریک ( $\mu\text{H}$ )
$R_0$	۰/۲	مقاومت مدار تحریک (m $\Omega$ )
$x_0$	۰	مکان اولیه آرمیچر (m)
$v_0$	۰	سرعت اولیه آرمیچر (m/s)
$l$	۳	طول ریل (m)
$w$	۰/۲	ضخامت ریل (m)
$h$	۰/۱۶۹۶۸	ارتفاع ریل (m)
$s$	۰/۲	فاصله دو ریل (m)

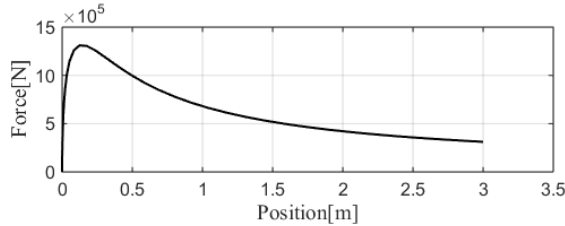
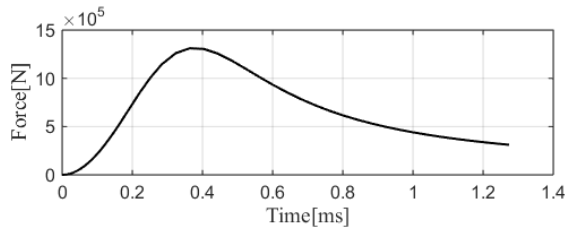
در شکل (۶) تغییرات جریان بر حسب زمان به‌عنوان ورودی سامانه و نیز جریان بر حسب مکان آرمیچر نشان داده شده است. ملاحظه می‌شود که جریان از صفر شروع به افزایش کرده و به مقدار بیشینه‌ای می‌رسد که علت آن، وجود یک سلف برای جلوگیری از جریان ضربه‌ای در مدار تحریک است. با تبدیل انرژی ذخیره شده خازن به انرژی جنبشی آرمیچر، از ولتاژ خازن کاسته شده و به تبع آن جریان نیز کم می‌شود. دامنه جریان به این



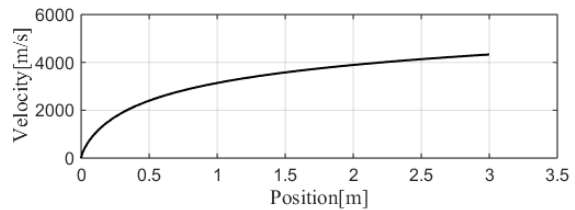
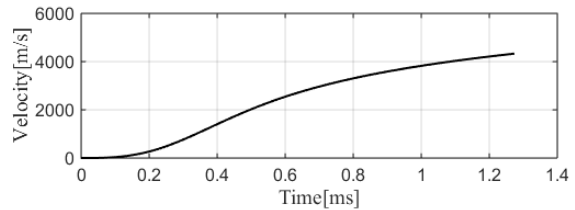
شکل (۸): تغییرات مکان آرمیچر بر حسب زمان.



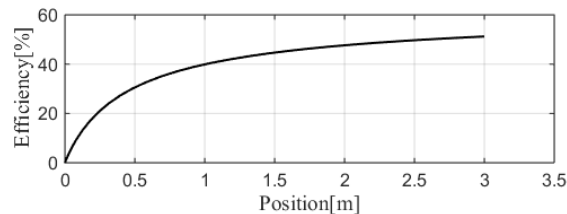
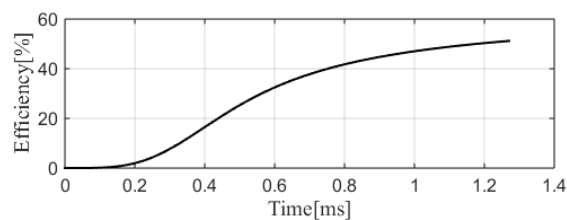
شکل (۷): تغییرات ولتاژ خازن بر حسب زمان و مکان.



شکل (۱۰): تغییرات نیروی وارد شده بر آرمیچر بر حسب زمان و مکان.



شکل (۹): تغییرات سرعت آرمیچر بر حسب زمان و مکان.



