

علمی- پژوهشی

ناپایداری مدی در تقویت کننده فیبر ایتربیومی

امیر سپهوند<sup>۱</sup>، مریم کریمی<sup>۲\*</sup>، کاظم جمشیدی قلعه<sup>۳</sup>، مهدی امنیت طلب<sup>۴</sup>، آذین شوهانی<sup>۵</sup>

۱- کارشناسی ارشد، دانشگاه شهید مدنی آذربایجان، ۲- استادیار، سازمان انرژی اتمی ایران، ۳- استاد، دانشگاه شهید مدنی آذربایجان،

۴- استاد، دانشگاه ارومیه، ۵- استاد، دانشگاه شهید مدنی آذربایجان

(دریافت: ۱۳۹۸/۱۱/۰۸، پذیرش: ۱۳۹۹/۰۳/۲۳)

چکیده

عوامل متعددی از قبیل اثرات غیرخطی و ناپایداری مدی در خروجی تقویت کننده‌ها و لیزرها فیبری پرتوان تأثیرگذار است. از آنجاکه این افزارها کاربردهای بسیاری در صنعت و پزشکی و ادوات نظامی دارند، از این رو مطالعه بر روی عوامل مختلف تأثیرگذار در خروجی آنها مستقیماً در طراحی تقویت کننده‌ها و لیزرهای فیبری پرتوان انعکاس می‌یابد. در این مقاله ناپایداری مدی که بزرگ‌ترین عامل محدود کننده خروجی لیزرها و تقویت کننده‌های فیبری پرتوان است مورد مطالعه، شبیه‌سازی و بررسی قرار گرفته است. در این افزارهای توان بالا، به دلایل وجود نقص کوانتومی، تلفات و پراکندگی نور، دمای محیط افزایش می‌یابد این امر باعث می‌شود ضریب شکست محیط تغییر کند. تغییرات ضریب شکست عامل اصلی ناپایداری مدی در تقویت کننده‌ها و لیزرهای توان بالای فیبری است، در ناپایداری مدی، مد پایه  $Lp_{01}$  با اولین مد مرتبه بالاتر  $Lp_{11}$  تداخل کرده که موجب کاهش انرژی مد پایه می‌شود. در این مقاله تأثیر عوامل مختلف بر آستانه ناپایداری‌های مدی و انتقال توان از مد پایه به اولین مد مرتبه بالاتر مورد بررسی قرار گرفته است.

**کلید واژه‌ها:** ناپایداری مدی، چگالی آلاینده‌ها، تغییرات ضریب شکست، تقویت کننده فیبر ایتربیومی.

۱. مقدمه

پایین تر از این آستانه، نور در مد پایه مشاهده می‌شود و بالاتر از آستانه بخشی از نور در مدهای مرتبه بالاتر به خصوص در مد  $Lp_{11}$  مشاهده می‌شود. فرض بر این است که بیشتر نور سیگنال تولید شده وارد مد  $Lp_{01}$  می‌شود و فقط درصد ناچیزی از آن در مد مرتبه بالاتر  $Lp_{11}$  وارد می‌شود. این دو مد در امتداد فیبر باهم تداخل می‌کنند و از آنجایی که ثابت‌های انتشار متفاوتی دارند تداخل آنها باهم یک الگوی تابش سیگنال<sup>۲</sup> ایجاد می‌کند که در طول فیبر نوسان می‌کند [۱۰]. نور پمپ در نواحی که تابش سیگنال بیشتری دارد جذب بیشتری خواهد داشت و از آنجایی که بخشی از دمش جذب شده تبدیل به حرارت می‌شود یک الگوی حرارتی ایجاد می‌کند که مشابه الگوی تابشی رفتار می‌کند و باعث تغییر الگوی ضریب شکست می‌شود. اگر الگوی تداخل بین مدها ثابت باشد تغییر فاز بین الگوی حرارتی و الگوی تابشی بسیار کم و یا برابر صفر خواهد بود، بنابراین انتقال انرژی بین مدها تقریباً وجود نخواهد داشت. اما اگر فرکانس نور در مد مرتبه بالاتر نسبت به فرکانس آن در مد پایه  $Lp_{01}$  کمی واکوک شده باشد الگوی تابشی در امتداد فیبر حرکت خواهد کرد، الگوی حرارتی نیز در طول فیبر حرکت می‌کند اما حرکت آن نسبت به حرکت الگوی تابشی با یک تأخیر همراه است که این تأخیر،

محبوبیت لیزرها و تقویت کننده‌های فیبری به دلیل پایداری توان خروجی، کیفیت عالی پرتو و سطح مقطع کوچک پرتو است، که باعث شده شدت پرتو مناسب و با کمترین پراکندگی و تلفات محیطی باشد. از این رو این افزارها در صنایع مختلف کاربردهای فراوانی دارند. آنها به عنوان تقویت کننده نوری در مخابرات [۱]، ابزار جوش و برش در صنعت [۲]، حس گرهای نوری [۳]، کاربردهای پزشکی [۴ و ۵] و غیره استفاده می‌شوند. با ارائه فیبرهای دوغلافه، لیزرهای فیبری بر فقدان منابع با توان بالا و درخشندگی بالا غلبه کردند و توان خروجی به طور قابل توجهی افزایش یافت [۶، ۷]. افزایش توان در لیزرها و تقویت کننده‌های فیبری منجر به تغییر شکل پرتو خروجی و کاهش کیفیت توان خروجی آنها می‌شود [۶ و ۸]. دلیل این امر نوسان بین مدهای در این افزارها است که به این پدیده ناپایداری مدی<sup>۱</sup> می‌گویند. این عامل، آستانه توان دمش و همچنین توان خروجی آنها را محدود می‌کند [۹]. هنگامی که توان پرتو خروجی به یک آستانه مشخص می‌رسد ناپایداری مدی خود را به صورت یک نوسان در دوره‌های زمانی از مقیاس میلی ثانیه در خروجی پرتو نمایان می‌کند.

\* نویسنده پاسخگو: mykarimi@aeoi.org.ir

<sup>2</sup> Signal Irradiance Pattern

<sup>1</sup> Mode Instability

به ترتیب سطح مقطع مغزی و غلاف هستند.  $\alpha_p$  و  $\alpha_s$  ضریب تلفات انتشاری، شامل تلفات زمینه و پراکندگی در طول موج‌های پمپ و سیگنال و  $N_T$ ، چگالی آلاینده بر حسب  $ion/m^3$  است. چگالی آلاینده در تراز برانگیخته  $N_2$  در طول فیبر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$N_2(z) = \frac{\left( \frac{P_p(z) \sigma_a^p \Gamma_p \lambda_p}{hcA} + \frac{P_s(z) \sigma_a^s \Gamma_s \lambda_s}{hcA} \right) N_T}{\frac{P_p(z) (\sigma_a^p + \sigma_e^p) \Gamma_p \lambda_p}{hcA} + \frac{P_s(z) (\sigma_a^s + \sigma_e^s) \Gamma_s \lambda_s}{hcA} + \frac{1}{\tau}} \quad (۳)$$

که در آن  $\tau$ ،  $h$  و  $c$  به ترتیب طول عمر تراز پایدار، ثابت پلانک و سرعت نور است،  $\lambda_p$  و  $\lambda_s$  بسامد در طول موج‌های سیگنال و دمش و  $A$  مساحت مغزی فیبر است. در این رابطه، توزیع آلاینده در مغزی یکنواخت فرض شده و از اثرات گسیل خودبه‌خودی تقویت‌شده صرف‌نظر می‌شود.

## ۲-۲. توزیع حرارت در تقویت‌کننده‌های فیبری

حرارت تولیدشده در تقویت‌کننده‌های فیبری همواره یکی از اصلی‌ترین عوامل محدودکننده این افزارها است. هرچند در توان‌های پایین می‌توان از اثرات حرارتی چشم‌پوشی کرد، این تغییرات حرارتی عملکرد تقویت‌کننده در توان‌های بالا را تحت تأثیر قرار می‌دهد [۱۶ و ۱۷]. اثرات حرارتی در توان‌هایی با مقیاس کیلووات [۱۸ و ۱۹] و توان‌های کمتر مورد بررسی قرار گرفته‌اند [۲۰]. با حل معادلات انتشار حرارت در فیبر توزیع حرارت عرضی و طولی مورد بررسی قرار می‌گیرد. در توان‌های پایین که تولید حرارت اندک است، حرارت در مرز بین سطح خارجی فیبر و محیط اطراف غالباً از طریق همرفت منتقل می‌شود اما با افزایش توان، تولید حرارت در تقویت‌کننده‌ها افزایش یافته، بنابراین اختلاف دمای بین سطح فیبر و محیط اطراف بیشتر می‌شود. از این‌رو بررسی انتقال حرارت از طریق همرفت به تنهایی پاسخگو نبوده و باید بخش انتقال حرارت تابشی نیز در محاسبات در نظر گرفته شود [۲۱].

