

An Analytical Calculation of Self- and Mutual Inductances of Rectangular Flat Polarized Coils with Displacement in the Vertical Direction

A. Alkasir¹, S. E. Abdollahi^{2*}, S. R. Abdollahi³

* Noshirvani University of Technology, Babol, Mazandaran, Iran

(Received: 09/05/2020; Accepted: 22/01/2022)

Abstract

The self- and mutual inductances are the key parameters of the WPT system which must be correctly calculated by the designer in order to optimize the system or estimate its performance parameters such as the received power, efficiency and gain. In comparison to the finite element simulation method, the analytical calculations of self- and mutual inductances speed up the design process and reduce costs. The polarized DD pads are selected in this paper due to the simplicity of structure, high efficiency, and low sensitivity to misalignment conditions. DD pads are very popular in dynamic and static electric vehicle charging applications. In this paper, the analytical calculations of self and mutual inductances are presented using the Biot-Savart law for DD pads. In some cases, it is necessary to use the ferrite cores to improve the inductance and coupling coefficient of these pads. Therefore, the effect of ferrite cores and optimization in terms of number, length, and distance between cores in finite element simulations are investigated. The results of analytical calculations of the mutual inductances in different distances between pads are scrutinized and verified with experimental data and FEM simulations. The values calculated by the practical method and simulations verify the analytical model with good accuracy.

Keywords: Wireless Power Transfer, Analytical Modeling, Polarized DD Pad, Spiral Coil, Self-Inductance, Mutual inductance.

* Corresponding author E-mail: e.abdollahi@nit.ac.ir

محاسبه تحلیلی اندوکتانس خودی و متقابل سیم‌پیچ‌های قطبی تخت مستطیل شکل با جابه‌جایی در راستای قائم

علی آل‌کنیر^۱، سیداحسان عبداللهی^{۲*}، سیدرضا عبداللهی^۳

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، ۲- استادیار، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، بابل، ۳- استادیار، دانشکده برق و کامپیوتر، دانشگاه علم و فناوری

مازندران، بهشهر، ایران

(دریافت: ۱۳۹۹/۰۲/۲۰، پذیرش: ۱۴۰۰/۱۱/۰۲)

چکیده

اندوکتانس خودی و اندوکتانس تزویج مؤلفه‌های کلیدی سامانه انتقال توان بی‌سیم هستند و برای بهینه‌سازی یک سامانه یا برآورد مؤلفه‌های عملکردی آن نظیر توان دریافتی، بازده، و بهره، طراح باید آنها را به‌درستی محاسبه کند. محاسبه تحلیلی اندوکتانس خودی و تزویج نسبت به روش شبیه‌سازی اجزای محدود، سرعت فرآیند طراحی را افزایش داده و هزینه‌ها را کاهش می‌دهد. پدهای قطبی شده DD به‌دلیل سادگی ساختار، راندمان بالا و حساسیت کم در شرایط ناهمترازی (وقوع فراوان در انتقال توان بی‌سیم) در این مقاله انتخاب شده‌اند. پدهای DD کاربرد شارژ خودرو الکتریکی (به روش پویا و ایستا) بسیار محبوب هستند. در این مقاله محاسبات تحلیلی اندوکتانس خودی و اندوکتانس تزویج با استفاده از قانون بیوساوار برای پدهای DD ارائه شده است. در مواردی استفاده از هسته‌های فریت جهت بهبود اندوکتانس خودی و ضریب کوپل این پدها ضروری است. پس تأثیر هسته‌های فریت و بهینه‌سازی از نظر تعداد، طول و فاصله بین هسته‌ها در شبیه‌سازی اجزای محدود بررسی شده است. نتایج محاسبات تحلیلی اندوکتانس تزویج در فواصل مختلف بین پدها بررسی شده و نتایج محاسبات با نمونه آزمایشگاهی و شبیه‌سازی اجزای محدود مقایسه شده است. مقادیر محاسبه شده به روش عملی و شبیه‌سازی با دقت خوبی مدل تحلیلی را تأیید می‌نمایند.

کلیدواژه‌ها: انتقال توان بی‌سیم، مدل‌سازی تحلیلی، پدهای قطبی شده DD، سیم‌پیچ ماریچ، اندوکتانس خودی، اندوکتانس

تزوید

۱. مقدمه

خودروی الکتریکی می‌تواند یکی از دو نوع شارژ بی‌سیم ایستا (SWC)^۲ یا شارژ بی‌سیم پویا (DWC)^۳ باشد [۱۱، ۱۰]. سامانه شارژ ایستا مزایای اشاره شده در بالا را دارد و سامانه شارژ پویا علاوه بر مزایای اشاره شده، راه‌حلی برای افزایش برد حرکت، کاهش اندازه باتری لیتیوم-یون و حذف زمان انتظار برای شارژ خودروی الکتریکی را ارائه می‌دهد [۳].

