

## **Semi-Analytic Evaluation of the Electron Density Distribution of Tokamaks With Central Chord Microwave Interferometer**

**E. A. Noori<sup>\*1</sup>**

\* Plasma and nuclear fusion research school, Nuclear Science and Technology Research Institute (NSTRI)  
(Received: 03/02/2021; Accepted: 15/06/2021)

### **Abstract**

*Microwave interferometry which is being used in various tokamaks in the world, is considered as one of the most reliable techniques for electron density measurement of tokamaks. The simplest type of homodyne microwave interferometers is the single channel or central-chord interferometer which measures the line integrated electron density along the longest chord of the plasma cross section of the tokamak. One of the restrictions of central-chord interferometers is that they cannot determine the spatial distribution of electron density. In this paper a semi-analytic approach based on phase difference analysis, is proposed for qualitative evaluation of electron distribution in tokamaks with central-chord interferometer. According to the suggested model, several density profiles are proposed to describe the electron distribution. It is found that in high frequency ranges the trapezoidal distribution can provide a better qualitative estimation of the spatial distribution of electron density in tokomaks. The proposed model can be used as a primary analysis of the spatial distribution of electron density along with complimentary techniques such as the microwave reflectometry and multi-channel interferometers.*

**Keywords:** Electron Density, Microwave Interferometer, Phase Difference, Tokamak

---

\* Corresponding author E-mail: enoori@aeoi.org.ir

علمی-پژوهشی

تخمین نیمه تحلیلی توزیع چگالی الکترونی پلاسما در توکامک‌هایی

با تداخل سنج میکروموج وتر مرکزی

احسان اله نوری

استادیار پژوهشکده پلاسما و گداخت هسته‌ای - پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای

(دریافت: ۱۳۹۹/۱۱/۱۵، پذیرش: ۱۴۰۰/۰۳/۲۵)

چکیده

روش تداخل سنجی میکروموج، به عنوان یکی از معتبرترین روش‌ها در اندازه‌گیری چگالی الکترونی پلاسما توکامک به شمار می‌رود که در توکامک‌های مختلفی در سراسر جهان استفاده می‌شود. نوع ساده‌تر تداخل سنج‌های میکروموج، تداخل سنج میکروموج هموداین تک-کاناله یا وتر مرکزی نام دارد که با استفاده از آن می‌توان متوسط خطی چگالی الکترونی را در طول یکی از وترهای سطح مقطع پلاسما توکامک اندازه‌گیری نمود. یکی از محدودیت‌های تداخل سنج‌های وتر مرکزی این است که در آن‌ها فقط قابلیت اندازه‌گیری متوسط چگالی الکترونی وجود دارد و تشخیص توزیع فضایی چگالی امکان‌پذیر نیست. در این مقاله روشی نیمه تحلیلی مبتنی بر تحلیل اختلاف فاز، جهت تخمین کیفی توزیع فضایی چگالی الکترونی در تداخل سنج‌های وتر مرکزی ارائه شده است. بر اساس مدل پیشنهادی، تعدادی پروفایل جهت توصیف کیفی توزیع چگالی الکترونی پلاسما توکامک ارائه شده است. از مقایسه اختلاف فاز مدل‌های ارائه شده با مقدار خطی حاصل از اندازه‌گیری تجربی متوسط خطی چگالی در توکامک دماوند، مشخص شد که از میان مدل‌های پیشنهادی، پروفایل دوزنقه‌ای در فرکانس‌های بالا می‌تواند تخمین کیفی مناسب‌تری از توزیع چگالی الکترونی توکامک داشته باشد. از مدل ارائه شده می‌توان جهت تخمین مقدماتی و در کنار روش‌های تکمیلی از جمله بازتاب‌نگاری میکروموج و تداخل سنج‌های چند کاناله جهت تعیین توزیع فضایی چگالی الکترونی پلاسما توکامک استفاده نمود.

کلید واژه‌ها: چگالی الکترونی، تداخل سنج میکروموج، اختلاف فاز، توکامک

۱. مقدمه

به دلیل عدم تماس مستقیم با پلاسما، سامانه‌های تشخیصی مبتنی بر انتشار امواج، کمترین اختلال و بیشترین قدرت تفکیک را در پلاسما توکامک دارند [۱-۳].