شکل (۱) فرآیند انتشار حرارتی از مغزی فیبر به هوای اطراف را نشان می‌دهد. هیچ منبع حرارتی در غلاف داخلی و خارجی فیبر وجود ندارد و تنها منبع تولید گرما در تقویت‌کننده‌های فیبری یون‌های آلاینده‌ای است که در مغزی توزیع شده‌اند. در اینجا با فرض یکسان بودن ضرایب رسانندگی حرارتی در مغزی، غلاف داخلی و غلاف خارجی مکانیسم توزیع حرارت در تقویت‌کننده‌های فیبری دوغلافه را بررسی می‌کنیم. به دلیل هندسه خاصی که تقویت‌کننده‌های فیبری دارند، در دستگاه مختصات استوانه‌ای آنها را بررسی می‌کنیم. با توجه به تقارن استوانه‌ای که فیبرها دارند از تغییرات سمتی (زاویه‌ای) در این محاسبات صرف‌نظر می‌شود. برای محیط‌های همگن معادلات

تغییر فاز لازم برای انتقال انرژی از مد پایه به مد مرتبه بالاتر را ایجاد می‌کند [۱۰]. این مقاله در دو بخش اصلی تنظیم شده است در بخش نخست، روابط مربوط به معادلات نرخ جمعیت، چگونگی توزیع حرارت و تأثیر حرارت تولیدشده بر ضریب شکست محیط در تقویت‌کننده‌های فیبری را بررسی کرده و با استفاده از تئوری ناپایداری‌های مدی تأثیر حرارت و تغییرات ضریب شکست بر ضریب جفت‌شدگی مدی و آستانه ناپایداری‌های مدی ارائه شده است. با وارد کردن معادله موج مدهای قطبیده خطی و تابع گرین مناسب ناپایداری‌های مدی در تقویت‌کننده‌های فیبر ایتربیومی شبیه‌سازی شده است.

## ۱-۲. معادلات نرخ جمعیت در تقویت‌کننده‌های فیبری دوغلافه آلاییده به ایتربیوم

خروجی فیبرهای فعالی که به‌طور گسترده در لیزرها و تقویت‌کننده‌های فیبری استفاده می‌شوند را بر اساس معادلات نرخ بررسی می‌کنند. به‌طور کلی دو مدل برای بررسی معادلات نرخ وجود دارد، اولین مدل، معادلات نرخ وابسته به زمان است که به مدل دینامیک یا پویا شناخته می‌شود، این مدل متناسب با وضعیتی است که در آن فیبر حالت ناپایدار<sup>۱</sup> دارد. دومین مدل، معادلات نرخ غیروابسته به زمان است، در این مدل فقط بر بخش کوچکی از زمان که در آن پالس تزریق می‌شود تمرکز می‌کنند و حالت قبل از تزریق پالس را به‌عنوان خروجی پیوسته حالت پایدار<sup>۲</sup> در نظر می‌گیرند. این حالت مدل استاتیک نامیده می‌شود [۱۱ و ۱۲] و فقط برای لیزرها و تقویت‌کننده‌های موج پیوسته و یا فرکانس بالا که شبیه لیزرهای موج پیوسته رفتار می‌کنند سازگار است [۱۳ و ۱۴].

معادلات نرخ جمعیت غیر وابسته به زمان برای تقویت‌کننده فیبری دوغلافه آلاییده به ایتربیوم به صورت زیر تعیین می‌شوند [۱۵]:

$$\frac{dP_p(z)}{dz} = \Gamma_p \left[ (\sigma_a^p + \sigma_e^p) N_2(z) - \sigma_a^p N_T \right] P_p(z) - \alpha_p P_p(z) \quad (۱)$$

$$\frac{dP_s(z)}{dz} = \Gamma_s \left[ (\sigma_a^s + \sigma_e^s) N_2(z) - \sigma_a^s N_T \right] P_s(z) - \alpha_s P_s(z) \quad (۲)$$

که در آن  $P_p$  و  $P_s$  توان سیگنال و پمپ و  $\sigma_a^p$ ،  $\sigma_a^s$ ،  $\sigma_e^p$  و  $\sigma_e^s$  نشان‌دهنده سطح مقطع‌های جذب و گسیل در طول موج‌های سیگنال و پمپ هستند.  $\Gamma_p = \frac{S_D}{S_T}$  و  $\Gamma_s$  ضریب هم‌پوشانی سیگنال و پمپ در مد اصلی فیبر و  $S_D$  و  $S_T$

<sup>۱</sup> Unsteady State

<sup>۲</sup> Steady State

تعریف می شود بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{\partial T_2(r)}{\partial r} \Big|_{r=c} = \frac{h_c}{k} [T_c - T_2(r=c)] + \frac{\delta}{k} \varepsilon [T_c^4 - T_2^4(r=c)] \quad (۹)$$

در اینجا  $h_c$  ضریب انتقال حرارت همرفت،  $T_c$ ، درجه حرارت خنک کننده،  $\delta$ ، ثابت استفان بولتزمن و  $\varepsilon$ ، گسیلندگی سطحی است. با استفاده از معادلات (۵) و (۶) و با در نظر گرفتن شرایط مرزی معادله (۸) درجه حرارت در مغزی و غلاف را به صورت زیر می توان محاسبه کرد:

$$T_1(r) = T_0 - \frac{Q(z)r^2}{4k} \quad (0 \leq r \leq a) \quad (۱۰)$$

$$T_2(r) = T_0 - \frac{Q(z)a^2}{4k} - \frac{Q(z)a^2}{2k} \ln\left(\frac{r}{a}\right) \quad (a \leq r \leq c) \quad (۱۱)$$

که در آن  $T_0$ ، دما در محور اصلی فیبر ( $r=0$ ) است. با استفاده از معادلات (۹) تا (۱۱) ارتباط بین درجه حرارت در سطح فیبر ( $T_2(r=c)$ ) و درجه حرارت خنک کننده  $T_c$ ، به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\delta \varepsilon T_2^4 \Big|_{r=c} + h T_2^4 \Big|_{r=c} - (h T_c + \delta \varepsilon T_c^4 + \frac{Q(z)a^2}{2b}) = 0 \quad (۱۲)$$

رابطه (۱۲)، حرارت منتقل شده از سطح فیبر به محیط اطراف را نشان می دهد که از ترکیب انتقال حرارت تابشی و همرفتی در سطح فیبر حاصل می شود. بنابراین با حل عددی رابطه (۱۲)، از طریق روش نیوتون-رافسون یا روش وتری می توان دما در سطح فیبر را محاسبه کرد و با قرار دادن مقدار آن در رابطه (۱۱) دما در راستای محور اصلی تقویت کننده به صورت زیر تعیین می شود:

$$T_0 = \frac{Q(z)a^2}{2K} \ln(c/a) + \frac{Q(z)a^2}{4K} + T_2(r=c) \quad (۱۳)$$

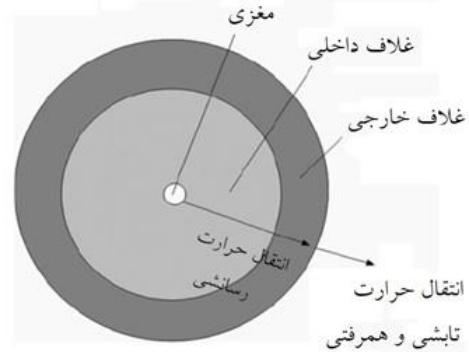
با قرار دادن رابطه (۱۳) در (۱۰) و (۱۱) دمای تولید شده در هر نقطه ای از تقویت کننده را می توان محاسبه کرد.

### ۲-۳. تغییرات ضریب شکست در تقویت کننده فیبری

یکی از عوامل تأثیرگذار بر ضریب شکست در تقویت کننده های فیبری حرارت است. در سال ۲۰۰۱ براون و هافمن نشان دادند که در تقویت کننده های فیبری بر اثر برهم کنش بین نور پمپ و محیط فیبر حرارت ایجاد شده و دما بالا می رود، این افزایش دما منجر به ایجاد تنش<sup>۱</sup> در سیستم می شود که این تنش ها خود باعث تغییر در ضریب شکست می شود [۱۸]. تغییرات ضریب شکست به صورت  $\Delta n = \Delta T dn/dT$  به تغییرات دما ارتباط می یابد، که در آن  $dn/dT$ ، شیب تغییرات ضریب شکست نسبت به دما است و به طول موج فعالیت تقویت کننده فیبری

رسانندگی حرارتی در حالت پایا به صورت زیر داده می شوند [۱۸]:

$$\nabla(-k\nabla T) = Q(z) \quad (۴)$$



شکل (۱): توزیع حرارت در تقویت کننده فیبری دو غلافه.