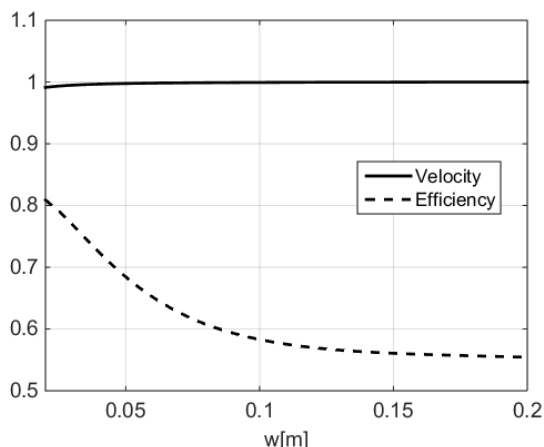
شکل (۱۱): تغییرات بازده بر حسب زمان و مکان.

می‌دهد و در طراحی و انتخاب پارامترهای ساختاری کمک شایانی می‌کند. یکی از مزیت‌های مهم روش مدل مداری ارائه شده، امکان استفاده از آن برای بررسی حساسیت است که این قابلیت به واسطه سرعت بالای اجرای آن نسبت به روش المان

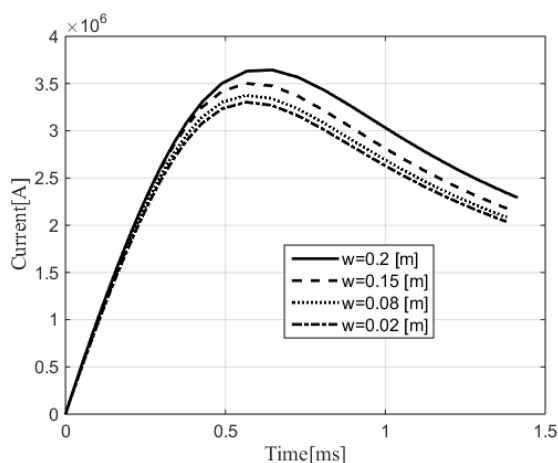
## ۵. بررسی حساسیت

بررسی تأثیر هر یک از پارامترهای تفنگ ریلی بر عملکرد آن یا به اصطلاح بررسی حساسیت، دید کلی نسبت به تفنگ ریلی

ملاحظه شود) و این باعث می‌شود که تلفات کمتر شده و بازده افزایش یابد. در شکل (۱۸) که مربوط به تأثیر تغییرات ظرفیت بانک خازنی بر سرعت و بازده لحظه پرتاب است، ملاحظه می‌شود که با افزایش ظرفیت بانک خازنی سرعت خروجی بیشتر می‌شود، در حالی که در بازه مورد نظر به‌ازای C برابر  $0.23166F$ ، بیشترین بازده پرتاب را داریم. شکل (۱۹) مربوط به شکل موج‌های جریان برای چند مقدار مختلف ظرفیت بانک خازنی است. به‌ازای ظرفیت بانک خازنی برابر با  $0.105F$  شکل موج جریان میرای ضعیف (زیرمیرا) است. مدار معادل تفنگ ریلی یک مدار RLC سری است و همان‌طور که می‌دانیم برای این مدار سه حالت ممکن است اتفاق بیفتد: فوق میرا (میرایی شدید)، میرایی بحرانی و زیرمیرا (میرایی ضعیف). وقوع هر یک از این حالت‌ها بستگی به مقادیر مقاومت، اندوکتانس و خازن دارد. نکته‌ای که وجود دارد این است که هر چه مقدار R و C بزرگ‌تر و مقدار L کوچک‌تر باشد، در این صورت مدار به حالت فوق میرا نزدیک‌تر می‌شود و بر عکس هر چه مقدار R و C کوچک‌تر و مقدار L بزرگ‌تر باشد در این حالت مدار به حالت زیر میرا نزدیک‌تر است.



شکل (۱۲): تأثیر تغییر ضخامت ریل‌ها بر سرعت و بازده پرتاب.



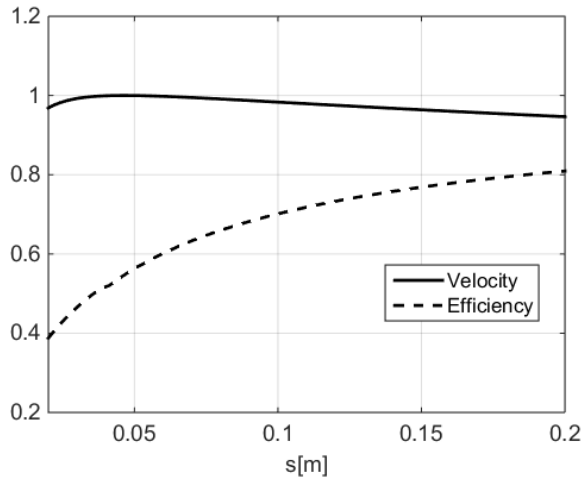
شکل (۱۳): تأثیر تغییر ضخامت ریل‌ها بر جریان آرمیچر.