آگاهی از ویژگی‌های چگالی الکترونی پلاسما توکامک از جمله، انتگرال مکانی (متوسط خطی<sup>۱</sup> چگالی) و طیف آشفتگی زمانی (افت‌وخیز چگالی) نقش بسیار مهمی در درک و توسعه فیزیک توکامک و کنترل پلاسما دارد [۴]. یکی از کارآمدترین و معتبرترین ابزارهای اندازه‌گیری چگالی الکترونی توکامک، استفاده از روش تداخل سنجی است. در روش تداخل سنجی، از مشاهده تداخل بین دو یا چند پرتو موج با نام‌های پرتو کاوشگر (پرتوی که با پلاسما برهمکنش دارد) و پرتو مرجع (پرتویی که هیچ برهمکنشی با پلاسما ندارد)، پارامترهای مهم پلاسما حاصل می‌گردد. در این میان، استفاده از تداخل سنج‌های میکروموج کاربرد بسیار زیادی در اندازه‌گیری چگالی الکترونی پلاسما دارد

یکی از مهم‌ترین بخش‌های سامانه‌های محصورسازی مغناطیسی به‌ویژه توکامک، تجهیزات و ابزارهای مرتبط با تشخیص و اندازه‌گیری پارامترهای پلاسما می‌باشد. از این‌رو، پژوهش‌ها و مطالعات فراوانی در جهت توسعه سامانه‌های تشخیصی مرتبط با اندازه‌گیری پارامترهای مؤثر در توصیف عملکرد توکامک در حال انجام می‌باشد. بخش گسترده‌ای از سامانه‌های تشخیصی توکامک در ارتباط با انتشار امواج الکترومغناطیس در داخل پلاسما توکامک می‌باشند. دلیل اهمیت سامانه‌های تشخیصی مبتنی بر انتشار امواج الکترومغناطیس در توکامک این است که این‌گونه سامانه‌ها، برخلاف سامانه‌های تشخیصی تماسی مانند پروب‌های الکترونیکی، امکان اندازه‌گیری پارامترهای اساسی پلاسما مانند دما و چگالی را در مرکز پلاسما توکامک دارند. از سوی دیگر،

<sup>۱</sup> Line averaged density

متداول با نام تبدیل آبل<sup>۴</sup>، امکان تعیین توزیع فضایی چگالی الکترونی بر حسب مشتق تغییرات فاز وجود دارد [۳-۲]. در این مقاله، روشی نیمه تحلیلی جهت تخمین کیفی توزیع فضایی چگالی الکترونی پلاسما در توکامک‌هایی که در آنها از تداخل سنج میکروموج و تر مرکزی استفاده می‌شود، معرفی شده است. بدین منظور، تعدادی پروفایل جهت توصیف رفتار مکانی چگالی الکترونی پیشنهاد شده است. جهت اعتبارسنجی مدل‌های ارائه شده، از داده‌های تداخل سنج میکروموج توکامک دماوند استفاده شده و نشان داده شده است که مدل پیشنهاد شده می‌تواند در محدوده فرکانس‌های بالا، جهت توصیف کیفی توزیع فضایی چگالی الکترونی پلاسما توکامک مورد استفاده قرار گیرد. در بخش دوم مقاله، فیزیک تداخل سنج‌های میکروموج مورد بررسی قرار گرفته است. بخش سوم به تعیین توزیع فضایی چگالی الکترونی با استفاده از مدل پیشنهادی اختصاص دارد. در بخش چهارم نیز نتیجه‌گیری و پیشنهادها انجام شده است.

## ۲. توصیف فیزیکی تداخل سنج میکروموج

فیزیک عملکرد یک تداخل سنج میکروموج بر پایه اندازه‌گیری تغییرات فاز در نتیجه تغییرات ایجاد شده در ضریب شکست پلاسما می‌باشد. در صورتی که جهت انتشار و میدان الکتریکی موجی که به داخل توکامک فرستاده می‌شود به ترتیب، عمود و موازی با میدان مغناطیسی محوری (چمبره‌ای) توکامک باشند رابطه  $(\mathbf{E} \parallel \mathbf{B}_T \text{ و } \mathbf{k} \perp \mathbf{B}_T)$ ، رابطه پاشندگی موج عادی منتشر شده در پلاسما به صورت زیر بیان می‌شود

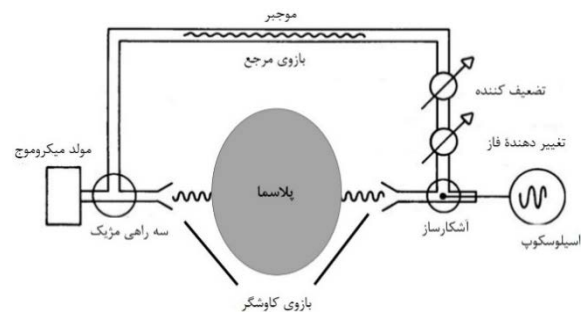
$$\omega^2 = \omega_p^2 + ck^2 \quad (1)$$