سامانه WPT دارای دو سیم‌پیچ فرستنده و گیرنده است. سیم‌پیچ‌ها می‌توانند به‌صورت سلونوئید یا ماریچ (به‌صورت مسطح) پیاده‌سازی شوند. سیم‌پیچ‌های ماریچ نسبت به سلونوئید حجم کمتری اشغال می‌کنند. همچنین این سیم‌پیچ‌ها که به‌صورت ماریچ با شعاع افزایشی پیچیده می‌شوند نسبت به سلونوئید که حول یک شعاع ثابت پیچیده می‌شود دارای ضریب

ایده انتقال توان بی‌سیم (WPT)^۱ به اوایل قرن بیستم (قبل از شبکه انتقال توان الکتریکی) زمانی که نیکولا تسلا تلاش فروانی برای انتقال توان بدون سیم انجام داد برمی‌گردد و در این باره یک اختراع ثبت کرده است [۱]. فناوری انتقال توان بی‌سیم به‌دلیل راحتی استفاده، قابلیت اطمینان بالا، ایمن بودن و دسترسی خودکار به‌توان الکتریکی در سال‌های گذشته بسیار مورد توجه قرار گرفته است [۲، ۳]. فناوری انتقال توان بی‌سیم در کاربردهایی مانند کاشتینه‌های پزشکی [۴، ۵]، روباتیک [۶، ۷] و لوازم مصرفی الکترونیکی [۸، ۹] به‌کار می‌رود. با توجه به مزایای اشاره شده سامانه انتقال توان بی‌سیم جایگزین مناسبی برای سامانه شارژ باسیم در خودروهای الکتریکی است. شارژ بی‌سیم

^۲ Static Wireless Charging

^۳ Dynamic Wireless Charging

* نویسنده پاسخگو: e.abdollahi@nit.ac.ir

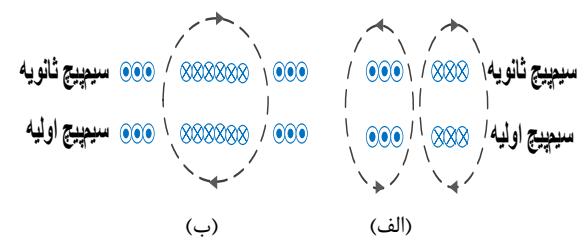
^۱ Wireless Power Transfer

در مطالعه [۳۳] از روشی بر مبنای Grover برای محاسبه اندوکتانس خودی و از روشی بر مبنای Neumann برای محاسبه اندوکتانس تزویج برای سیم پیچ DD به ازای یک حلقه استفاده شده است. روش [۳۳] برای محاسبه سیم پیچ‌های قدرت DD (شامل چندین حلقه)، از نظر خطای محاسباتی مناسب نیست بدین صورت که با افزایش تعداد حلقه‌ها مقدار خطا بسیار بزرگ می‌شود. همچنین، به دلیل عدم ساخت نمونه آزمایشگاهی، نتایج محاسبات تحلیلی برای همان تک حلقه نیز با نتایج آزمایشگاهی مقایسه نشد.

در [۳۴] یک روش تحلیلی برای محاسبه اندوکتانس خودی و تزویج سیم پیچ‌های مستطیل شکل مارپیچ به وسیله Greenhouse ارائه شده است. روش Greenhouse یک روش دقیق برای سیم پیچ‌های با تقریب رشته‌ای^۵ است اما معمولاً به دلیل وابسته بودن به کامپیوتر و نیاز به وضع مقادیر اولیه دست و پاگیر، یک روش پیچیده است [۲۷، ۳۵]. در [۳۶] یک روش عددی-تحلیلی بر پایه انتگرال نامحدود، سری بسط نامتناهی و توابع مثلثاتی برای محاسبه اندوکتانس متقابل بین دو سیم پیچ مستطیل شکل پیشنهاد شده است. که روابط یادشده باید به صورت عددی حل شوند. همچنین در [۳۷] روش تحلیلی برای محاسبه اندوکتانس برای سیم پیچ‌های مسطح چند حلقه بر پایه روابط Grover [۳۸] پیشنهاد شده است که برای هر تکه هادی اندوکتانس خودی و تزویج باید محاسبه و باهم جمع شوند. به کار بردن این روش برای محاسبه اندوکتانس سیم پیچ‌های با چندین حلقه، حتی برای کامپیوترهای سریع هم وقت گیر است [۳۲].

لذا در این مقاله از قانون بیوساوار^۶ جهت محاسبه اندوکتانس خودی پدهای DD فرستنده و گیرنده و اندوکتانس تزویج بین آنها استفاده می‌شود. قانون بیوساوار از قانون Greenhouse ساده‌تر است. همچنین در این مقاله اندوکتانس تزویج پدهای فرستنده و گیرنده DD به ازای فاصله‌های متفاوت بین پدها (به صورت هم محور) به سه روش تحلیلی، عددی (FEM)^۷ و آزمایشگاهی محاسبه و خطای بین نتایج بررسی شده است. در برخی کاربردهای سامانه WPT، استفاده از هسته فریت ضروری است به همین دلیل در بخش مدل سازی FEM تأثیر هسته‌های فریت بر اندوکتانس خودی و تزویج پدها و بهینه سازی ابعاد هسته‌ها انجام شده است. برای محاسبه اندوکتانس متقابل در این روش هر یک سیم پیچ (که شامل چندین حلقه است)، چند تک حلقه رشته‌ای در نظر گرفته می‌شود. بخش مغناطیسی سامانه WPT این مقاله