از آنجاکه تنها منبع تولید حرارت در تقویت کننده های فیبری در مغزی قرار دارد و ضرایب رسانندگی حرارتی در غلاف داخلی و غلاف خارجی یکسان در نظر گرفته شده است. رابطه (۴) را می توان به صورت زیر به دو بخش مجزا تبدیل کرد.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T_1(r)}{\partial r} \right) = -\frac{Q(z)}{k}, \quad (0 \leq r \leq a) \quad (۵)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T_2(r)}{\partial r} \right) = 0, \quad (a \leq r \leq c) \quad (۶)$$

که  $T_1$  و  $T_2$  نشان دهنده درجه حرارت در مغزی و غلاف تقویت کننده و  $k$  ضریب رسانندگی حرارتی است.  $Q(z)$  نشان دهنده چگالی توان حرارتی در امتداد محور اصلی فیبر است که به جذب و تلفات نور پمپ بستگی دارد و می توان آن را از طریق رابطه زیر محاسبه کرد:

$$Q(z) = \frac{\alpha(z)P_p(z)}{\pi a^2} (1-S) \quad (۷)$$

که در آن  $\alpha(z) = \alpha_a(z) + \alpha_s$  و  $S$  ضریب بهره کوانتومی است و برابر با  $S = \lambda_s/\lambda_p$  است. با فرض اینکه اتصال حرارتی بین مغزی و غلاف فیبر کامل باشد مقدار حرارت و مشتق آن در مرزها باید پیوسته باشند. بنابراین شرایط مرزی را می توان به صورت زیر تعریف کرد:

$$\frac{\partial T_1(r)}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0, \quad T_1(r) \Big|_{r=a} = T_2(r) \Big|_{r=a}, \quad (۸)$$

$$\frac{\partial T_1(r)}{\partial r} \Big|_{r=a} = \frac{\partial T_2(r)}{\partial r} \Big|_{r=a}$$

انتقال دمای بین سطح فیبر و هوای اطراف از طریق انتقال حرارت همرفتی و تابشی انجام می شود، شرط مرزی در مرز بین سطح فیبر و خنک کننده توسط قانون نیوتن و استفان بولتزمن

<sup>1</sup> Stress

$$\chi_{1,2}(\Delta\omega) = \frac{\eta k^2}{\kappa\beta_{1,2}} \text{Im}[A(\Delta\omega)] \left(1 - \frac{\lambda_s}{\lambda_p}\right) \quad (18)$$

با وارد کردن توابع مد و تابع گرین، مقدار  $A$ ، از رابطه زیر به دست می آید:

$$A = \iint_{\Omega_d} \psi_1(r_{\perp}) \psi_2(r_{\perp}) \iint_{\Omega_d} G(r_{\perp}, r'_{\perp}, \Delta\omega) \psi_1(r'_{\perp}) \psi_2(r'_{\perp}) d^2 r'_{\perp} d^2 r_{\perp} \quad (19)$$

در اینجا  $\Omega_d$ ، نشان دهنده سطح مقطع ناخالصی‌ها در فیبر است و انتگرال بیرونی بر روی تمام سطح مقطع فیبر گرفته می‌شود. ضریب هم‌پوشانی  $\Gamma_i$  در طول موج‌های پمپ و سیگنال که در روابط (۱۶) و (۱۷) استفاده شده از طریق رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$\Gamma_i = \frac{k}{\beta_i} \iint_{\Omega_d} \sqrt{\epsilon_f(r_{\perp})} \psi_i(r_{\perp})^2 d^2 r_{\perp} \quad (20)$$

این رابطه هم‌پوشانی بین مد  $i$  و ناحیه ناخالصی‌های فیبر را مشخص می‌کند.

در این مسئله تابع گرین در شرایط مرزی دریکله بررسی می‌شود، چرا که حرارت در سطح فیبر ثابت و برابر درجه حرارت خنک‌کننده است. انتگرال رابطه (۱۹) را از طریق روش‌های عددی استاندارد می‌توان تعیین کرده و از طریق آن توان مدهای منتشر شده در فیبر را به دست آورد. برای محاسبه آستانه شروع ناپایداری‌های مدی در تقویت‌کننده‌های فیبری روابط (۱۶) و (۱۷) را با این فرض که  $P_2 \ll P_1$  است را حل کرده‌ایم. در محاسبه توان مد مرتبه بالاتر فرض می‌شود چگالی توانی که از نقص کوانتومی یون‌ها به مد مرتبه بالاتر وارد می‌شود برابر  $\hbar\omega$  است [۲۵]، پس از اعمال عملیات ریاضی در نهایت می‌توان نسبت توان مد مرتبه بالاتر به توان مد پایه در تقویت‌کننده فیبری را از طریق رابطه زیر محاسبه کرد [۲۵]:

$$x_0 \approx \hbar\omega_1 \sqrt{\frac{2\pi\Gamma_1}{|\chi''(\omega_0)|}} \frac{P(L) \frac{\Gamma_2}{\Gamma_1} \exp\left(\frac{\chi_0}{\Gamma_1} P(L)\right)}{P_1(0) \frac{\Gamma_2}{\Gamma_1}} \quad (21)$$

در اینجا  $P(L)$ ، توان خروجی کل و  $P_1(0)$ ، توان ورودی به مد پایه است.  $\omega_0$  و  $\chi_0$  بیان‌گر بیشترین مقدار ثابت جفت‌شدگی مدی و فرکانس مربوط به آن است.  $\chi''$ ، مشتق دوم  $\chi$  است.

آستانه شروع ناپایداری‌های مدی را از طریق محاسبه مقدار مد مرتبه بالاتر تعیین می‌کنند، بنابراین رابطه (۲۱) را برای محاسبه توان آستانه  $P_{th}$ ، که متناظر با آستانه شروع ناپایداری‌های مدی است را به صورت عددی حل کرده و مورد بررسی قرار می‌دهیم.

وابسته است و مقدار آن را به صورت تجربی اندازه‌گیری می‌شود [۲۲]. در اکثر موارد ضریب شکست را با دقت بالایی می‌توان از رابطه سلمیر محاسبه کرد. لویتون<sup>۱</sup> و همکارانش تغییرات ضریب شکست برخی شیشه‌ها را در طول موج‌های مختلف نسبت به دما محاسبه کرده‌اند [۲۳]. تغییرات ضریب شکست در طول موج‌های پرکاربرد در فیبرها به طور تجربی تعیین شده است که می‌توان با مقایسه آنها مقدار این ضریب را در دمای  $300^\circ K$  ثابت و برابر  $dn/dT = 1/29 \times 10^{-5} / ^\circ C$  فرض نمود [۲۴].

## ۴-۲. ناپایداری مدی در تقویت‌کننده‌های فیبری

در این مقاله از نظریه ارائه شده توسط هانسن و همکارانش استفاده شده است که این روش در بررسی ناپایداری‌های مدی از یک روش تئوری که علاوه بر ساده بودن جفت‌شدگی‌های مدی بر اثر حرارت القایی را نیز در نظر می‌گیرد [۲۵].

در اینجا فرض می‌شود سیگنال خروجی تقویت‌کننده فیبری را می‌توان به صورت ترکیبی از دو مد بهنجار شده  $\psi_1(x, y)$  و  $\psi_2(x, y)$  با ثابت‌های انتشار  $\beta_1$  و  $\beta_2$  به صورت زیر در نظر گرفت:

$$E = a_1(z) \psi_1 e^{i(\beta_1 z - \omega_1 t)} + a_2(z) \psi_2 e^{i(\beta_2 z - \omega_2 t)} + c.c., \quad (14)$$

که در آن  $\psi_1$ ، مد پایه و  $\psi_2$ ، مد مرتبه بالاتر را نشان می‌دهد. ضریب گذردهی نسبی در تقویت‌کننده با رابطه زیر داده می‌شود:

$$\epsilon(r, t) = \epsilon_f(r_{\perp}) - i \frac{g(r) \sqrt{\epsilon_f}}{k} + \Delta\epsilon(r, t) \quad (15)$$

در اینجا  $\epsilon_f$ ، گذردهی واقعی فیبر،  $g$ ، ضریب بهره ناشی از ناخالصی‌های ایتربیومی،  $k$ ، عدد موج در خلأ و اندیس (±) نشان‌دهنده مختصات عرضی  $x$  و  $y$ ، عمود بر محور اصلی فیبر است.  $\Delta\epsilon = \eta\Delta T$ ، اختلاف گذردهی بر اثر حرارت القایی است. در اینجا  $\Delta T$ ، اختلاف دما نسبت به دمای مرجع، و  $\eta$ ، ضریب حرارت نوری در مواد فیبر است. با در نظر گرفتن معادلات حرارتی و تابع گرین مناسب می‌توان ضریب جفت‌شدگی مدی و توان مدهای منتشر شده در تقویت‌کننده فیبری را از روابط زیر تعیین کرد [۲۵]:

$$\frac{\partial P_1}{\partial z} = -\chi_1(\Delta\omega) g(z) P_2 P_1 + \Gamma_1 g(z) P_1 \quad (16)$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial z} = \chi_2(\Delta\omega) g(z) P_2 P_1 + \Gamma_2 g(z) P_2 \quad (17)$$

که در آن  $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2$ ،  $P_1$  و  $P_2$  به ترتیب توان مدهای پایه و توان مد مرتبه بالاتر هستند.  $\chi_i$ ، ضریب جفت‌شدگی مدی به صورت زیر تعریف می‌شود:

<sup>1</sup> Leviton

## ۲-۵- معادله موج مدهای قطبیده خطی<sup>۱</sup>

در تقریب هدایت ضعیف  $n_1 \approx n_2$  است و فرض می شود مدهای منتشرشده در فیبر نوری، حالت های اولیه خود را حفظ می کنند بنابراین فرض می شود مؤلفه عرضی میدان الکتریکی  $E_x$  یا  $E_y$ ، معادله موج اسکالر زیر را برآورده می کند:

$$\nabla^2 \Psi = \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} \quad (22)$$