که در آن  $k$  و  $\omega$  به ترتیب عدد موج و فرکانس موج می‌باشند. فرکانس پلاسما بر حسب چگالی الکترونی  $n_e$ ، به صورت زیر تعریف می‌شود

$$\omega_p = (n_e e^2 / m \epsilon_0)^{1/2} \approx 56.42 \sqrt{n_e} \quad (2)$$

که در آن کمیت‌های ثابت  $e$ ،  $m$  و  $\epsilon_0$  به ترتیب، بار الکتریکی، جرم سکون الکترون و ضریب گذردهی خلأ می‌باشند. با توجه به اینکه چگالی در مرکز پلاسما توکامک بیشتر از سایر نواحی است، به ازای مقدار خاصی از چگالی الکترونی با عنوان چگالی بحرانی  $n_c$ ،  $\omega = \omega_p$  خواهد شد. به ازای مقادیر چگالی بیشتر از چگالی بحرانی ( $n_e > n_c$ )، موج در داخل پلاسما منتشر نخواهد شد. در این حالت اصطلاحاً گفته می‌شود پدیده

[۵-۸]. ساختار کلی، تداخل سنج‌های میکروموج مشابه تداخل سنج‌های اپتیکی مانند تداخل سنج مایکلسون یا ماخ - زندر می‌باشد. هر یک از پرتوهای موج کاوشگر و مرجع مسیره‌های اپتیکی متفاوتی را طی می‌کنند و در نهایت در یک آشکارساز فاز تداخل می‌کنند. اختلاف فاز ایجاد شده بین دو پرتو کاوشگر و مرجع، اطلاعات مهمی در رابطه با اختلاف طول مسیره‌های اپتیکی بین دو پرتو موج دارد که از این اطلاعات جهت تعیین چگالی پلاسما استفاده می‌شود [۲ و ۳]. اساس عملکرد یک تداخل سنج میکروموج، اندازه‌گیری تغییرات فاز ایجاد شده در یک موج قطبیده خطی در محدوده طول موج میلی‌متر است که در هنگام انتشار در داخل پلاسما توکامک، میدان الکتریکی آن موازی با میدان مغناطیسی چمبره‌ای توکامک می‌باشد. در نتیجه برهمکنش موج با پلاسما توکامک، امواج عرضی از نوع موج عادی<sup>۱</sup> در پلاسما برانگیخته می‌شوند. نمایی ساده و کلی از یک تداخل سنج میکروموج در شکل (۱) نشان داده شده است [۹-۱۰].



شکل (۱): نمای ساده‌ای از یک تداخل سنج میکروموج

در یک دسته‌بندی کلی، تداخل سنج‌های میکروموج به دو دسته تداخل سنج‌های تک-کاناله<sup>۲</sup> و چند-کاناله تقسیم می‌شوند. در تداخل سنج‌های تک-کاناله، که نمونه ساده‌تری در مقایسه با تداخل سنج‌های چند-کاناله هستند، انتگرال مکانی چگالی الکترونی (چگالی متوسط خطی) در راستای وتر اصلی (مرکزی) سطح مقطع پلاسما توکامک اندازه‌گیری می‌شود. از این رو، به این گونه تداخل سنج‌ها، تداخل سنج میکروموج وتر مرکزی<sup>۳</sup> نیز گفته می‌شود. با توجه به اینکه انتگرال‌گیری خطی چگالی، در راستای وتر مرکزی انجام می‌گیرد، در تداخل سنج‌های تک-کاناله امکان تعیین توزیع فضایی چگالی الکترونی، به طور مستقیم از اندازه‌گیری اختلاف فاز، وجود ندارد. در تداخل سنج‌های چند کاناله، امکان اندازه‌گیری انتگرال خطی چگالی در وتر به غیر از وتر مرکزی پلاسما وجود دارد. از این رو، با استفاده از روشی

<sup>1</sup> Ordinary wave

<sup>2</sup> Single-channel interferometer

<sup>3</sup> Central-chord interferometer

<sup>4</sup> Abel inversion

$$\Delta\phi = \frac{\omega}{2cn_c} \int_0^L n_e(x) dx \quad (7)$$

$$\approx \frac{0.845 \times 10^{-6}}{f} \int_0^L n_e(x) dx$$

با توجه به غیریکنواخت بودن مقدار چگالی، آنچه که از نظر فیزیکی در اندازه‌گیری‌های تداخل‌سنج‌های میکروموج مورد توجه است، متوسط مکانی چگالی الکترونی در راستای یکی از وترهای سطح مقطع پلاسما توکامک است. بنابراین، با تعریف کمیت انتگرال خطی چگالی<sup>۱</sup> (چگالی متوسط خطی) به صورت

$$\langle n_e \rangle = \frac{\int_0^L n_e(x) dx}{L} \quad (8)$$

معادله اختلاف فاز را می‌توان به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\frac{\Delta\phi [\text{rad}]}{2\pi} = \frac{0.845 \times 10^{-6}}{f [\text{GHz}]} \langle n_e \rangle [\text{cm}^{-3}] L [\text{cm}] \quad (9)$$

با توجه به اینکه فقط موج کاوشگر با پلاسما برهمکنش دارد، انتگرال‌گیری خطی فقط در راستای مسیر موج کاوشگر انجام می‌گیرد. بنابراین، اختلاف فاز بر حسب طول مسیر پیموده شده توسط موج کاوشگر در داخل پلاسما و مستقل از شکل پلاسما تعیین می‌شود و معادله (۹) را می‌توان با توکامک‌های با سطح مقطع غیر دایروی نیز مورد استفاده قرار داد. همان‌گونه که از معادله (۹) مشخص است، نتیجه اندازه‌گیری اختلاف فاز موج‌های مرجع و کاوشگر، انتگرال خطی چگالی را به دست می‌دهد و اطلاعاتی را در ارتباط با توزیع فضایی چگالی نمی‌دهد.