کوپل بسیار بهتری هستند. همان طور که در شکل (۱) دیده می‌شود. سیم پیچ‌ها به دودسته قطبی شده^۱ و قطبی نشده^۲ تقسیم بندی می‌شوند. سیم پیچ‌های قطبی نشده تنها یک قطب در سمت فرستنده و یک قطب مخالف در سمت گیرنده دارند. در صورتی که سیم پیچ‌های قطبی شده به نحوی سیم پیچی می‌شوند که هر سیم پیچ (فرستنده و گیرنده) از دو قطب غیر هم نام S و N تشکیل می‌شود. طبق شکل (۱)، شار مغناطیسی در سیم پیچ‌های قطبی شده، از یک قطب فرستنده خارج شده و به سمت قطب مخالف در سیم پیچ گیرنده وارد می‌شود. پس از آن شار به سمت قطب مخالف سیم پیچ گیرنده منحرف شده و به سمت قطب مخالف در سیم پیچ فرستنده حرکت می‌کند. این باعث می‌شود سیم پیچ‌های قطبی شده نسبت به نوع قطبی نشده، شار بیشتری در وسط و شار کمتری در گوشه‌ها داشته باشد. در نتیجه سیم پیچ‌های قطبی شده نسبت به سیم پیچ‌های قطبی نشده در شرایط ناهمترازی^۳ در راستای افق، دچار تغییرات کمتری در ضریب کوپل می‌شوند [۱۲]. این باعث می‌شود سیم پیچ‌های اشاره شده برای کاربرد شارژ خودرو به روش SWC و خصوصاً DWC بسیار مناسب باشند. در بین سیم پیچ‌های قطبی شده، ساختار DD^۴ به دلیل سادگی ساختار، بازده بالا و حساسیت کم در شرایط ناهمترازی ترجیح داده می‌شوند [۱۳، ۱۴].



شکل (۱): الف) پد قطبی نشده ب) پد قطبی شده

روابط تحلیلی به دلیل عدم نیاز به پیاده سازی، تحلیل وقت گیر و صرف هزینه بسیار، برتری قابل ملاحظه‌ای نسبت به دیگر روش‌ها دارد. اگرچه مطالعات زیادی برای محاسبه اندوکتانس خودی و متقابل سیم پیچ‌های سامانه WPT برای ساختارهایی مانند دایره‌ای [۱۵-۲۵]، مربعی [۲۶-۳۰] منتشر شده است اما مطالعات بسیار کمی درباره سیم پیچ‌های مستطیلی [۳۱، ۳۲] و پدهای قدرت DD [۳۳] منتشر شده است. ساختارهای مربع و مستطیل شکل، حساسیت کمتری در شرایط ناهمترازی دارند که در کاربردهای شارژ خودروی الکتریکی به روش SWC و خصوصاً DWC بسیار مناسب‌اند [۲۶].

^۱ Polarized

^۲ Non-Polarized

^۳ Misalignment

^۴ Double D-pad

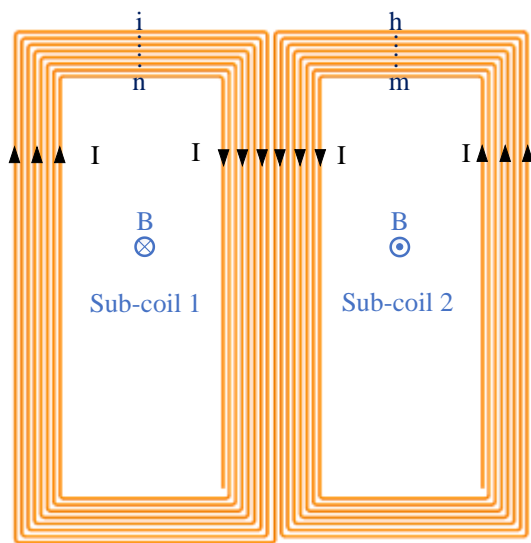
^۵ Filamentary

^۶ Biot-Savart

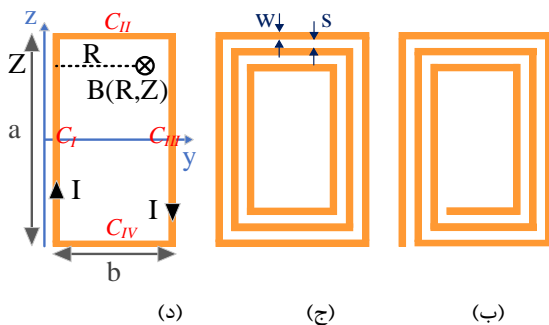
^۷ Finite Element Method

$$\Phi_i = \int_{S_i} B_i \cdot dS_i = \int_{S_i} B_i dS_i \quad (2)$$

B_i چگالی میدان و S_i سطح حلقه نام است. چگالی میدان طبق قانون دست راست بر صفحه عمود است پس با توجه به عمود بودن بردار یکه بر صفحه yz طبق شکل (۲-د)، ضرب داخلی معادله حذف می‌شود. همچنین چون در این کار، بزرگ‌ترین بعد فیزیکی سیم‌پیچ (a) نسبت به طول موج λ ، به لحاظ الکتریکی بسیار کوچک است (i.e. $a \ll \lambda$) پس اثر فرکانس منبع قابل صرف‌نظر کردن می‌باشد [۳۹]. در نتیجه می‌توان از رابطه (۲) برای محاسبه اندوکتانس خودی و متقابل استفاده کرد.