در اینجا  $\Psi$ ، بیانگر مؤلفه عرضی میدان  $E_x$  یا  $E_y$  است. رابطه (۲۲) علاوه بر برآورده کردن کامل شرایط مرزی (پیوستگی در  $E_z$ ،  $E_r$  و  $E_\phi$  در  $r=a$ )، (پیوستگی در  $E_x$  یا  $E_y$  و  $\partial E_x / \partial r$  یا  $\partial E_y / \partial r$  در  $r=a$ ) را نیز باید برآورده کند. این رابطه را در سیستم مختصات استوانه ای و با استفاده از روش جداسازی متغیرها می توان حل کرد. بنابراین معادله موج مدهای منتشرشده در یک تقویت کننده فیبری را می توان به صورت زیر بیان کرد [۲۶].

$$\psi(r, \phi) = \begin{cases} \frac{A_0}{J_l(U)} J_l\left(\frac{Ur}{a}\right) \begin{bmatrix} \cos(l\phi) \\ \sin(l\phi) \end{bmatrix} & r < a \\ \frac{A_0}{K_l(W)} K_l\left(\frac{Wr}{a}\right) \begin{bmatrix} \cos(l\phi) \\ \sin(l\phi) \end{bmatrix} & r > a \end{cases} \quad (23)$$

در اینجا  $A_0$  یک مقدار ثابت است. در این روابط فرض شده که  $\psi$  در مغزی و غلاف فیبر پیوسته است. بنابراین ثابت های  $U$  و  $W$  را به صورت زیر می توان تعریف کرد:

$$W = a\sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_2^2} \quad \text{و} \quad U = a\sqrt{k_0^2 n_1^2 - \beta^2} \quad (24)$$

ثابت انتشار برای مدهای هدایت شونده از رابطه  $k_0 n_2 < \beta < k_0 n_1$  پیروی می کند. بنابراین  $U$  و  $W$  مقادیر حقیقی دارند و پارامتر نرمال شده موج بر  $V$ ، به صورت زیر تعریف می شود.

$$V = \sqrt{U^2 + W^2} = k_0 a \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad (25)$$

پارامتر موج بر  $V$ ، یک پارامتر بسیار مهم است که مشخصات فیبرهای نوری را توصیف می کند. به ازای یک مقدار مشخص از پارامتر موج بر  $V$  حل معادله مدهای منتشر شونده  $Lp_{lm}$  مقادیر گسسته ای از ثابت انتشار را حاصل می کند، همچنین به ازای یک مقدار مشخص از  $l$  پاسخ های محدودی وجود دارد که تعداد این پاسخ ها به  $m$  بستگی دارد.

## ۲-۶. تابع گرین در تقویت کننده فیبری دوغلافه

بررسی انتقال حرارت دوره ثابت<sup>۲</sup> با استفاده از روش تابع گرین در

سیستم های استوانه ای در مرجع [۲۷] ارائه شده است. در سیستم هایی با هندسه استوانه ای تنها سه نوع شرط مرزی وجود دارد و برای هر شکل خاصی از هندسه استوانه ای فقط یک تابع گرین وجود دارد. بنابراین انتقال حرارت به صورت دوره ثابت در مختصات استوانه ای باید در روابط زیر صدق کند [۲۷]:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \sigma^2 T = -\frac{1}{k} g(r, \omega) \quad (26)$$

$$k_i \frac{\partial T}{\partial n_i} + [h_i + j\omega(\rho c \varepsilon)_i] T = f_i(r_i, \omega) \quad (27)$$

که در آن  $\sigma^2 = j\omega/\alpha$  و  $T(r, \omega)$ ، نشان دهنده حرارت دوره ثابت در مکان  $r$ ، و فرکانس  $\omega$  است. شرایط مرزی تعمیم یافته نشان دهنده پنج نوع شرط مرزی است که به انتخاب پارامترهای  $k_i$ ،  $h_i$  و  $\varepsilon_i$  بستگی دارد. شرایط مرزی در رابطه (۲۷) شامل جمله  $j\omega(\rho c \varepsilon)_i T$  می شود که نشان دهنده حرارت ذخیره شده در یک ورقه سطحی به ضخامت  $\varepsilon_i$  است. با این فرض که تابع گرین با نماد  $G$ ، شناخته می شود انتقال حرارت به صورت دوره ثابت را می توان توسط معادله انتگرالی زیر ارائه کرد [۲۷ و ۲۸]:

$$T(r, \omega) = \frac{\alpha}{k} \int g(r', \omega) G(r, r', \omega) dv' + \alpha \sum_i \int f_i(r'_i, \omega) \times \begin{bmatrix} -\partial G / \partial n'_i & (\text{first kind}) \\ \frac{1}{k} G(r, r'_i, \omega) & (\text{second to fifth kinds}) \end{bmatrix} ds'_i \quad (28)$$

انتگرال اول تولید حرارت با بهره  $g$ ، است و انتگرال دوم اثر هر یک از مرزهای غیرهمگن  $f_i$  است. با توجه به شرایط مرزی یاد شده و هندسه خاص فیبرها، تابع گرین مناسب برای تقویت کننده های فیبری را می توان به صورت زیر تعریف کرد [۲۹]:

$$G(r_\perp, r'_\perp, \omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} g_m(r, r', \omega) e^{im(\phi - \phi')} \quad (29)$$

در اینجا  $r$  و  $\phi$  مؤلفه های معمولی مختصات استوانه ای هستند و مؤلفه شعاعی تابع گرین  $g_m$ ، از طریق رابطه زیر مشخص می شود:

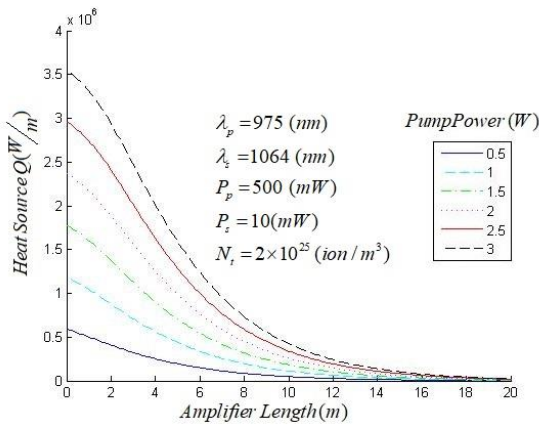
$$g_n(r, r', \omega) = \begin{cases} I_n(\sqrt{qr}) [C_n I_n(\sqrt{qr'}) + K_n(\sqrt{qr'})] & 0 \leq r \leq r' \\ I_n(\sqrt{qr'}) [C_n I_n(\sqrt{qr}) + K_n(\sqrt{qr})] & r' \leq r \leq R \end{cases} \quad (30)$$

در اینجا  $I_n$  و  $K_n$  به ترتیب توابع بسل تعمیم یافته نوع

<sup>2</sup> Steady Periodic

<sup>1</sup> Linear Polarization: (Lp)

می‌شود که افزایش توان پمپ منجر به افزایش حرارت تولیدشده در تقویت‌کننده می‌شود. در طول فیبر با کاهش توان پمپ حرارت تولیدشده نیز کاهش می‌یابد تا در فاصله ۱۵ متری از نقطه پمپ حرارت تولیدشده به صفر میل می‌کند و عملاً حرارتی در این نواحی تولید نمی‌شود.



شکل (۲): تغییرات چگالی حرارتی تولیدشده برحسب طول تقویت‌کننده فیبری در توان‌های مختلف پمپ.

تقویت‌کننده‌های فیبری دوغلافه از یک مغزی آلاییده به عناصر نادر خاکی و دو غلاف از جنس سیلیکات آلومینیوم تشکیل شده‌اند، که یک موج‌بر چند مد با ناحیه مدی بزرگ را ایجاد می‌کنند. در حالت کلی ضریب رسانندگی حرارتی، مغزی، غلاف داخلی و غلاف خارجی فیبر می‌تواند متفاوت باشد. اما در این مقاله ضریب رسانندگی حرارتی را برای ناحیه مغزی، غلاف داخلی و غلاف خارجی یکسان در نظر گرفته‌ایم.

اول و دوم هستند،  $q = i\rho C\omega/\kappa$  و ضریب  $C_n$  از طریق رابطه زیر مشخص می‌شود:

$$C_n = \frac{K_{n+1}(\sqrt{qR}) + K_{n-1}(\sqrt{qR}) - aK_n(\sqrt{qR})}{I_{n+1}(\sqrt{qR}) + I_{n-1}(\sqrt{qR}) + aI_n(\sqrt{qR})} \quad (31)$$

در اینجا  $R$  شعاع خارجی فیبر است و  $a = 2h_q / \sqrt{q\kappa}$ .