### ۳. تعیین توزیع فضایی چگالی الکترونی

جهت تعیین توزیع فضایی چگالی الکترونی توکامک، معمولاً از تداخل‌سنج‌های میکروموج چند-کاناله استفاده می‌شود که امکان اندازه‌گیری اختلاف فاز را در راستای وترهای مختلفی از سطح مقطع پلاسما (به غیر از وتر مرکزی) داشته باشند. در این صورت، با به دست آوردن نحوه تغییرات اختلاف فاز در وترهای مختلف، می‌توان با استفاده از تبدیل ریاضیاتی با نام تبدیل آبل، نحوه تغییرات فضایی چگالی را بر حسب مشتق اختلاف فاز بیان نمود. با توجه به اینکه روش تبدیل آبل در مورد تداخل‌سنج‌های

قطع در پلاسما رخ داده است. چگالی بحرانی را می‌توان به صورت زیر تعریف نمود [۳]:

$$n_c [\text{m}^{-3}] \equiv \frac{\omega^2 m \epsilon_0}{e^2} \approx \frac{f^2 [\text{Hz}]}{80.6} \quad (3)$$

که در آن  $f$  بیانگر فرکانس موج منتشرشده در پلاسما است. بنابراین، همان‌گونه که از معادله (۱) نیز مشخص است، برای انتشار موج در داخل پلاسما، باید شرط  $\omega > \omega_p$  برقرار باشد. همان‌گونه که در شکل (۱) نشان داده شده است، در مسیر بازوی کاوشگر تداخل‌سنج، پلاسمایی با طول مشخص وجود دارد. افت‌وخیز چگالی الکترونی باعث ایجاد تغییرات در ضریب شکست پلاسما و در نتیجه آن، به وجود آمدن اختلاف فازی (میان دو موج مرجع و کاوشگر) می‌شود. اختلاف فاز دو بازوی مرجع و کاوشگر، به دلیل حضور پلاسمایی با طول  $L$ ، بر حسب ضریب شکست پلاسما، به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\Delta\phi = \int_0^L [N(x) - 1] \frac{\omega}{c} dx \quad (4)$$

که در آن کمیت ثابت  $c$  بیانگر سرعت نور در خلأ می‌باشد. در حالت کلی، ضریب شکست پلاسما در توکامک غیریکنواخت است. از این‌رو، ضریب شکست پلاسما در معادله (۴) به عنوان تابعی از طول پلاسما، در جهتی که موج منتشر می‌شود، بیان شده است. ضریب شکست پلاسما، بر حسب چگالی الکترونی متغیر پلاسما به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$N(x) = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} = \sqrt{1 - \frac{n_e(x)}{n_c}} \quad (5)$$

بدین ترتیب اختلاف فاز میان موج مرجع و کاوشگر، به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{\Delta\phi}{2\pi} = \frac{\phi_0 - \phi}{2\pi} = \frac{f}{c} \int_0^L \left[ \left( 1 - \frac{n_e(x)}{n_c} \right)^{1/2} - 1 \right] dx \quad (6)$$

که در آن  $L$  مقدار مسافتی است که موج در داخل پلاسما منتشر می‌شود. معمولاً فرکانس موج به‌گونه‌ای انتخاب می‌شود که فرکانس قطع مربوط به آن به صورت  $n_e \gg n_c$  باشد. در این صورت، اختلاف فاز را می‌توان به صورت زیر نوشت:

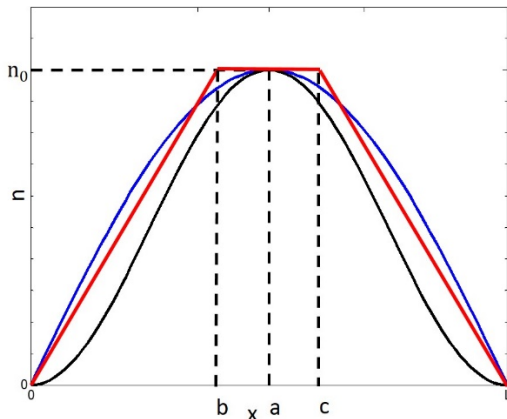
<sup>۱</sup> Line integrated density



با رفتار مکانی چگالی الکترونی داشته باشد. به همین دلیل، رفتار پروفایل دوزنقه‌ای به ازای پارامترهای هندسی مختلف بررسی شده است تا بتواند به‌عنوان پروفایل عمومی چگالی معرفی شود.