(الف)



(ب) (ج) (د)

شکل (۲): (الف) پد DD (ب) زیرسیم‌پیچ مارپیچ D (ج) مجموعه‌ای از حلقه‌های هم‌مرکز (د) یک حلقه مستطیل

چگالی شار برای هادی C_I (هادی سمت چپ حلقه) شکل (۲-د) به‌وسیله قانون بیوساوار طبق رابطه (۳) به‌دست می‌آید. در ادامه روابط (۳-۵) به‌ترتیب جهت محاسبه چگالی شار و شار ناشی از هادی C_I و همچنین شار کل حلقه استفاده می‌شوند [۴۰].

از دو پد DD تشکیل شده و هر پد DD متشکل از دو زیرسیم‌پیچ^۱ است. اثر اندوکتانس تزویج زیرسیم‌پیچ‌های یک پد DD روی هم در محاسبه اندوکتانس خودی پد بررسی می‌شود. همچنین اثر اندوکتانس تزویج زیرسیم‌پیچ‌های غیرمتقابل دو پد DD در محاسبه اندوکتانس تزویج بین دو پد DD هم بررسی می‌شود. روش پیشنهادی قابل بست برای محاسبه اندوکتانس خودی و متقابل در سیم‌پیچ‌های شارژر بی‌سیم مختلفی مانند DD، DDQ^۲، BP^۳، QD^۴، DD^۵ تعمیم‌یافته است [۱۲]. به این منظور در این مقاله در قسمت (۲) روش محاسبه اندوکتانس خودی و اندوکتانس تزویج ارائه شده است. در قسمت (۳) شبیه‌سازی D-FEM^۳، بررسی تأثیر هسته‌های فریت روی اندوکتانس خودی و تزویج پدها و بهینه‌سازی هسته‌های فریت انجام شده است. همچنین در بخش (۴) نتایج به‌دست آمده از محاسبات تحلیلی با نتایج آزمایشگاهی و شبیه‌سازی FEM مقایسه شده است. در انتها در قسمت (۵) نتیجه‌گیری گزارش شده است.

۲. مدل‌سازی تحلیلی پدهای DD

۲-۱. محاسبه اندوکتانس خودی

در شکل (۲-الف) یک پد DD نشان داده شده است. یک پد DD متشکل از دو زیرسیم‌پیچ مارپیچ D شکل بوده و از لحاظ الکتریکی باهم سری هستند. هر زیرسیم‌پیچ (شکل ۲-ب) جهت ساده‌سازی به‌صورت چند تک حلقه هم‌مرکز (شکل ۲-ج) در نظر گرفته می‌شود. طبق شکل (۲-ج) حرف w قطر سیم و حرف s فاصله بین دو سیم مجاور به هم هستند. متغیرهای شکل (۲-د) طول و عرض حلقه‌ها و فاصله از هادی تا نقطه نشان داده شده در شکل، به‌ترتیب a و b و R هستند. ابعاد حلقه‌ها با رابطه (۱) به‌دست می‌آید. حلقه‌ها از بیرون به داخل شمارش می‌شوند (یعنی $i=1$ بزرگ‌ترین حلقه طبق شکل ۲-الف است).

$$a_i = a_1 - (i - 1)(2w + 2s), b_i = b_1 - (i - 1)(2w + 2s) \quad (1)$$

برای به دست آوردن اندوکتانس خودی یک حلقه، نیاز به محاسبه شار محصور به آن حلقه و تقسیم آن به جریان حلقه است. شار حلقه نام طبق رابطه (۲) به‌دست می‌آید.

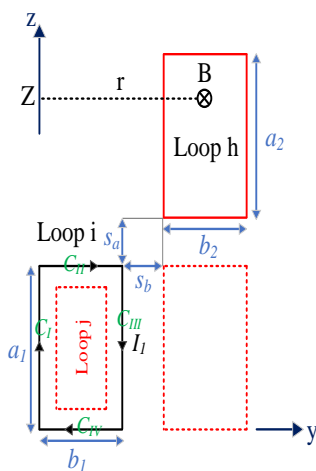
¹ Sub-coil
² Double D Quadrature
³ Bipolar
⁴ Quadrature D
⁵ Extended-DD

اندوکتانس متقابل در حلقه z یا h است. طبق ساختار پد DD در صورتی که حلقه دیگر مربوط به زیر سیم پیچ ۲ باشد (حلقه h) سمت راست حلقه i قرار می‌گیرد (حلقه خط چین شکل سمت راست) که در این صورت S_a منفی و S_b مثبت خواهند بود. در صورتی که حلقه دیگر (حلقه j) مربوط به زیر سیم پیچ ۱ باشد درون حلقه i قرار می‌گیرد (حلقه خط چین شکل درون حلقه i) که در این صورت S_a و S_b منفی خواهند بود.

برای محاسبه اندوکتانس تزویج حلقه h یا z باید شار محصور به حلقه h یا z بر جریان I_1 (متعلق به حلقه i) تقسیم شود:

$$M_{i-j,h} = \frac{\Phi_{i-j,h}}{I_1} \quad (۶)$$

که $\Phi_{i-j,h}$ شار محصور به حلقه h یا حلقه z و I_1 جریان حلقه i است. شار محصور به حلقه h یا حلقه z طبق رابطه (۷) به دست می‌آید.