### ۳. نتایج شبیه‌سازی ناپایداری‌های مدی در تقویت‌کننده فیبری دوغلافه

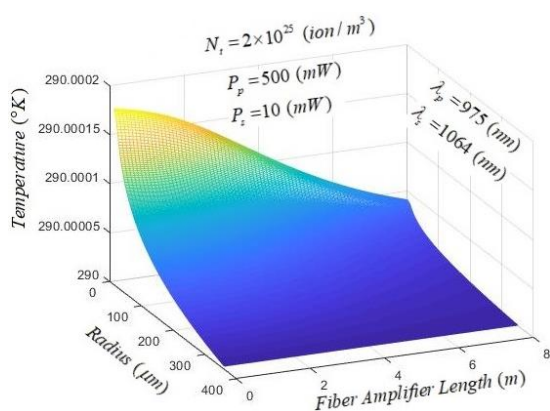
در این بخش با استفاده از نرم‌افزار متلب روابطی که در بخش‌های قبلی ارائه شد را شبیه‌سازی کرده و نتایج حاصل را مورد بحث قرار می‌دهیم. با حل معادلات نرخ در تقویت‌کننده فیبری و قرار دادن نتیجه آن در معادلات توزیع حرارت، تغییرات دمایی و انرژی ذخیره‌شده در هر نقطه از تقویت‌کننده فیبری را می‌توان محاسبه کرد؛ نتایج این محاسبات در مرجع [۳۰ و ۳۱] ارائه شده است. مقادیر پارامترهای مورد استفاده در این شبیه‌سازی در جدول (۱)، ارائه شده است. شکل (۲)، تغییرات گرمای تولیدشده برحسب طول فیبر برای مقادیر مختلف توان پمپ را نشان می‌دهد. دیدیم که اصلی‌ترین عامل تولید حرارت در تقویت‌کننده‌های فیبری نقص کوانتومی یون‌های ایتربیم است که اختلاف انرژی بین فوتون پمپ و سیگنال را به حرارت تبدیل می‌کند. از این رو هرچه چگالی فوتون‌های پمپ در تقویت‌کننده بیشتر باشد حرارت بیشتری تولید خواهد شد. در طول تقویت‌کننده فیبری با تبدیل فوتون‌های پمپ به فوتون‌های سیگنال، چگالی جمعیت فوتون‌های پمپ کاهش یافته و منجر به کاهش تولید حرارت در آنها می‌شود. در شکل (۲)، مشاهده

جدول (۱): مقادیر پارامترهای مورد استفاده در محاسبات عددی.

پارامتر	علامت	مقدار	پارامتر	علامت	مقدار
شعاع مغزی	$a$	$15 (\mu m)$	سطح مقطع جذب پمپ [۳۲]	$\sigma_p^a$	$2/5 \times 10^{-24} (m^2)$
شعاع غلاف داخلی	$b$	$200 (\mu m)$	سطح مقطع گسیل پمپ [۳۲]	$\sigma_p^e$	$2/5 \times 10^{-24} (m^2)$
شعاع غلاف خارجی	$c$	$350 (\mu m)$	سطح مقطع جذب سیگنال [۳۲]	$\sigma_s^a$	$1/4 \times 10^{-27} (m^2)$
طول موج پمپ	$\lambda_p$	$975 (nm)$	سطح مقطع گسیل سیگنال [۳۲]	$\sigma_s^e$	$2 \times 10^{-25} (m^2)$
طول موج سیگنال	$\lambda_s$	$1064 (nm)$	توان پمپ ورود	$P_p$	$500 (mW)$
طول عمر تراز پایدار	$T$	$0/85 (ms)$	توان سیگنال ورودی	$P_s$	$100 (mW)$
تلفات در طول موج پمپ	$\alpha_p$	$10 (db/km)$	دمای خنک‌کننده [۳۵]	$T_c$	$290^\circ K$
تلفات در طول موج	$\alpha_s$	$5 (db/km)$	هدایت گرمایی در غلاف داخلی [۳۲]	$k_2$	$1/38$
هدایت گرمایی در مغزی [۳۲]	$k_1$	$1/38$	هدایت گرمایی در غلاف خارجی [۳۲]	$k_3$	$0/2$

حالی که در مرکز فیبر اختلاف دما در نقطه ورودی و خروجی چشم گیر است.

در شکل (۴)، تغییرات سه بعدی دما نسبت به شعاع و طول تقویت کننده نشان داده شده است. مشاهده می شود که در نقطه ابتدایی در مرکز فیبر دما بیشترین مقدار را دارد در حالی که با فاصله گرفتن از این نقطه دمای سیستم کاهش می یابد و در انتهای فیبر به کمترین مقدار خود می رسد. علت این نحوه توزیع حرارت در تقویت کننده های فیبری تغییرات توان پمپ در طول فیبر است که با کم شدن آن تولید حرارت کاهش یافته و به موجب آن درجه حرارت سیستم نیز کاهش می یابد.

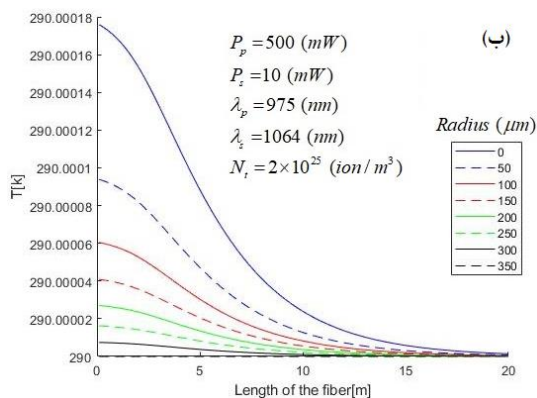
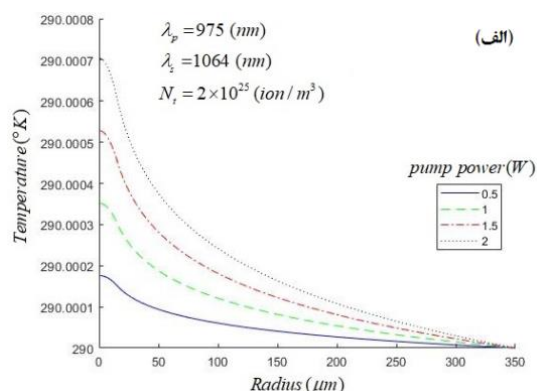


شکل (۴): تغییرات سه بعدی دما نسبت به شعاع و طول تقویت کننده فیبری.

در شکل (۵-الف)، تغییرات ضریب شکست برحسب فاصله شعاعی از محور فیبر در طول های مختلف یک تقویت کننده فیبری ترسیم شده است. همان طور که مشاهده می شود در نقطه ورودی (طول صفر) به دلیل بالا بودن مقدار دما، بیشترین تغییرات ضریب شکست مشاهده می شود، در حالی که با فاصله گرفتن از این نقطه و نزدیک شده به انتهای فیبر کمترین دما را خواهیم داشت و به موجب آن ضریب شکست نیز تغییرات چندانی را نخواهد داشت. شکل (۵-ب)، تغییرات ضریب شکست برحسب طول در فاصله های مختلف از محور اصلی در یک تقویت کننده فیبری را نشان می دهد. می دانیم که حرارت تولید شده در مغزی منجر به تغییر ضریب شکست در تقویت کننده می شود. بنابراین انتظار می رود که در نواحی که حرارت بیشتری تولید شده، ضریب شکست تغییرات بزرگ تری داشته باشد.

در شکل (۵-ب) مشاهده می شود که ضریب شکست در ناحیه مغزی فیبر، بیشترین تغییرات را دارد در حالی که در غلافها و به خصوص در سطح خارجی فیبر به دلیل کمتر بودن دما، ضریب شکست تغییرات چندانی نخواهد داشت.

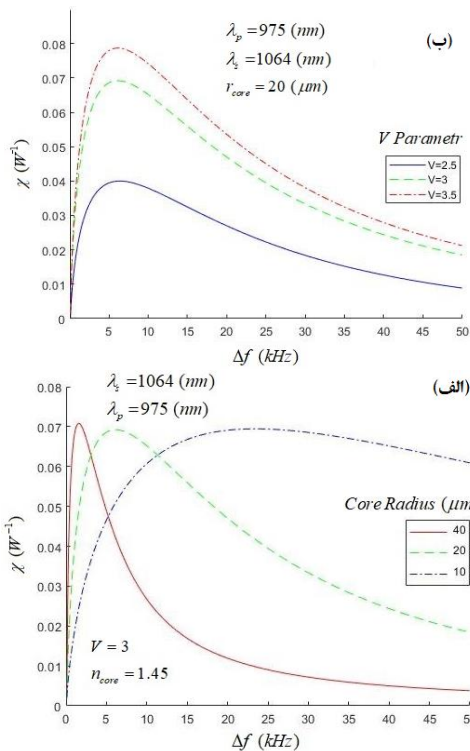
با ساده سازی و یکسان در نظر گرفتن ضرایب رسانندگی حرارتی در تقویت کننده ها می توان عواملی همچون تأثیر توان پمپ بر تولید و توزیع حرارت در سطح فیبر را بررسی کرده و تأثیر آن بر ضریب شکست و ایجاد ناپایداری مدی را مورد مطالعه قرار داد. با استفاده از این روش و نتایج آن می توان الگوی مناسبی را طراحی کرد که دارای کمتر خطا در شرایط آزمایشگاهی باشد. در شکل (۳-الف)، تغییرات دما برحسب فاصله از محور اصلی در توان های مختلف پمپ در نقطه ورودی از تقویت کننده فیبری نشان داده شده است. همان طور که در شکل (۳-الف) مشاهده می شود با افزایش توان پمپ، دمای در تمام نقاط عرضی فیبر افزایش می یابد. سطح فیبر کمترین میزان تأثیرپذیری دما با افزایش توان پمپ را نشان می دهد.



شکل (۳): تغییرات دما برحسب (الف) طول فیبر برای فاصله های شعاعی مختلف از محور اصلی، (ب) فاصله از محور اصلی در توان های مختلف پمپ در نقطه ورودی تقویت کننده.