با توجه به وابستگی فضایی چگالی به‌صورت زیر است:

$$n_e(x) = n_0 f(x)$$

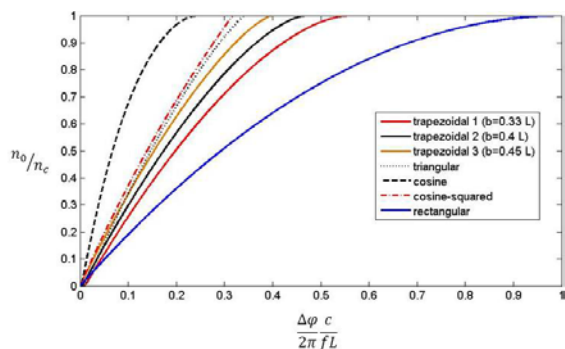


شکل (۲): نحوه توزیع فضایی چگالی الکترونی بر اساس سه الگوی کسینوسی، مربع کسینوسی و دوزنقه‌ای

با داشتن مقدار تجربی اندازه‌گیری شده چگالی انتگرال خطی توسط تداخل‌سنج میکروموج، بیشینه چگالی را می‌توان با استفاده از معادله (۸)، به‌صورت زیر نوشت:

$$n_0 = \frac{\langle n_e \rangle}{L} \int_0^L f(x) dx \quad (11)$$

در شکل (۳)، نحوه تغییرات بیشینه چگالی بر حسب تغییرات فاز، به ازای توزیع‌های مختلفی از چگالی نشان داده شده است. همان‌گونه که از شکل مشخص است، مرز حاشیه تغییرات بیشینه چگالی، در محدوده توزیع مستطیلی (چگالی یکنواخت)  $(b \rightarrow 0 \text{ و } c \rightarrow L)$  قرار می‌گیرد. در واقع، توزیع یکنواخت چگالی، مشخص‌کننده بیشینه اسمی چگالی الکترونی قابل اندازه‌گیری توسط تداخل‌سنج نیز می‌باشد.



شکل (۳): نحوه تغییرات بیشینه چگالی بر حسب اختلاف فاز در توزیع‌های مختلف

میکروموج وتر مرکزی کارایی ندارد، عملاً امکان تعیین توزیع فضایی چگالی الکترونی در توکامک‌هایی که از تداخل‌سنج میکروموج وتر مرکزی استفاده می‌کنند، وجود ندارد. با این وجود، می‌توان با استفاده از مدل‌هایی تحلیلی، تخمینی از وابستگی مکانی چگالی الکترونی پلاسمای توکامک را به‌دست آورد. بدین منظور، تغییرات مکانی چگالی الکترونی مطابق با چند الگوی ریاضی پیشنهاد می‌شود. با به‌دست آوردن اختلاف فاز بر اساس الگوهای پیشنهادی چگالی در مرکز پلازما و مقایسه آن با اختلاف فاز خطی حاصل از مقادیر تجربی چگالی متوسط به‌دست آمده از تداخل‌سنج (معادله (۹))، مناسب‌ترین توزیع مکانی چگالی الکترونی به‌دست می‌آید. بدین منظور، سه پروفایل کسینوسی، مربع کسینوسی و دوزنقه‌ای جهت تعریف توزیع چگالی الکترونی به‌صورت زیر پیشنهاد شده‌اند:

$$n_e(x) = n_0 \cos \left[ \frac{\pi}{2} \left( \frac{2x-L}{L} \right) \right]$$

$$n_e(x) = n_0 \cos^2 \left[ \frac{\pi}{2} \left( \frac{2x-L}{L} \right) \right]$$

$$n_e(x) = \begin{cases} n_0 \frac{x}{b} & 0 \leq x \leq b \\ n_0 & b \leq x \leq c \\ \frac{n_0}{(c-L)}(x-L) & c \leq x \leq L \end{cases} \quad (10)$$

پارامتر  $n_0$  در معادله (۱۰) به‌عنوان بیشینه چگالی الکترونی هر پروفایل تعریف شده است.