شکل (۳): محاسبه شار تزویج بین دو حلقه از یک زیرسیم پیچ یا بین دو حلقه از دو زیرسیم پیچ از یک پد DD

$$\Phi_{i-j,h} = \int_{S_2} B_{i-j,h} \cdot ds_{j,h} = \int_{S_2} B_{i-j,h} ds_{j,h} \quad (۷)$$

$S_{j,h}$ صفحه حلقه h یا حلقه z و $B_{i-j,h}$ چگالی میدان است. چگالی میدان طبق قانون دست راست بر صفحه عمود است در نتیجه ضرب داخلی قابل حذف است. فرمول چگالی میدان B از طریق قانون بیوساوار به دست آمده و مشابه رابطه (۳) است با این تفاوت که به اندازه $\frac{a}{2}$ به سمت بخش مثبت محور z شیفت داده شده است. شار مغناطیسی حلقه h یا حلقه z ناشی از جریان هادی C_1 به شرح زیر است. در ادامه روابط (۸)، (۹) به ترتیب جهت محاسبه شار حلقه h یا حلقه z ناشی از جریان هادی C_1 و حلقه i استفاده می‌شوند [۴۰].

$$B_{C_1} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \left[\frac{z + \frac{a}{2}}{\sqrt{(z + \frac{a}{2})^2 + R^2}} - \frac{z - \frac{a}{2}}{\sqrt{(z - \frac{a}{2})^2 + R^2}} \right] \quad (۳)$$

μ_0 ضریب نفوذپذیری خلأ و I جریان حلقه است که مقدارش (به سبب مؤثر نبودن در مقدار اندوکتانس تزویج) واحد در نظر گرفته شده است. شار حلقه که ناشی از جریان هادی C_1 شکل (۵-۲) است با رابطه (۴) محاسبه می‌شود.

$$\Phi_{C_1-i} = \int_{Z=\frac{w}{2}-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}-\frac{w}{2}} \int_{R=\frac{w}{2}}^{b-\frac{w}{2}} B_{C_1} dR dz \quad (۴)$$

برای به دست آوردن شار کل حلقه (هادی‌های C_1, C_2, C_3 ، پس C_{IV})، شار ناشی از هر چهار هادی باید باهم جمع شوند. برای شار کل حلقه i ناشی از جریان خود حلقه i داریم:

$$\begin{aligned} L_i = \Phi_{i-i} &= 2 \int_{Z=\frac{w}{2}-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}-\frac{w}{2}} \int_{R=\frac{w}{2}}^{b-\frac{w}{2}} B_{C_1} dR dz \\ &+ 2 \int_{Z=\frac{w}{2}-\frac{a}{2}}^{\frac{b}{2}-\frac{w}{2}} \int_{R=\frac{w}{2}}^{b-\frac{w}{2}} B_{C_{II}} dR dz \\ &= 2 \frac{\Phi_{I} + \Phi_{II}}{I} = \frac{\mu_0}{\pi} \left[-a \ln \left(1 + \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2} \right) \right. \\ &\quad - b \ln \left(1 + \sqrt{1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2} \right) + a \ln \frac{2b}{w} \\ &\quad \left. + b \ln \frac{2a}{w} + 2\sqrt{a^2 + b^2} - 2b - 2a \right] \quad (۵) \end{aligned}$$

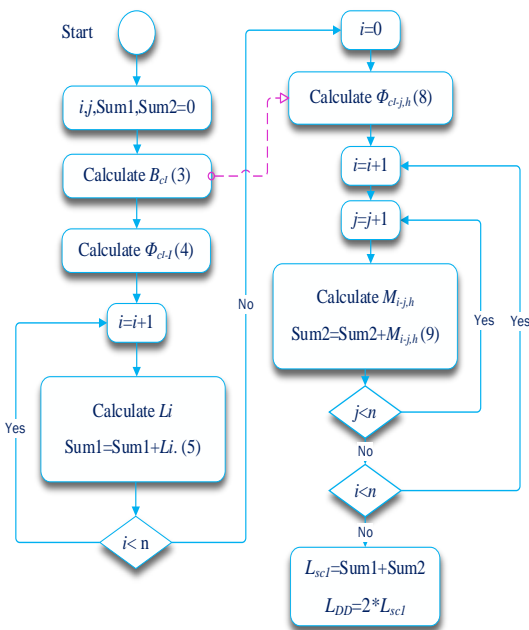
$$a, b \gg \frac{w}{2}$$

در رابطه (۵) اندوکتانس با فرض $a, b \gg \frac{w}{2}$ به دست آمده است. همچنین به سبب مؤثر نبودن جریان در مقدار اندوکتانس مقدار آن واحد در نظر گرفته شده در نتیجه Φ_{i-i} برابر با L_i خواهد بود. در ادامه محاسبه اندوکتانس خودی پدهای DD، باید اندوکتانس تزویج حلقه‌های زیرسیم پیچ ۱ نسبت به هم، اندوکتانس تزویج حلقه‌های زیرسیم پیچ ۲ نسبت به هم و اندوکتانس تزویج حلقه‌های زیرسیم پیچ ۱ و ۲ نسبت به هم به دست آمده و باهم جمع شوند. با توجه به اینکه سیم پیچ‌های سامانه‌های WPT با سیم لیتز پیچیده می‌شوند و معمولاً در فرکانس کاری کمتر از ۱۰۰ kHz کار می‌کنند پس اثر پوستی قابل صرف نظر است [۴۱]. در نتیجه تقریب رشته‌ای برای سیم لیتز منطقی است [۲۹]. طبق شکل (۳) حلقه i که متعلق به زیر سیم پیچ ۱ است حامل جریان I_1 بوده و هدف محاسبه