محدود می‌باشد. در این قسمت، در هر حالت با تغییر یکی از پارامترهای ساختاری، تأثیر آن بر سرعت و بازده تفنگ ریلی در لحظه خروج آرمیچر از انتهای ریل، بررسی می‌شود. در شکل‌های (۱۷-۱۲) تأثیر پارامترهای ابعادی تفنگ ریلی بر عملکرد آن ملاحظه می‌شود.

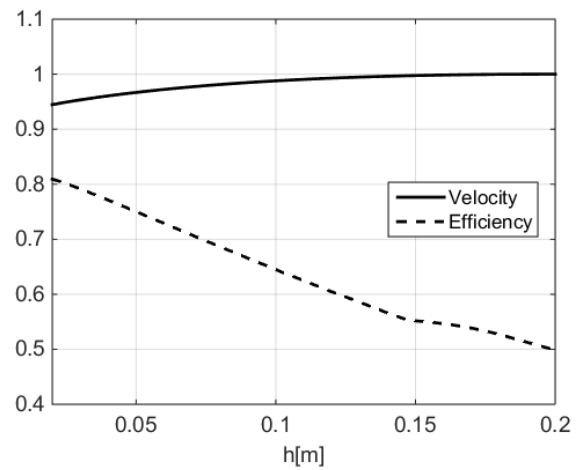
با تغییر دادن پارامترها، بیشترین مقدار سرعت پرتابی به‌دست آمده،  $4615m/s$  است و برای کاهش تعداد نمودارها، بررسی حساسیت سرعت و بازده خروجی برای هر پارامتر در یک نمودار رسم شده است. برای این کار سرعت، تقسیم بر بیشترین مقدار ممکن شده و به‌عبارتی نرمالیزه شده است.

در شکل (۱۲) تأثیر تغییر ضخامت ریل‌ها بر روی سرعت و بازده پرتاب آورده شده است. با توجه به این شکل ملاحظه می‌شود که با افزایش ضخامت ریل‌ها، بازده کمتر شده در حالی که سرعت خروجی به‌صورت بسیار کم، افزایش می‌یابد. این تغییرات در شکل (۱۴) برای ارتفاع ریل‌ها نیز صدق می‌کند، با این تفاوت که تأثیر افزایش ارتفاع ریل‌ها در افزایش سرعت تا حدی بیشتر از تأثیر افزایش ضخامت ریل‌ها است. در توجیه کاهش بازده خروجی با افزایش w یا h (به عبارتی سطح مقطع ریل‌ها)، باید گفت که با افزایش سطح مقطع ریل‌ها، درست است که گرادیان مقاومت و گرادیان اندوکتانس آن‌ها کم شده ولی این باعث می‌شود که جریان بیشتری در مدار جاری شود. افزایش توان دوم جریان بر کاهش گرادیان مقاومت غلبه کرده و در نهایت تلفات افزایش یافته و باعث کاهش بازده خروجی می‌شود. در توجیه افزایش سرعت خروجی با افزایش سطح مقطع، می‌توان گفت که با افزایش سطح مقطع، نیروی وارد بر آرمیچر در لحظه پرتاب بیشتر شده و در نتیجه سرعت آرمیچر در لحظه پرتاب بیشتر می‌شود. شکل‌های (۱۳) و (۱۵) مربوط به شکل موج‌های جریان به‌ترتیب برای مقادیر مختلف ضخامت و ارتفاع ریل‌ها است. افزایش جریان عبوری از تفنگ ریلی با افزایش سطح مقطع ریل‌ها، در شکل‌های (۱۳) و شکل (۱۵) نیز دیده می‌شود. در این شکل‌ها و شکل‌های بعدی جریان، جایی که نمودار قطع شده است، مربوط به زمانی است که آرمیچر از انتهای ریل پرتاب شده است. در شکل (۱۶) که تأثیر فاصله دو ریل را بر روی سرعت و بازده در لحظه پرتاب نشان می‌دهد، اگر صرفاً زیاد شدن سرعت خروجی دارای اولویت باشد، در بازه  $[0.2-0.4]m$ ، متر، s را باید برابر  $0.4571$  متر در نظر گرفت ولی اگر صرفاً زیاد شدن بازده خروجی مهم باشد، s را باید بیشترین مقدار در نظر گرفت و چنان‌چه هر دو سرعت خروجی و بازده مهم باشد، با توجه به نمودار، گزینه‌های متعددی داریم. در همین شکل با افزایش فاصله ریل‌ها از هم، گرادیان اندوکتانس افزایش می‌یابد و در نتیجه جریان عبوری از تفنگ ریلی کاهش یافته (شکل (۱۷))