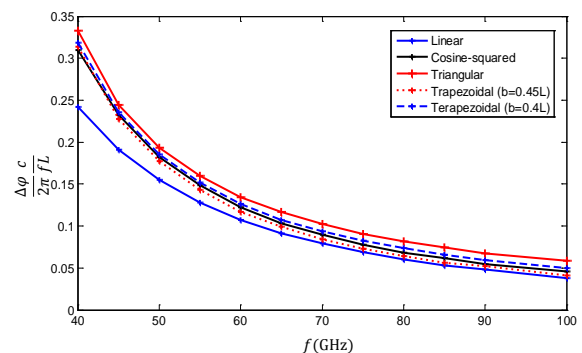
پروفایل‌های پیشنهاد شده در معادله (۱۰) به‌گونه‌ای انتخاب شده‌اند که الگوی کلی پروفایل چگالی را به‌صورت سه قسمت اصلی ramp up، steady state و ramp down برقرار نمایند. البته هیچ لزومی ندارد که جزئیات پروفایل‌های مکانی و زمانی مشابه یکدیگر باشند. انتخاب پروفایل‌های معرفی شده، صرفاً به این معنی است که به‌دنبال الگویی هستیم که بتواند رفتار مکانی چگالی پلازما را به‌طور کیفی توصیف نماید. به عبارت دیگر، آنچه که در معرفی پروفایل چگالی در این مقاله انجام شده چیزی شبیه به روش برازش می‌باشد و لزوماً به این معنی نیست که الگوی حقیقی توزیع چگالی مطابق پروفایل‌های معرفی شده در مقاله است بلکه فقط به‌دنبال این هستیم که ببینیم کدام پروفایل معرفی شده می‌تواند توصیف مناسب‌تری از توزیع چگالی داشته باشد. از این‌رو، ممکن است که بتوان پروفایل‌های متعدد فراوانی را جهت مدل‌سازی رفتار مکانی چگالی الکترونی معرفی نمود. پروفایل دوزنقه‌ای به‌گونه‌ای تعریف شده است که با انتخاب پارامتر هندسی آن (پارامتر  $b$ )، بتواند انعطاف بیشتری در ارتباط



می‌شود و انجام اندازه‌گیری‌ها در فرکانس‌های مختلف، اغلب در سامانه‌های تشخیصی مورد استفاده قرار می‌گیرد که همراه با تداخل‌سنج از روش بازتاب‌نگاری نیز استفاده می‌شود [۱۳]. با توجه به اینکه پلاسما به‌عنوان یک محیط پاشنده شفاف دارای ضریب شکست می‌باشد، تغییرات ضریب شکست پلاسما (به‌عنوان یکی از ویژگی‌های محیط پلاسما) باعث به وجود آمدن اختلاف فاز میان موج مرجع و کاوشگر می‌شود و همان‌گونه که اشاره شد، مبنای فیزیکی اختلاف فاز در تداخل‌سنج، وجود تغییرات در ضریب شکست پلاسما می‌باشد و فرکانس موج ( $f$ ) به‌عنوان یکی از مشخصات و ویژگی‌های منبع مولد موج شناخته می‌شود (در صورتی که ضریب شکست از ویژگی‌های محیط به شمار می‌آید). بنابراین، اختلاف فاز در صورت برهمکنش موج کاوشگر با پلاسما به وجود می‌آید و اگر در مسیر موج کاوشگر پلاسمایی وجود نداشته باشد، تغییر در فرکانس موج، باعث ایجاد اختلاف فاز بین موج کاوشگر و مرجع نخواهد شد. بنابراین، با توجه به اینکه مقدار اندازه‌گیری شده برای متوسط چگالی توکامک مستقل از فرکانس تداخل‌سنج می‌باشد، در این مقاله از این فرض ساده‌سازی استفاده شده است که معادله خطی اختلاف فاز (با اندازه‌گیری یک مقدار از چگالی متوسط پلاسما) برای همه فرکانس‌های موج ورودی به پلاسما نیز برقرار باشد. به بیان دیگر، معادله خطی (۹) را می‌توان با استفاده از یک مقدار متوسط چگالی تجربی اندازه‌گیری شده در توکامک دماوند، برای هر فرکانس دیگری (در صورت برقراری شرایط قطع پلاسما) نیز مورد استفاده قرار داد. همان‌گونه که از شکل (۴) مشخص است، در فرکانس‌های کمتر از ۷۰ GHz، هیچ یک از پروفایل‌های چگالی، توصیف دقیقی از توزیع فضایی چگالی ندارند. به عبارت دیگر، برای فرکانس‌های کمتر از مقدار تقریبی ۷۰ GHz، تفاوت میان اختلاف فاز توابع توزیع پیشنهادی با مقدار معتبر تقریب خطی افزایش می‌یابد که دلیل اصلی آن تأثیر اثرات میرایی برخوردی (اتلاف) ناشی از انتشار موج کاوشگر با پلاسما می‌باشد. می‌توان نشان داد که در صورت استفاده از امواجی با فرکانس بالاتر از یک فرکانس مشخص (در این مقاله تقریباً ۷۰ GHz می‌باشد) اثرات برخوردی و میرایی موج در اثر برخوردهای ذرات، قابل توجه نبوده و می‌توان از اثرات تضعیف موج در اثر برخورد صرف‌نظر کرد. به‌عنوان مثال، برای شرایطی که نسبت فرکانس برخورد به فرکانس موج معادل  $0.03 \approx \nu/\omega$  باشد، میزان نفوذ موج در لایه‌های بالاتر از چگالی بحرانی معادل  $0.01 \approx n/n_c$  خواهد بود که نشان می‌دهد موج به میزان یک درصد بیشتر از چگالی بحرانی می‌تواند در پلاسما نفوذ کند [۳، ۱۴ و ۱۵]. در جدول (۱) نتایج محاسبات اختلاف فاز پروفایل‌های پیشنهادی به ازای فرکانس‌های مختلف بیان شده است.