استفاده از نتایج بخش (۴) می‌توان مشاهده کرد بخش $M_{sc1,2}$ از محاسبات تحلیلی اندوکتانس خودی به سبب تأثیر کم در پاسخ و جهت کاهش پیچیدگی محاسبات قابل صرف‌نظر کردن است. پس می‌توان رابطه (۱۰-الف) را به شکل زیر ساده کرد:

$$L_{DD} = 2 * \left(\sum_{i=1}^n L_{sc1(i)} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n M_{sc1(i,j)} (i \neq j) \right). \quad (۱۰-ب)$$

فلوچارت شکل (۴) نحوه به‌دست آوردن اندوکتانس خودی پد فرستنده (L_{DD}) را شرح می‌دهد (برای پد گیرنده نیز به همین صورت است). همان‌طور که در شکل (۲-الف) نشان داده شده است حروف i ، j و n نماد شماره حلقه‌های زیرسیم‌پیچ ۱ هستند. حلقه‌ها از بیرون به داخل شمارش می‌شوند. طبق فلوچارت، ابتدا طبق قانون بیوسوار از طریق رابطه (۳) چگالی میدان یک هادی B_{CI} و سپس از طریق رابطه (۴) شار حلقه i (Φ_{CI-i}) ناشی از جریان هادی C_i و پس از آن، شار حلقه i ناشی از جریان کل حلقه i یعنی چهار هادی C_i تا C_{IV} محاسبه می‌شود. با واحد در نظر گرفتن مقدار جریان، شار کل حلقه i که همان اندوکتانس حلقه i (L_i) است از رابطه (۵) به‌دست می‌آید. پس اندوکتانس خودی تمام حلقه‌های زیرسیم‌پیچ ۱ محاسبه و باهم جمع می‌شوند. به‌علاوه، تمام حلقه‌های زیرسیم‌پیچ ۱ نسبت به هم تزیوج دارند که طبق رابطه (۹) محاسبه و باهم جمع می‌شود. مجموع اندوکتانس خودی زیرسیم‌پیچ ۱ به‌نام $sum1$ و اندوکتانس تزیوج بین حلقه‌های زیرسیم‌پیچ ۱ به‌نام $sum2$ نامیده



شکل (۴): محاسبات اندوکتانس خودی پد DD

$$\Phi_{C_{i-j},h} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{r=r_1}^{r_2} \int_{Z=Z_1}^{Z_2} \frac{1}{r} \left[\frac{Z}{\sqrt{Z^2+r^2}} - \frac{Z-a}{\sqrt{(Z-a)^2+r^2}} \right] dzdr = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left[\sqrt{Z_2^2+r_2^2} - \sqrt{Z_2^2+r_1^2} - Z_2 \ln \left(Z_2 + \sqrt{Z_2^2+r_2^2} \right) + \sqrt{Z_2^2+r_1^2} + Z_2 \ln \left(Z_2 + \sqrt{Z_2^2+r_1^2} \right) - \sqrt{Z_1^2+r_2^2} + Z_1 \ln \left(Z_1 + \sqrt{Z_1^2+r_2^2} \right) + \sqrt{Z_1^2+r_1^2} - Z_1 \ln \left(Z_1 + \sqrt{Z_1^2+r_1^2} \right) - \sqrt{(Z_2-a_1)^2+r_2^2} + \left((Z_2-a_1) \ln \left((Z_2-a_1) + \sqrt{(Z_2-a_1)^2+r_2^2} \right) + \sqrt{(Z_2-a_1)^2+r_1^2} - (Z_2-a_1) \ln \left((Z_2-a_1) + \sqrt{(Z_2-a_1)^2+r_1^2} \right) + \sqrt{(Z_1-a_1)^2+r_2^2} - (Z_1-a_1) \right] \right]. \quad (۸-الف)$$

$$Z_1=a_1+s_a, Z_2=a_1+s_a+a_2, r_1=b_1+s_b, r_2=b_1+s_b+b_2.$$

که جهت فشرده‌سازی بیشتر رابطه (۸-الف) داریم:

$$\Phi_{C_{i-j},h} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} K(Z_1, Z_2, r_1, r_2, a_1). \quad (۸-ب)$$

با توجه به قانون دست راست هادی‌های C_I و C_{IV} شار وارد شونده و هادی‌های C_{II} و C_{III} شار خارج شونده به صفحه حلقه h یا حلقه z ایجاد می‌کنند. پس رابطه اندوکتانس تزیوج (یا شار) به ازای چهار هادی بدین صورت است:

$$M_{i-j,h} = \frac{\mu_0}{4\pi} K(a_1 + s_a, a_1 + s_a + a_2, b_1 + s_b, b_1 + s_b + b_2, a_1) - K(a_1 + s_a, a_1 + s_a + a_2, s_b, s_b + b_2, a_1) - K(b_1 + s_b, b_1 + s_b + b_2, s_a, s_a + a_2, b_1) + K(b_1 + s_b, b_1 + s_b + b_2, a_1 + s_a, a_1 + s_a + a_2, b_1). \quad (۹)$$