نتایج حاصل از شبیه سازی برای تغییرات دما برحسب طول فیبر برای فاصله های مختلف شعاعی از محور اصلی فیبر در شکل (۳-ب)، نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می شود، با دور شدن از مرکز فیبر، دمای آن ناحیه کاهش می یابد و مرکز تقویت کننده بیشترین دما را دارد. در نقاط مختلف از سطح فیبر، دما در طول فیبر تغییر چندانی نخواهد داشت، در

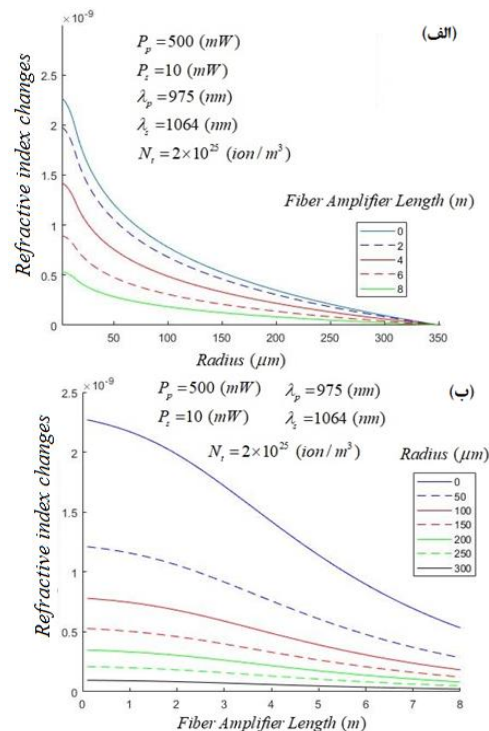
این دو ضریب را نمی توان از یکدیگر تفکیک کرد.



شکل (۷): تغییرات ضرایب جفت‌شدگی مدی برحسب اختلاف فرکانس  $50 (kHz)$  در طول موج سیگنال  $1064$  نانومتر (الف) برای اندازه‌های مختلف مغزی، (ب) برای مقدار مختلف پارامتر موج‌بری  $V$ .

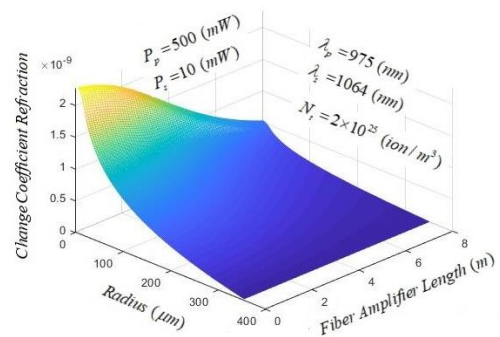
همچنین تأثیر اختلاف فرکانس در مد پایه و اولین مد مرتبه بالاتر را در تقویت‌کننده به خوبی می‌توان در این شکل مشاهده کرد، به این صورت که اگر اختلاف فرکانسی وجود نداشته باشد ضریب جفت‌شدگی مدی برابر صفر خواهد شد و به موجب آن هیچ انتقال انرژی بین مدها رخ نمی‌دهد [۳۳]. اختلاف فرکانس را  $50 (kHz)$  در نظر گرفته‌ایم تا کمترین و بیشترین اختلاف فرکانس ممکن بین دو مد منتشر شونده در تقویت‌کننده‌های فیبری را مشاهده کنیم. در شکل (۷-الف)، تأثیر اندازه مغزی بر ضریب جفت‌شدگی مدی را نیز می‌توان مشاهده کرد. همان‌طور که از شکل مشاهده می‌شود اندازه مغزی تأثیر چندانی در بیشینه مقدار ثابت جفت‌شدگی مدی ندارد، بلکه محل و عرض پیک این ضریب به اندازه مغزی وابسته است. در شکل (۷-ب)، تغییرات ضریب جفت‌شدگی مدی برای مقادیر مختلف از پارامتر  $V$  ترسیم شده است. در اینجا اندازه مغزی را  $20 (\mu m)$  در نظر گرفتیم. پارامتر  $V$  یک پارامتر وابسته به مشخصات موج‌بری فیبر است و با تغییر اندازه مغزی، محیط انتشار و در نتیجه تغییر ضریب شکست و اندازه غلاف‌ها یا طول‌موج منتشر شونده در تقویت‌کننده‌های فیبری مقدار این پارامتر را تغییر دهد.

همان‌طور که از شکل (۷-ب)، مشاهده می‌شود با افزایش



شکل (۸): (الف) تغییرات ضریب شکست برحسب فاصله شعاعی از محور فیبر در طول‌های مختلف یک تقویت‌کننده فیبری، (ب) تغییرات ضریب شکست برحسب طول در یک تقویت‌کننده برای فواصل مختلف از محور اصلی فیبر.

شکل (۶)، نمای کلی از پروفایل تغییرات ضریب شکست در یک تقویت‌کننده فیبری را نمایش می‌دهد. این شکل تغییرات سه‌بعدی ضریب شکست برحسب طول و شعاع تقویت‌کننده را نشان می‌دهد. در شکل (۷-الف)، تغییرات ضرایب جفت‌شدگی مدی  $\chi_1$  و  $\chi_2$  برحسب اختلاف فرکانس  $\Delta f$  برای مقادیر مختلف اندازه مغزی در طول‌موج  $1064 (nm)$  ترسیم شده است.



شکل (۹): تغییرات سه‌بعدی ضریب شکست نسبت به طول و شعاع در یک تقویت‌کننده فیبری.

در شکل (۷-الف)، مشاهده می‌شود که ضریب جفت‌شدگی مدی  $\chi_1$  کاملاً منطبق بر ضریب جفت‌شدگی مدی  $\chi_2$  است و

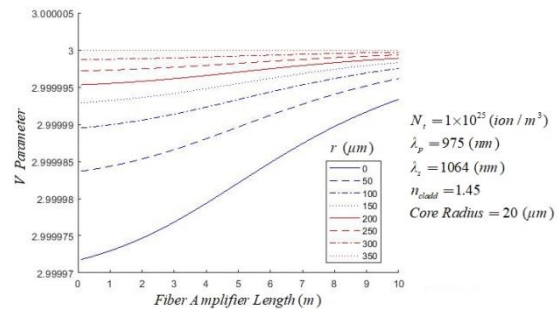


ناحیه اصلی فعالیت می‌شود. ناحیه اول که ناحیه زیر آستانه ناپایداری نامیده می‌شود، انتقال انرژی بین مدها در این ناحیه مشاهده نمی‌شود. ناحیه دوم؛ ناحیه انتقالی که در آن انتقال شبه دوره‌ای بین مدهای مختلف دیده می‌شود و نهایتاً ناحیه آشوبناک که انتقال انرژی آشوبناک بین مدهای مختلف دیده می‌شود [۳۴]. بنابراین در ناپایداری مدی پرتو خروجی در ابتدا پایدار است و با افزایش توان، اختلالاتی هرچند ناچیز در آن دیده می‌شود و با بیشتر شدن توان این اختلالات افزایش یافته و نوساناتی در مقیاس کیلوهرتز در پرتو خروجی ایجاد می‌شود.

برای محاسبه آستانه شروع ناپایداری‌های مدی فرض می‌شود که هرگاه توان مد مرتبه بالاتر پنج درصد از توان مد پایه شد، تداخل دو مد  $LP_{01}$  و  $LP_{11}$  می‌تواند نوساناتی را در خروجی تقویت کننده ایجاد کند [۲۹]. افزایش توان مد مرتبه بالاتر، بیش از این مقدار منجر به شدت گرفتن نوسانات پرتو خروجی شده و ناپایداری را افزایش می‌دهد. بنابراین در اینجا ما برای محاسبه آستانه شروع ناپایداری‌های مدی توان مد مرتبه بالاتر را نسبت به مد پایه محاسبه می‌کنیم. برای این منظور از رابطه (۲۱) استفاده می‌کنیم و  $x_0$  را محاسبه می‌کنیم. در شکل (۹-الف)، تأثیر اندازه مغزی بر آستانه شروع ناپایداری‌های مدی ترسیم شده است. در این مقاله مقدار پارامتر موج‌بری  $V = 3$  و چگالی ناخالصی  $\rho = 7/9577 \times 10^{23}$  برای تقویت کننده فیبری در نظر گرفته شده است. در شکل (۹-الف) مشاهده می‌شود که افزایش اندازه مغزی منجر به افزایش آستانه ناپایداری‌ها می‌شود. با یکسان بودن پارامتر موج‌بر و چگالی در این تقویت کننده‌ها خواص موج‌بری و مدهای منتشرشده تغییری نخواهند کرد، بنابراین علت افزایش آستانه ناپایداری‌های مدی با افزایش اندازه مغزی را می‌توان کاهش عرض پیک ضریب جفت‌شدگی مدی بر اثر افزایش اندازه مغزی فیبر در نظر گرفت. شکل (۹-ب)، تغییرات آستانه ناپایداری مدی در یک تقویت کننده فیبری بر اثر تغییر خواص موج‌بری فیبر را نشان می‌دهد. خواص موج‌بری یک فیبر توسط پارامتر  $V$ ، مشخص می‌شود، به طوری که با تغییر مقدار این پارامتر می‌توان مدهای منتشرشده در فیبر را مدیریت کرد. با توجه به تأثیر این پارامتر بر مدهای منتشرشده در تقویت کننده‌ها، می‌توان با محدود کردن مدهای مرتبه بالاتر نقش آنها در تقویت کننده را کم‌رنگ‌تر کرد. کاهش شدت یا توان مد مرتبه بالاتر، با آستانه شروع ناپایداری‌های مدی رابطه عکس دارد. یعنی افزایش توان مد مرتبه بالاتر منجر به کاهش آستانه ناپایداری‌ها می‌شود. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که افزایش پارامتر موج‌بری  $V$ ، آستانه شروع ناپایداری‌های مدی را کاهش می‌دهد. همان‌طور که از شکل (۹-ب) مشاهده می‌شود آستانه ناپایداری به‌ازای