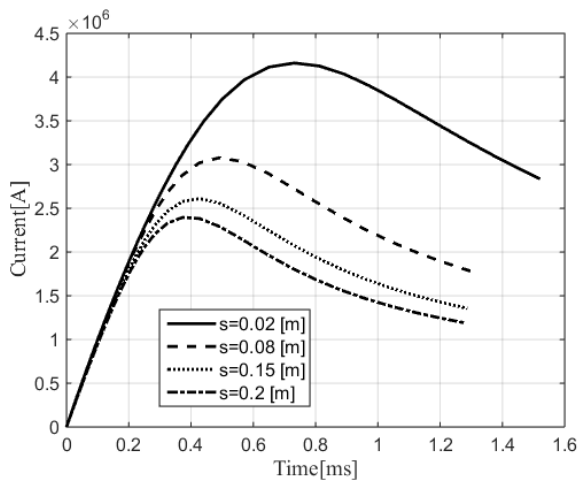




شکل (۱۴): تأثیر تغییر ارتفاع ریل‌ها بر سرعت و بازده پرتاب.

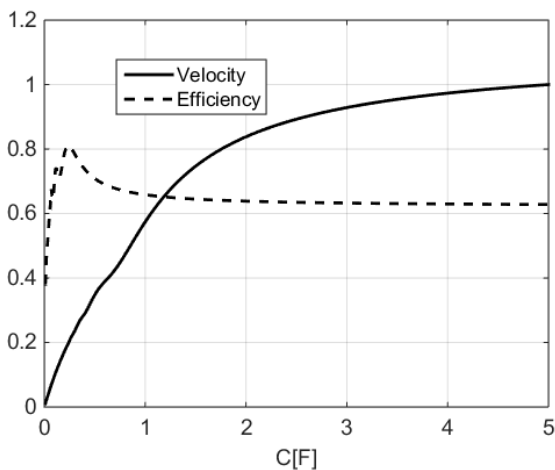


شکل (۱۵): تأثیر تغییر ارتفاع ریل‌ها بر سرعت و بازده پرتاب.

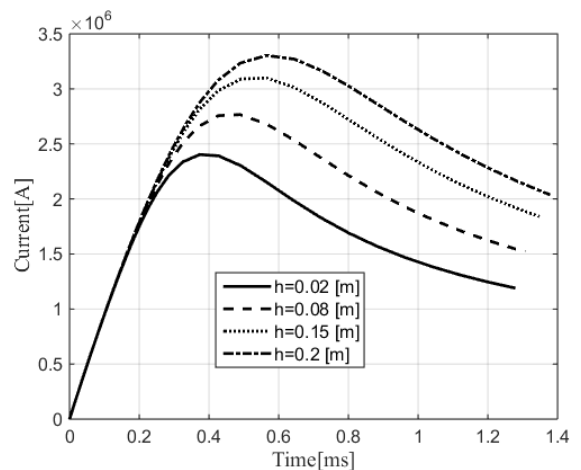


شکل (۱۶): تأثیر تغییر فاصله ریل‌ها بر جریان آرمیچر.

در شکل (۱۹) واضح است که در حالت زیرمیرا فرکانس نوسانات ثابت نبوده و با افزایش زمان کاهش پیدا می‌کند، علت آن افزایش مقاومت و اندوکتانس ریل در اثر حرکت آرمیچر است. از مطالب فوق می‌توان نتیجه گرفت که به‌ازای  $C$  های کوچک حالت زیرمیرا اتفاق می‌افتد و هر چه  $C$  کوچک‌تر باشد، بر شدت آن افزوده می‌شود. همچنین به‌ازای  $C$  های بزرگ حالت فوق میرا اتفاق می‌افتد و با افزایش  $C$  تغییر زیادی نمی‌کند. لذا انتخاب مناسب برای ظرفیت بانک خازنی را می‌توان به این صورت بیان کرد که مقدار خازن بهتر است حداکثر به اندازه‌ای باشد که حالت زیرمیرا رخ ندهد و یا این که کمی بیشتر از این مقدار باشد. افزایش بیشتر از این مقدار تنها باعث محدودیت‌های عملیاتی و هزینه‌های بیشتر می‌گردد و مزیت چندانی جهت افزایش سرعت لحظه پرتاب ندارد.