تغییرات  $n_0/n_c$  در دو توزیع شبه کسینوسی و ذورنقه‌ای (به ازای مقادیر مختلف پارامتر  $b$ ) بسیار شبیه به یکدیگر است. برای اینکه مشخص شود کدام یک از پروفایل‌های معرفی شده بهتر می‌تواند توزیع فضایی چگالی را توصیف کند، لازم است تا رفتار اختلاف فاز، به ازای مقادیر مختلفی از فرکانس‌ها بررسی شود. از این‌رو، تغییرات اختلاف فاز پروفایل‌های توزیع چگالی بر حسب فرکانس در شکل (۴) نشان داده شده است. برای اعتبارسنجی بیشتر نتایج، توزیع‌های چگالی با مقدار خطی اختلاف فاز (معادله (۹)) مقایسه شده‌اند. مقدار متوسط چگالی اختلاف فاز خطی در معادله (۹) نیز از نتایج تجربی توکامک دماوند استخراج شده است.

توکامک دماوند، توکامکی با اندازه کوچک است که از یک سامانه تداخل‌سنج میکروموج وتر مرکزی بهره می‌برد. تداخل‌سنج میکروموج توکامک دماوند دارای فرکانس ۱۴۰ GHz و توانی در حدود ۱۵ mW می‌باشد [۱۱]. در طی یک شات نمونه‌ای اولیه توکامک، مقدار متوسط چگالی بر مبنای اندازه‌گیری تداخل‌سنج  $\langle n_e \rangle \approx 0.96 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$  گزارش شده است [۱۲]. آنچه که در روش پیشنهادی این مقاله اهمیت دارد، طول پیموده توسط موج کاوشگر در داخل پلاسما می‌باشد و در نتیجه، چگالی متوسط خطی و پارامتر بیشینه چگالی کاملاً مستقل از شکل هندسی پلاسما محاسبه می‌شوند.



شکل (۴): مقایسه تغییرات اختلاف فاز توزیع‌های مختلف بر حسب فرکانس

با توجه به اینکه سامانه تداخل‌سنج میکروموج توکامک دماوند در حال حاضر در دست تعمیر و راه‌اندازی بوده و امکان اندازه‌گیری اختلاف فاز (چگالی الکترونی) به ازای فرکانس‌های مختلف را ندارد، لذا در این مقاله به چگالی الکترونی اندازه‌گیری شده در گزارش‌های فنی معتبر تداخل‌سنج بر مبنای فرکانس موج ۱۴۰ GHz استناد شده است [۱۱]. البته در بیشتر تداخل‌سنج‌های میکروموج از نوع همود این‌که در توکامک‌های مختلفی در جهان مورد استفاده قرار می‌گیرند، از یک فرکانس مشخص و ثابت جهت تعیین متوسط چگالی الکترونی استفاده





توکامک دماوند در فرکانس‌های بالا می‌باشد. بنابراین، در حالتی که موج منتشرشده در پلاسما در فرکانس‌های نسبتاً بالا (بیشتر از ۷۰ GHz) باشد، می‌توان توزیع چگالی الکترونی را به صورت دوزنقه‌ای در نظر گرفت.

• از مدل پیشنهادی این مقاله می‌توان جهت تحلیل مقدماتی توزیع فضایی چگالی در کنار سامانه‌های تشخیصی مکمل مانند تداخل‌سنج‌های چند-کاناله و یا بازتاب‌نگاری میکروموج استفاده نمود.