پارامتر  $V$ ، ضریب جفت‌شدگی مدی افزایش می‌یابد. علت افزایش ضریب جفت‌شدگی مدی با افزایش مقدار پارامتر  $V$ ، وابستگی  $\mathcal{R}$  به همپوشانی بین دو مد است. به‌عنوان مثال برای  $V = 2/5$ ، که فقط کمی بالاتر از  $2/4$  برای حالت تک مدی فیبر است، هم‌پوشانی بین مدها ناچیز است و به موجب آن جفت‌شدگی مدی نیز مقدار ناچیزی خواهد داشت. بنابراین می‌توان گفت با افزایش پارامتر  $V$ ، همپوشانی بین مدها افزایش یافته و ضریب جفت‌شدگی مدی نیز افزایش می‌یابد. در مقایسه نتایج شبیه‌سازی این مقاله با مرجع [۲۵] بیشینه ضرایب جفت‌شدگی مدی مقدار مختلف پارامتر موج‌بری برای یکسان است و فقط یک اختلاف فرکانس در محور طولی مشاهده می‌شود. دلیل این اختلاف فرکانس، عدم ارائه پارامترهای ورودی مانند توان سیگنال ورودی، دمای سطح فیبر، ضرایب تغییرات دمایی و ضریب شکست است که در این مقاله از سایر مقالات جایگذاری شده است.

دیده شد که ضریب شکست در تقویت کننده‌ها به دلیل حرارت تغییر می‌کند. تغییرات ضریب شکست خود منجر به تغییر در گذردهی نور و خواص موج‌بری فیبر می‌شود. از طرفی تغییر خواص موج‌بری می‌تواند ضریب جفت‌شدگی مدی را نیز تغییر دهد. در شکل (۸)، تغییرات پارامتر موج‌بری  $V$ ، برحسب طول تقویت کننده تحت تأثیر تغییرات ضریب شکست با دما برای فواصل مختلف از محور اصلی ترسیم شده است. دیدیم که بیشترین تغییرات ضریب شکست در یک تقویت کننده فیبری مربوط به ناحیه مغزی و محور اصلی آن است. بنابراین همان‌طور که انتظار می‌رود بیشترین تغییر پارامتر  $V$  مربوط به محور اصلی فیبر یعنی  $r = 0$  است.



شکل (۸): تغییرات پارامتر نرمال شده موج‌بر  $V$ ، برحسب طول تقویت کننده فیبری تحت تأثیر تغییرات ضریب شکست.

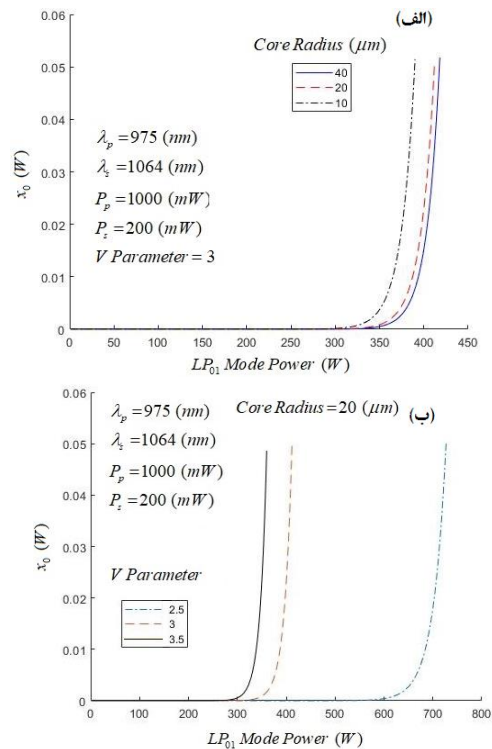
با فاصله گرفتن از محور اصلی و نزدیک شدن به سطح خارجی تقویت کننده، مشاهده می‌شود تغییرات پارامتر نرمال شده موج‌بر در طول فیبر روند نزولی داشته و در سطح خارجی فیبر پارامتر  $V$  تغییری نخواهد داشت. در ناپایداری مدی تعامل زمانی بین مدهای منتشرشده در تقویت کننده، منجر به ایجاد سه

شکست مستقیماً به درجه حرارت تقویت کننده بستگی دارد و در هر نقطه‌ای از تقویت کننده که حرارت بالاتر باشد ضریب شکست تغییرات بیشتری دارد. با استفاده از نتایج حاصل از تغییرات، بهره، چگالی حرارت تولید شده و ضریب شکست، ضرایب جفت‌شدگی مدی در تقویت کننده‌های فیبر ایتربیومی محاسبه شد. دیدیم که تغییرات ضریب شکست می‌تواند پارامتر نرمال شده موج‌بری را تغییر داده و منجر به تغییر ضریب جفت‌شدگی مدی در این تقویت کننده‌ها شود. افزایش پارامتر نرمال شده موج‌بری با افزایش ضریب همپوشانی بین دو مد، منجر به افزایش ضریب جفت‌شدگی مدی در تقویت کننده‌های فیبری می‌شود. همچنین نشان داده شد، با فرض ثابت بودن پارامتر نرمال شده موج‌بری، تغییر اندازه مغزی تأثیری بر بیشینه مقدار ضریب جفت‌شدگی مدی ندارد و فقط منجر به تغییر محل و عرض پیک ضریب جفت‌شدگی مدی می‌شود. در انتها، توان مدهای منتشر شده و آستانه ناپایداری‌های مدی در تقویت کننده‌های فیبری دوغلافه بررسی شد. نشان داده شد که افزایش ضریب جفت‌شدگی مدی می‌تواند توان مد پایه را کم و توان مد مرتبه بالاتر را افزایش دهد. بنابراین افزایش ضریب جفت‌شدگی مدی منجر به کاهش آستانه ناپایداری‌های مدی خواهد شد. پارامتر نرمال شده موج‌بری  $V$ ، با تغییر ضریب جفت‌شدگی مدی می‌تواند آستانه ناپایداری‌های مدی را تحت الشعاع قرار دهد. بطوری که با افزایش پارامتر  $V$  آستانه ناپایداری مدی کاهش خواهد یافت. اندازه مغزی مستقیماً بر آستانه ناپایداری‌های مدی تأثیرگذار است، به این صورت که افزایش اندازه مغزی منجر به افزایش آستانه می‌شود.

## ۵. مراجع

- [1] E. Desurvire and M. N. Zervas, "Erbium-doped fiber amplifiers: principles and applications," *Physics Today*, Vol. 48, pp. 56, 1995.
- [2] M. Bégin and B. Morasse, "Specialty Fiber-High-saturation-energy Yb fibers pump up pulsed fiber lasers," *Laser Focus World*, Vol. 48, pp. 43, 2012.
- [3] M. Farries, et al., "Distributed temperature sensor using Nd3+-doped optical fibre," *Electronics Letters*, Vol. 22, pp. 418-419, 1986.
- [4] Y.-Y. Fan, C.-C. Ye, C.-Y. Wu, and Z.-P. Cai, "High-power narrow-linewidth wavelength-tunable YB 3+-doped double-clad fiber lasers," *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering* 7134, 2008, 71342H.
- [5] J.A. Alvarez-Chavez, et al. "High Power Er3+/Yb3+-Doped Fiber Laser Suitable for Medical Applications," in *AIP Conference Proceedings*, 2006, 84-86.
- [6] C. Jauregui, et al., "Passive mitigation strategies for mode instabilities in high-power fiber laser systems," *Opt. express*, Vol. 21, pp. 19375-19386, 2013.
- [7] D. Richardson, J. Nilsson, and W.J.J.B. Clarkson, "High power fiber lasers: current status and future perspectives," *Vol. 27*, pp. B63-B92, 2010.

در حدود  $x_0 = 360 (W)$  است در حالی که توان آستانه به ازای  $V = 2/5$  افزایش قابل توجهی در این آستانه وجود دارد و توان آستانه ناپایداری مدی به حدود  $x_0 = 727 (W)$  رسیده است.



شکل (۹): الف) تأثیر اندازه مغزی و ب) پارامتر موج‌بری، بر آستانه شروع ناپایداری‌های مدی در تقویت کننده‌های فیبری پرتوان.

در مقایسه نتایج تغییرات آستانه ناپایداری مدی برحسب توان مد پایه در این شبیه‌سازی با مرجع [۲۹]، روند تغییرات نمودار یکسان است. اختلاف موجود در آستانه شروع ناپایداری مدی در دو مرجع مانند شکل (۷)، در پارامترهای ورودی دو مقاله است.