شکل (۱۷): تأثیر تغییر ظرفیت بانک خازنی بر سرعت و بازده پرتاب.



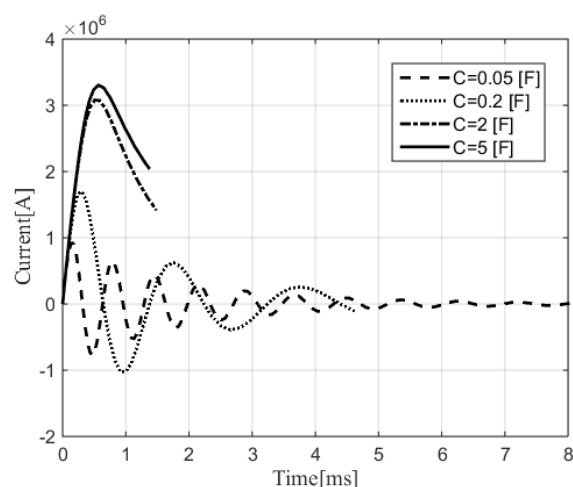
شکل (۱۸): تأثیر تغییر ارتفاع ریل‌ها بر جریان آرمیچر.

آرمیچر را در لحظه جدید به دست می‌آوریم.

در ادامه نیز آرمیچر را به مکان جدید منتقل می‌کنیم. این کار را آنقدر انجام داده تا آرمیچر از انتهای ریل‌ها عبور کند. به این ترتیب به صورت نقطه به نقطه (گسسته) حرکت آرمیچر را مدل می‌نماییم [۱۳]. برای شبیه‌سازی تمام فرآیند پرتاب از ۴۸ نقطه استفاده شده و به عبارتی ۴۸ بار شبیه‌سازی المان محدود انجام گرفته است. در تمامی این شبیه‌سازی‌ها تعداد مش‌ها ثابت و برابر ۲۰۰۰۰ عدد در خود ساختار در نظر گرفته شده و زمان اجرای هر شبیه‌سازی در بازه ۳-۹ ثانیه بوده است. برای شبیه‌سازی در نرم‌افزار ماکسول، جدول (۱) برای پارامترهای تفنگ ریلی در نظر گرفته شده است و در خصوص آرمیچر باید بیان کرد که ساختار آن همانند شکل (۱) به صورت U شکل بوده که طول آن ۰/۲۷۵m و ارتفاع آن ۰/۱۶۹۶۸m و شعاع داخلی قوس جلویی آن ۰/۰۵m و شعاع خارجی قوس جلویی آن برابر ۰/۰۷۵m است.

نتایج دو روش مدل مداری و روش المان محدود به‌ازای دو زمان مختلف در جدول‌های (۲) و (۳) با هم مقایسه شده است.

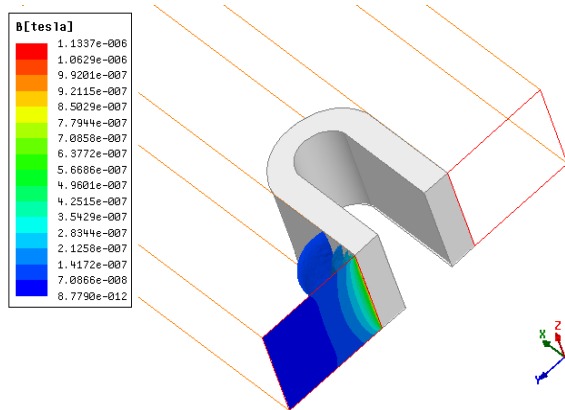
در جدول (۲) نتایج برای لحظه پرتاب ( $t=1/3\text{ms}$ ) نشان داده شده است. به طوری که ملاحظه می‌شود هرچند نتایج دو روش برای سرعت به هم نزدیک است ولی نتایج بازده و به خصوص نیرو اختلاف زیادی دارند. برای بررسی این موضوع نتایج در لحظات دیگر نیز مورد مطالعه قرار گرفت. به‌عنوان نمونه نتایج دو روش به‌ازای  $t=1\text{ms}$  در جدول (۳) نشان داده شده است. ملاحظه می‌شود که میزان خطای روش ارائه شده نسبت به روش اجزای محدود برای هر سه مورد سرعت، نیرو و بازده قابل قبول است که این موضوع دقت روش ارائه شده را مورد تأیید قرار می‌دهد. اما برای توجیه زیاد بودن خطا در نتایج لحظه پرتاب که به‌خصوص برای نیرو کاملاً معنادار است، یادآوری می‌شود که برای وارد شدن نیرو به آرمیچر دو شرط وجود دارد؛ یکی عبور جریان کافی از خود آرمیچر و دیگری ایجاد میدان مغناطیسی کافی توسط عبور جریان از ریل‌ها. در لحظات ابتدایی که آرمیچر در مکان‌های نزدیک به نقطه  $x=0$  قرار دارد، جریانی که به ریل‌ها اعمال می‌شود، قسمت اعظم آن بلافاصله از خود آرمیچر عبور می‌کند؛ بنابراین، جریان کافی برای ایجاد میدان مغناطیسی مورد نظر برای وارد شدن نیرو به آرمیچر از ریل‌ها عبور نمی‌کند و به نوعی می‌توان گفت که شرط دوم برای وارد شدن نیروی کافی به آرمیچر وجود ندارد. در نتیجه نیروی وارد شده به آرمیچر در این نقاط بسیار کم است. برای روشن شدن مطلب، این موضوع در شکل‌های (۲۰) و (۲۱) نشان داده شده است.