زیرسیم‌پیچ ۱ و ۲ مشابه هم هستند پس برای محاسبه اندوکتانس خودی یک پد DD (L_{DD}) می‌توان اندوکتانس خودی زیرسیم‌پیچ را محاسبه و دو برابر کرد. اندوکتانس خودی L_{DD} یک پد DD به‌صورت تحلیلی از رابطه (۱۰-الف) به‌دست می‌آید:

$$L_{DD} = 2 * \left(\sum_{i=1}^n L_{sc1(i)} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n M_{sc1(i,j)} (i \neq j) + \sum_{i=1}^n \sum_{h=1}^m M_{sc1,2(i,h)} \right). \quad (۱۰-الف)$$

$M_{sc1,2}$ ، M_{sc1} ، L_{sc1} به‌ترتیب اندوکتانس خودی زیرسیم‌پیچ ۱، اندوکتانس تزیوج بین حلقه‌های زیرسیم‌پیچ ۱ و اندوکتانس تزیوج بین حلقه‌های زیرسیم‌پیچ ۱ و زیرسیم‌پیچ ۲ هستند. با

پیچیدگی محاسبات تحلیلی در نظر گرفته نمی‌شوند. در نتیجه رابطه (۱۱) به صورت (۱۲) ساده می‌شود:

$$M_{DD} = M_{sc1,3} + M_{sc2,4} \quad (12)$$

اندوکتانس متقابل بین تک حلقه نام (فرستنده) و تک حلقه نام (گیرنده) طبق شکل (۵-ب) از تقسیم شار حلقه نام به جریان حلقه نام مانند رابطه زیر به دست می‌آید:

$$M_{iu} = \frac{\Phi_{iu}}{I_i} \quad (13)$$

شار حلقه نام از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\Phi_{iu} = \int_{S_u} B_{iu} \cdot dS_u = \int_{S_u} B_{iu} dS_u \cos\theta \quad (14)$$

B_{iu} چگالی میدانی ناشی از هادی C_{II} و S_u سطح حلقه نام هستند. همچنین نقطه به معنی ضرب داخلی است. θ زاویه بین بردار یکه سطح حلقه نام و بردار چگالی میدانی B_{iu} (شکل ۵-ب) است. رابطه چگالی میدانی در راستای محور z (شکل ۵-ب) طبق قانون بیوساوار به شرح زیر است. روابط (۱۵، ۱۶) به ترتیب چگالی شار و شار (یا اندوکتانس تزویج) هادی C_{II} هستند [۲۷].

$$B_{C_{II}-z} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\frac{b}{2}-y}{\left(\frac{b}{2}-y\right)^2+z^2} \left[\frac{\frac{a}{2}+x}{\sqrt{\left(\frac{b}{2}-y\right)^2+z^2+\left(\frac{a}{2}+x\right)^2}} + \frac{\frac{a}{2}-x}{\sqrt{\left(\frac{b}{2}-y\right)^2+z^2+\left(\frac{a}{2}-x\right)^2}} \right] \quad (15)$$

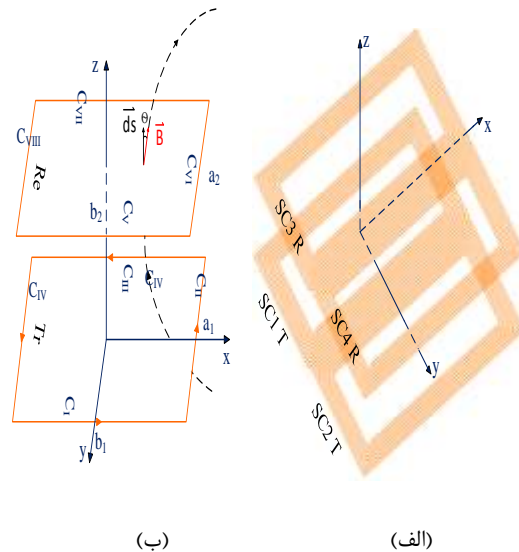
همچنین شار مغناطیسی ناشی از هادی C_{II} در راستای محور z (شکل ۵-ب) که مؤلفه مؤثر جهت محاسبه شار است از رابطه (۱۶) به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} \Phi_{C_{II}-z} &= \int_{-\frac{b_2}{2}}^{\frac{b_2}{2}} dy \int_{-\frac{c_2}{2}}^{\frac{c_2}{2}} B_{C_{II}-z} dx \\ &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left[\sqrt{(b_1+b_2)^2+z^2+(a_1+a_2)^2} \right. \\ &\quad - (a_1 + a_2) \cdot \tanh^{-1} \frac{a_1+a_2}{\sqrt{(b_1+b_2)^2+z^2+(a_1+a_2)^2}} \\ &\quad - \sqrt{(b_1+b_2)^2+z^2+(a_1-a_2)^2} \\ &\quad + (a_1 - a_2) \cdot \tanh^{-1} \frac{a_1-a_2}{\sqrt{(b_1+b_2)^2+z^2+(a_1-a_2)^2}} \\ &\quad - \sqrt{(b_1-b_2)^2+z^2+(a_1+a_2)^2} \\ &\quad + (a_1 + a_2) \cdot \tanh^{-1} \frac{a_1+a_2}{\sqrt{(b_1-b_2)^2+z^2+(a_1+a_2)^2}} \\ &\quad \left. + \sqrt{(b_1-b_2)^2+z^2+(a_1-a_2)^2} - (a_1 - a_2) \cdot \tanh^{-1} \frac{a_1-a_2}{\sqrt{(b_1-b_2)^2+z^2+(a_1-a_2)^2}} \right] \quad (16) \end{aligned}$$

می‌شوند. مجموع $sum1$ و $sum2$ اندوکتانس خودی زیرسیم پیچ ۱ را تشکیل داده و با L_{sc1} در فلوچارت معرفی شده است. زیرسیم پیچ ۱ و زیرسیم پیچ ۲ مشابه هم هستند پس با دو برابر کردن L_{sc1} اندوکتانس خودی یک پد DD به دست می‌آید و با L_{DD} معرفی شده است.