## ۴. نتیجه‌گیری

در این مقاله ما با استفاده از جفت‌شدگی مدی به محاسبه و بررسی ناپایداری‌های مدی در تقویت کننده‌های فیبری پرداختیم. برای محاسبه ضرایب جفت‌شدگی مدی باید تمامی عواملی که در یک تقویت کننده فیبری بر سیگنال ورودی و خروجی تأثیرگذار هستند را به دقت مورد بررسی قرار داد. از این رو در این مقاله با استفاده از نرم‌افزار متلب اقدام به شبیه‌سازی و بررسی تقویت کننده‌های فیبری شد و تولید حرارت و عوامل مؤثر بر آن را در تقویت کننده‌های فیبری مورد بررسی قرار داده شد. اصلی‌ترین عامل تولید حرارت در تقویت کننده‌های فیبری نقص کوانتومی یون‌های آلاینده‌ای است. نشان داده شد که تغییرات ضریب

- silica", in *Optomechanical Technologies for Astronomy*. 2006, pp. 62732K.
- [24] S. Naderi, I. Dajani, T. Madden, and C. Robin, "Investigations of modal instabilities in fiber amplifiers through detailed numerical simulations," *Opt. express*, Vol. 21, pp. 16111-16129, 2013.
- [25] K.R. Hansen, T.T. Alkeskjold, J. Broeng, and J. Lægsgaard, "Thermally induced mode coupling in rare-earth doped fiber amplifiers," *Optics Letters*, Vol. 37, pp. 2382-2384, 2012.
- [26] A. Kumar and A.K. Ghatak, "Polarization of light with applications in optical fibers", SPIE press, Bellingham, Washington USA, 2011.
- [27] K. D. Cole and P. E. Crittenden, "Steady-periodic Heating of a cylinder", *Mechanical & Materials Engineering*, Vol. 131, pp. 091301, 2009.
- [28] K. D. Cole, J. V. Beck, A. Haji-Sheikh, and B. Litkouhi, "Heat conduction using Green's functions, (Series in Computational Methods and Physical Processes in Mechanics and Thermal Sciences) 2nd Edition" Hemisphere Publishing Corporation, New York, 1992.
- [29] K.R. Hansen, T.T. Alkeskjold, J. Broeng, and J. Lægsgaard, "Theoretical analysis of mode instability in high-power fiber amplifiers," *Opt. express*, Vol. 21, pp. 1944-1971, 2013.
- [30] M. Karimi, K. Jamshidi-Ghaleh, M. Amniat-Talab, A. Sepahvand, A. Shohani, "Study of Thermal Effects in Double Clad Ytterbium Doped Fiber Amplifier," The 24th Iranian Conference on Optics and Photonics (ICOP 2018) and the 10th Iranian Conference on Photonics Engineering and Technology (ICPET 2018), 2018, 681-684, (In Persian).
- [31] M. Karimi, K. Jamshidi-Ghaleh, M. Amniat-Talab, A. Sepahvand, A. Shohani, "Calculation of refractive index variation in fiber amplifier with convection and radiation heat transfer from fiber surface," The 24th Iranian Conference on Optics and Photonics (ICOP 2018) and the 10th Iranian Conference on Photonics Engineering and Technology (ICPET 2018), 2018, 677-680, (In Persian).
- [32] M.-A. Lapointe, S. Chatigny, M. Piché, M. Cain-Skaff, and J.-N. Maran, "Thermal effects in high-power CW fiber lasers," in *Fiber Lasers VI: Technology, Systems, and Applications*. 2009, pp. 71951U.
- [33] A. Sepahvand, M. Karimi, A. Shohani, M. Amniat-Talab, K. Jamshidi-Ghaleh, "Coupled Mode Coefficient Determination in High Power Fiber Amplifiers," The 24th Iranian Conference on Optics and Photonics (ICOP 2019) and the 10th Iranian Conference on Photonics Engineering and Technology (ICPET 2019), 2019, pp.405-408, 2019 (In Persian).
- [34] C. Jauregui, H.-J. Otto, F. Stutzki, J. Limpert, and A. Tünnermann, "Simplified modelling the mode instability threshold of high power fiber amplifiers in the presence of photodarkening", *Opt. express*, Vol. 23, pp. 20203-20218, 2015.
- [35] Y. Fan, B. He, J. Zhou, J. Zheng, H. Liu, Y. Wei, J. Dong, and Q. Lou, "Thermal effects in kilowatt all-fiber MOPA", *Opt. express*, Vol. 19, pp. 15162-15172, 2011.
- [8] G. P. Agrawal, "Nonlinear fiber optics," University of Rochester, Optics and A. P. Photonics 4th Edition, 2006.
- [9] S. Naderi, I. Dajani, J. Grosek, and T. Madden, "Theoretical and numerical treatment of modal instability in high-power core and cladding-pumped Raman fiber amplifiers," *Opt. express*, Vol. 24, pp. 16550-16565, 2016.
- [10] A. V. Smith and J. J. Smith, "Steady-periodic method for modeling mode instability in fiber amplifiers", *Opt. express*, Vol. 21, pp. 2606-2623, 2013.
- [11] J. Nilsson and B. Jaskorzynska, "Modeling and optimization of low-repetition-rate high-energy pulse amplification in cw-pumped erbium-doped fiber amplifiers", *Opt. let.* Vol. 18, pp. 2099-2101, 1993.
- [12] J. Li, H. Chen, Y. Chen, M. Chen, Y. Yang, X. Jin, Z. Dai, and Y. Liu, "Theoretical and optimized design of low-repetition-rate high-energy pulse amplification in multi-stage MOPA systems", *J. Opt.*, Vol. 12, pp. 115710, 2010.
- [13] B. Upadhyaya, U. Chakravarty, A. Kuruvilla, K. Thyagarajan, A.K.Nath, M.R.Shenoy, K.Thyagaraja., "Effect of steady-state conditions on self-pulsing characteristics of Yb-doped cw fiber lasers", *Opt. commun.*, Vol. 281, pp. 146-153, 2008.
- [14] L. Xiao, P. Yan, M. Gong, W. Wei, and P. Ou, "An approximate analytic solution of strongly pumped Yb-doped double-clad fiber lasers without neglecting the scattering loss," *Opt. commun.*, Vol. 230, pp. 401-410, 2004.
- [15] M. Liu, H. T. Zhang, P. Yan, M. L. Gong, C. Zheng, K. Meng "Dynamics of Yb-doped double clad pulsed fiber amplifier based on slow motion dynamic rate equations", *Laser Physics*, Vol. 22, pp. 1335-1339, 2012.
- [16] L. Zenteno, "High-power double-clad fiber lasers," *J. Lightwave Technol.*, Vol. 11, pp. 1435-1446, 1993.
- [17] M. Davis, M. Dignonnet, and R. H. Pantell, "Thermal effects in doped fibers," *J. Lightwave Technol.*, Vol. 16, pp. 1013, 1998.
- [18] D. C. Brown and H. J. Hoffman, "Thermal, stress, and thermo-optic effects in high average power double-clad silica fiber lasers," *IEEE J. quant. Electron.*, Vol. 37, pp. 207-217, 2001.
- [19] Y. Wang, C.-Q. Xu, and H. Po, "Thermal effects in kilowatt fiber lasers," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, Vol. 16, pp. 63-65, 2004.
- [20] N. A. Brilliant, and K. Lagonik, "Thermal effects in a dual-clad ytterbium fiber laser", *Opt. lett.*, Vol. 26, pp. 1669-1671, 2001.
- [21] J. Holman, "Heat Transfer", eight ed., McGraw-Hill Publisher, New York, 1997.
- [22] H. Icenogle, B. C. Platt, and W. L. Wolfe, "Refractive indexes and temperature coefficients of germanium and silicon", *Applied optics*, Vol. 15, pp. 2348-2351, 1976.
- [23] D. B. Leviton and B. J. Frey, "Temperature-dependent absolute refractive index measurements of synthetic fused

## **Mode Instability in the Ytterbium Doped Fiber Amplifier**

**A. Sepahvand<sup>1</sup>, M. Karimi<sup>\*2</sup>, K. Jamshidi Ghaleh<sup>3</sup>, M. Amniat-Talab<sup>4</sup>, A. Shohani<sup>5</sup>**

Corresponding Author: Assistant professor, Photonic and Quantum Technology Research School, Nuclear Science and Technology Research Institute, AEOI, Tehran, Iran

(Received: 28/01/2020; Accepted: 12/06/2020)

### **Abstract**

*Different factors such as nonlinear phenomena and mode instability affect the output of the high-power fiber lasers and amplifiers. Since these devices have many applications in the industry, medicine, and military facilities, the study of the various factors' effects on their output is directly reflected on the design of high-power lasers and amplifiers. In the present paper, the mode instability which is the major limiting factor on the output of high power lasers and amplifiers has been studied, simulated, and investigated. In these high-power devices, the temperature increases due to quantum defects, background loss, and light scattering, which change the refractive index of the fiber material. Variation of the refractive index is the main reason of mode instability in high power fiber lasers and amplifiers. Mode instability causes the coupling of the fundamental mode to the upper-mode and thus decreases the fundamental mode's energy. In this paper, different factors that affect the threshold of the mode instability and power transfer from the fundamental mode to the upper mode have been investigated.*

**Keywords:** Mode Instability, Dopant Concentration, Refractive Index Change, Ytterbium Doped Fiber Amplifier

---

\* Corresponding author E-mail: mykarimi@aeoi.org.ir