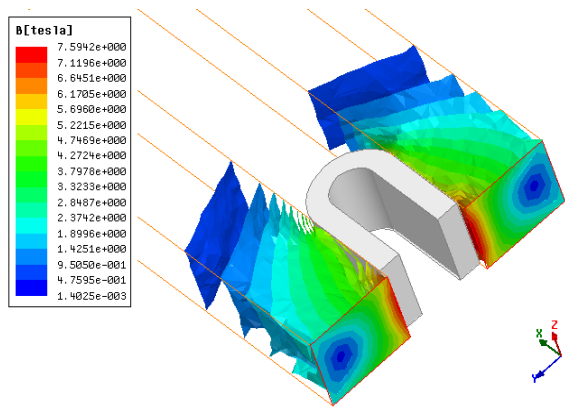
شکل (۱۹): تأثیر تغییر ظرفیت بانک خازنی بر جریان آرمیچر.

## ۶. تأیید نتایج با اجزای محدود

برای تأیید نتایج محاسبات، از روش اجزای محدود سه‌بعدی استفاده شده است. در شبیه‌سازی سه‌بعدی تفنگ ریلی در نرم‌افزار ماکسول، برای وارد شدن نیرو به آرمیچر باید جریان از آن عبور کند که این مستلزم تماس ریل‌ها با آرمیچر است. این لزوم تماس آرمیچر به ریل‌ها در حالت متحرک آرمیچر، خطای تماس قسمت ساکن به متحرک را در نرم‌افزار برای تعیین باند حرکتی در پی خواهد داشت. برای حل این مشکل، در این مقاله روش نقطه به نقطه به عنوان راه‌کار، ارائه شده است. در این روش به‌جای تحلیل گذرا، تفنگ ریلی در تحلیل مگنتواستاتیک شبیه‌سازی می‌شود. این روش، بر پایه معلوم بودن شکل موج جریان عبوری از تفنگ ریلی استوار است. بنابراین جریان در هر لحظه به صورت جدول داده در اختیار است. می‌توان این جریان را در نرم‌افزار ماکسول در تحلیل مگنتواستاتیک به‌عنوان تحریک به ریل‌ها داد و در هر لحظه نیرو را به‌صورت گسسته به‌دست آورد. در واقع روند کار به‌این‌صورت است که در لحظه ابتدایی جریان را به نرم‌افزار ماکسول در تحلیل مگنتواستاتیک به‌عنوان تحریک ریل‌ها اعمال می‌نماییم و در همین لحظه نیرو محاسبه می‌شود. سپس با استفاده از قانون دوم نیوتن و طبق رابطه  $F=m.a$ ، با مشخص بودن جرم، شتاب آرمیچر نیز در همین لحظه محاسبه می‌شود. در ادامه با انتگرال گرفتن از شتاب در بازه زمانی مربوطه می‌توان طبق رابطه  $v = \int_0^{t_0} a dt + v_0$ ، سرعت را در این لحظه و همچنین با انتگرال‌گیری از آن نسبت به زمان، مکان آرمیچر را در لحظه مورد نظر به‌دست آورد. سپس آرمیچر به مکان جدید انتقال داده شده و در نقطه بعدی، جریان لحظه بعدی را به ریل‌ها اعمال کرده و نیرو را در نقطه جدید محاسبه کرده و از آن شتاب و از شتاب، سرعت و از سرعت، مکان



شکل (۲۰): چگالی شار مغناطیسی در ریل در یکی از نقاط ابتدایی فرآیند پرتاب.