## ۵. مراجع

- [1] W. Lochte- Holtgrevev, "Plasma diagnostics," North-Holand Publishing Company, 1968.
- [2] I. H. Hutchinson, "Principles of plasma diagnostics," Cambridge university press, 1987.
- [3] H. J. Hartfuss T. Geist, "Fusion Plasma Diagnostics with mm-Waves," Wiley-VCH, 2013.
- [4] K. Miyamoto, "Plasma physics and controlled nuclear fusion," Springer, 2005.
- [5] P. C. Efthimion, et. al., "1-millimeter wave interferometer for the measurement of line integral electron density on TFTR," Rev. Sci. Instrum., vol. 56, pp. 908-910, 1985.
- [6] R. Prentice, et. al., "A two color mm-wave interferometer for the JET divertor," Rev. Sci. Instrum., vol. 66, pp. 1154-1158, 1995.
- [7] J. A. Fessey, et. al., "Plasma electron density measurements from the JET 2 mm wave interferometer," J. Phys. E., vol. 20, pp. 169-174, 1987.
- [8] N. Nabipour and M. Karimi, "The effect of the propagation mode of a laser wave in an interferometer diagnostics in determining of electron density of Damavand tokamak plasma and calculation of the measurement error," J. Appl. Electrom., vol. 4, pp. 47-53, 2016. (In Persian)
- [9] F. F. Chen, "Introduction to plasma physics and controlled fusion," Springer, 2016.
- [10] J. A. Bittencourt, "Fundamental of plasma physics," Springer, 2004.
- [11] The facility MI-1 for the determining average plasma density of Damavand tokamak, vol. I: "Common description," RCC Kurchatov Institute: Moscow, 1995.
- [12] The facility MI-1 for the determining average plasma density of Damavand tokamak, "Testing results of the facility MI-1 at the Damavand tokamak," RCC Kurchatov Institute: vol. IV, Moscow, 1995.
- [13] J. L. Doane, E. Mazzucato, and G. L. Schmidt, "Plasma density measurements using FM-CW millimeter wave radar techniques," Rev. Sci. Instrum., vol. 52, pp. 12-15, 1981.
- [14] X. U. Bo, et. al., "The interaction of collisional plasma with microwave," Plasma Sci. Technol., vol. 8, pp. 535-538, 2006.
- [15] D. G. Swanson, "Plasma waves," Springer, 2003.

جدول (۱): نتایج محاسبات اختلاف فاز (بر حسب رادیان) پروفایل‌های پیشنهادی در فرکانس‌های مختلف

فرکانس (GHz)	۶۰	۷۰	۸۰	۹۰	۱۰۰	پروفایل
خطی	۲۱/۵۱	۱۸/۵۳	۱۶/۰۸	۱۴/۴۷	۱۲/۷۳	
مربع کسینوسی	۲۴/۵۲	۲۱/۱۱	۱۸/۴۹	۱۶/۲۸	۱۵/۲۵	
مثلی	۲۶/۹۳	۲۳/۹۲	۲۱/۷۱	۲۰/۲۰	۱۹/۴۳	
دوزنقه‌ای (b=0.45L)	۲۴/۱۲	۱۹/۶۹	۱۷/۱۰	۱۵/۶۵	۱۳/۴۲	
دوزنقه‌ای (b=0.45L)	۲۵/۳۳	۲۱/۸۰	۱۹/۵۵	۱۷/۷۹	۱۶/۴۱	

برای فرکانس‌های بالاتر از ۷۰GHz، توزیع دوزنقه‌ای (b=0.45L) بهترین تطابق را با نمودار خطی اختلاف فاز دارد که نشان می‌دهد از توزیع دوزنقه‌ای با پهنا  $b=0.45L$  می‌توان جهت تخمین توزیع فضایی چگالی الکترونی، در صورت استفاده از تداخل‌سنجی در محدوده فرکانسی بالا، استفاده نمود. البته ذکر این نکته نیز ضروری است که در مقاله حاضر کیفیت و امکان‌سنجی تعیین توزیع مکانی چگالی الکترونی مورد نظر بوده است و با توجه به اینکه ارتقاء سامانه تداخل‌سنج میکروموج توکامک دماوند در مرحله مطالعه و امکان‌سنجی می‌باشد، در آینده نتایج دقیق‌تری از پروفایل چگالی الکترونی مبتنی بر اندازه‌گیری در فرکانس‌های مختلف و مقایسه با سایر ابزارهای تشخیصی مانند بازتاب‌نگاری میکروموج قابل ارائه خواهد بود.

## ۴. نتیجه‌گیری و پیشنهاد

نتایج حاصل از این مقاله را می‌توان به صورت زیر خلاصه نمود:

- روشی نیمه‌تحلیلی جهت امکان‌سنجی تخمین توزیع فضایی چگالی الکترونی در توکامک‌هایی که در آنها از تداخل‌سنج میکروموج تک-کاناله با وتر مرکزی استفاده می‌شود، ارائه شده است. به این منظور، سه پروفایل کسینوسی، شبه-کسینوسی و دوزنقه‌ای (با پهنا مختلف) جهت تخمین توزیع چگالی الکترونی پیشنهاد شد.
- با مقایسه اختلاف فاز محاسبه‌شده از پروفایل‌های معرفی شده در فرکانس‌های مختلف، با اختلاف فاز خطی حاصل از متوسط چگالی اندازه‌گیری شده در توکامک دماوند، مشخص شد که توزیع چگالی دوزنقه‌ای با پهنا  $b=0.45L$  مناسب‌ترین انتخاب جهت توصیف توزیع فضایی چگالی الکترونی پلاسمای