شکل (۲۱): چگالی شار مغناطیسی در ریل ها در یکی از نقاط بعد از نقاط ابتدایی فرآیند پرتاب.

## ۷. نتیجه گیری

برای حل معادلات تفنگ ریلی معمولاً از معادلات ماکسول یا از روش اجزای محدود استفاده می‌شود که هر دوی آن‌ها دارای فرآیندی زمان‌بر است. بنابراین، این روش‌ها برای بهینه‌سازی طراحی چندان مناسب نیستند. در این مقاله روشی برای حل مشکل زمان‌بر بودن شبیه‌سازی تفنگ ریلی با استفاده از روش اجزای محدود ارائه گردید. برای حل معادلات دیفرانسیل استخراجی از روش مدل مداری، روش رانگ کوتای مرتبه ۴ استفاده شد که برای مسائل بررسی حساسیت و بهینه‌سازی طراحی آزادی عمل بیشتری به ما می‌دهد. با بررسی نتایج تحلیل حساسیت ملاحظه شد که با افزایش سطح مقطع ریل‌ها، سرعت آرمیچر در لحظه پرتاب افزایش یافته و بازده در همین لحظه کاهش می‌یابد. همچنین با افزایش فاصله دو ریل از هم، بازده

با توجه به شکل (۲۰)، واضح است که میدان مغناطیسی در نقاط ابتدایی حرکت بسیار کم بوده است ولی در شکل (۲۱) دیده می‌شود که بعد از گذشت از نقاط ابتدایی، میدان مغناطیسی مقدارش بیشتر می‌شود. در شکل (۲۱) دیده می‌شود که چگالی شار مغناطیسی نسبتاً بالا بوده و این موضوع به این دلیل است که برای پرتاب کردن آرمیچر مذکور با سرعت بالا در زمان کم، نیاز به نیروی بسیار زیادی است؛ لذا باید میدان مغناطیسی نسبتاً بالایی (مقدار بیشینه حدود ۷ تسلا) ایجاد نمود.

اما در مورد نقاط انتهایی فرآیند، آرمیچر در مکانی است که قسمتی از آن خارج از ریل‌ها قرار دارد و قسمتی از آن درگیر با ریل‌ها است. در این نقاط قسمتی از آرمیچر که در تماس با ریل‌ها نیست، داخل میدان مغناطیسی ریل‌ها قرار نداشته و در نتیجه نیرویی به آن وارد نمی‌شود که این باعث می‌شود که نیروی کل وارد شده بر آرمیچر کمتر از نقاط قبلی باشد. بنابراین، می‌توان گفت که روش پیشنهادی در نقاط ابتدایی و انتهایی، دارای ضعف بوده و مقدار نیرو را دقیق پیش‌بینی نمی‌کند؛ لذا این موضوع باید در محاسبات و طراحی‌ها مورد توجه قرار گیرد.

جدول (۲): مقایسه نتایج روش ارائه شده با نتایج اجزای محدود (مقادیر لحظه پرتاب  $t=1/3$  ms).

خطا (%)	FEM	روش ارائه شده	
۱/۱	۴۲۸۴	۴۳۳۰	سرعت (m/s)
۳۱/۹	۲۳۵	۳۱۰	نیرو (kN)
۷/۴	۴۷/۶۸	۵۱/۲۲	بازده (%)

جدول (۳): مقایسه نتایج روش ارائه شده با نتایج اجزای محدود (مقادیر قبل از پرتاب  $t=1$  ms).

خطا (%)	FEM	روش ارائه شده	
۰/۲	۳۸۲۱	۳۸۱۴	سرعت (m/s)
۳/۷	۴۲۹	۴۴۵	نیرو (kN)
۰/۸	۴۶/۸۷	۴۷/۲۴	بازده (%)

- [6] K. T. Hsieh, "Numerical study on groove formation of rails for various materials," IEEE Transactions on Magnetics, vol. 41, no.1, pp. 380-382, 2005.
- [7] T. G. Engel, J. M. Neri, and W. C. Nunnally, "Efficiency and scaling of constant inductance gradient DC electromagnetic launchers," IEEE Transactions on Magnetics, vol. 42, no. 8, pp. 2043-2051, 2006.
- [8] A. Keshtkar, S. Mozaffari and A. Keshtkar, "Effect of rail tapering on the inductance gradient versus armature position by 3D-FEM," Transactions on Plasma Science, vol. 39, no. 1, pp. 71-74, 2011.
- [9] B. Tang, Q. Lin, and B. Lin, "Research on thermal stress by current skin effect in a railgun," Transactions on Plasma Science, vol. 45, no. 7, pp. 1689-1694, 2017.
- [10] S. A. Taher, M. Jafari, and M. Pakdel, "A new approach for modeling electromagnetic railguns," Transactions on Plasma Science, vol. 43, no. 5, 2015.
- [11] K. S. Yang, S. H. Kim, B. Lee, S. An, Y. H. Lee, S. H. Yoon, I. S. Koo, Y. S. Jin, Y. B. Kim, J. S. Kim, and C. Cho, "Electromagnetic launch experiments using a 4.8-MJ pulsed power supply," Transactions on Plasma Science, vol. 43, no. 5, pp. 1358-1361, 2015.
- [12] A. Keshtkar, S. Bayati and A. Keshtkar, "Derivation of a formula for inductance gradient using intelligent estimation method," IEEE Transactions on Magnetics, vol. 45, no. 1, 2009.
- [13] A. Keshtkar, L. Gharib, M. S. Bayati, and M. Abbasi, "Simulation of a two-turn railgun and comparison between a conventional railgun and a two-turn railgun by 3-D FEM," Transactions on Plasma Science, vol. 41, no. 5, 2013.

پرتاب روندی افزایشی داشته و سرعت پرتاب در ابتدا افزایش یافته و سپس کاهش می‌یابد.

با وجود مزیت‌های زیاد روش ارائه شده، این روش در مدل کردن نیروی وارد شده بر آرمیچر در ابتدا و انتهای فرآیند پرتاب، دارای ضعف است که در محاسبات باید مورد توجه قرار گیرد.

## ۸. مراجع

- [1] J. F. Kerrisk, "Current distribution and inductance calculations for rail-gun conductors," Los Alamos Nat. Lab., Los Alamos, NM, Rep. LA-9092-Ms, 1981.
- [2] Bok-ki Kim and Kuo-Ta Hsieh, "Effect of rail/armature geometry on current density distribution and inductance gradient," IEEE Transactions on Magnetics, vol. 35, no.1, pp. 413-416, 1999.
- [3] A. Keshtkar, "Effect of rail dimension on current distribution and inductance gradient," IEEE Transactions on Magnetics, vol. 41, no. 1, pp. 383-386, 2005.
- [4] M. S. bayati, A. Keshtkar, and A. Keshtkar, "Transition study of current distribution and maximum current density in railgun by 3D FEM and IEM," IEEE Transactions on Plasma Science, vol. 39, no. 1, pp. 13- 17, 2011.
- [5] J. Gallant, "Parametric study of an augmented railgun," IEEE Transactions on Magnetics, vol. 39, no. 1, pp. 451-456, 2003.

---

## Modeling of Electromagnetic Railgun and Analysis of its Performance

M. Allahyari, A. Shiri\*

Shahid Rajaei Teacher Training University

(Received: 02/07/2019, Accepted: 07/09/2019)

### Abstract

*Since railgun is an electro-mechanical system, it is not easy to simultaneously solve the electrical and mechanical equations. In this paper, a method based on a circuit model is presented for the analysis of the railgun, in which, its equivalent circuit is extracted and the differential equations describing its behavior are obtained. Using the 4th order Runge-Kutta method solution to these equations, railgun simulation is performed. The main advantage of the proposed method is that due to its calculation speed, it can be easily used in the sensitivity analysis and design optimization, while these issues are almost impossible with finite element method, due to their slowness. Then, by employing the proposed method, the system has been simulated and its behavior has been studied. Also, the effect of the railgun structural parameters' variations on the velocity, efficiency and force applied to the armature has been investigated. To validate the proposed method, the point to point 3-D finite element method is employed. The results of the finite element method are close enough to the results of the proposed method, confirming the accuracy of the latter.*

**Keywords:** Electromagnetic Launcher, Railgun, Equivalent Circuit, Finite Element Method, Efficiency, Electromagnetic Force

---

\* Corresponding author E-mail: [abbas.shiri@sru.ac.ir](mailto:abbas.shiri@sru.ac.ir)