۲-۲. محاسبه اندوکتانس تزویج

در شکل (۵-الف) پدهای DD فرستنده و گیرنده نشان داده شده‌اند. با توجه به توضیحات قسمت ۲-۱، تقریب رشته‌ای برای سیم لیتز منطقی است. می‌توان زیرسیم پیچ‌های مارپیچ شکل (۵-الف) را متشکل از چندین تک حلقه رشته‌ای در نظر گرفت. همچنین می‌توان محاسبه مؤلفه مورد نظر را روی یک حلقه انجام داده و به کل مجموعه بسط داد. شکل (۵-ب) حلقه‌های بیرونی زیرسیم پیچ ۱ و زیرسیم پیچ ۳ پد DD فرستنده و گیرنده با تقریب رشته‌ای را نشان می‌دهد.



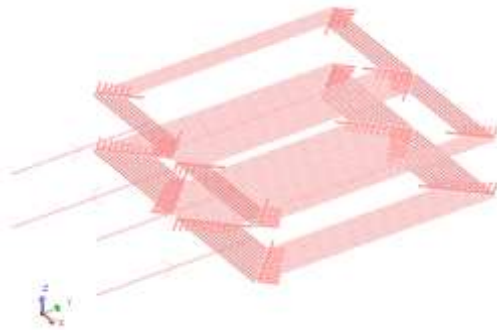
شکل (۵): (الف) مجموعه پدهای DD (ب) دو حلقه رشته‌ای از پدهای فرستنده و گیرنده

فرمول اندوکتانس متقابل برای سیم پیچ DD از رابطه (۱۱) محاسبه می‌شود.

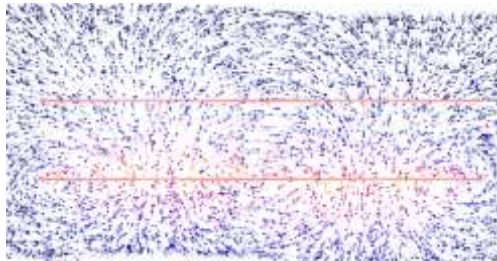
$$M_{DD} = M_{sc1,3} + M_{sc2,4} + M_{sc1,4} + M_{sc2,3} \quad (11)$$

$M_{sc1,3}$ ، $M_{sc1,4}$ ، $M_{sc2,3}$ و $M_{sc2,4}$ به ترتیب اندوکتانس تزویج زیرسیم پیچ‌های رو به روی هم و اندوکتانس تزویج زیرسیم پیچ‌های غیرمتقابل در پدهای DD فرستنده و گیرنده می‌باشند. طبق بررسی انجام شده در بخش (۴) چون مقدار اندوکتانس تزویج در زیرسیم پیچ‌های غیرمتقابل بسیار اندک است جهت کاهش

مدل ۳ D-FEM پدهای DD در شکل (۶-الف) و همچنین مسیر شارش شار مغناطیسی پدها در شکل (۶-ب) نشان داده شده است. زیرسیم‌پیچ ۱ و زیرسیم‌پیچ ۲ هرکدام دارای ۱۱ حلقه و زیرسیم‌پیچ ۳ و زیرسیم‌پیچ ۴ هرکدام دارای ۶ حلقه هستند. با توجه به توزیع شار می‌توان فهمید بیشتر شار موجود در بخش داخلی پدهای DD، پیوندی و شار موجود در بخش بیرونی پدها، شار نشستی است. در نتیجه در صورت استفاده از هسته فریت جهت تقویت شار، باید آنها را در بخش داخلی پدها قرار داد. پدها در شبیه‌سازی FEM مشابه نمونه در نظر گرفته شده در مدل تحلیلی و همچنین نمونه آزمایشگاهی است. با این تفاوت که مدل تحلیلی دارای گوشه‌های گرد نبوده و همچنین شبیه‌سازی FEM و تحلیلی در مقایسه با نمونه آزمایشگاهی پدهای DD، به‌جای مارپیچ به‌صورت چند حلقه مجزا در نظر گرفته شده است. تلفات پدهای فرستنده و گیرنده با فرمول $P_{loss} = R I_n^2$ محاسبه می‌شود. این تلفات ناشی از مقاومت اهمی سیم‌های لیتز بوده (جدول (۱)) و حروف I_n, R, P_{loss} به ترتیب تلفات توان، مقاومت اهمی هر پد و جریان نامی هستند. البته با توجه به استفاده از سیم لیتز و فرکانس کاری زیر ۱۰۰kHz در این کار، این تلفات بسیار ناچیز و قابل چشم‌پوشی هستند.



(الف)



(ب)

شکل (۶): مدل ۳ D-FEM (الف) پدهای DD (ب) طرح شکل برداری چگالی شار مغناطیسی

طبق شکل (۵-ب) a_1, b_1, a_2, b_2 استفاده شده در فرمول (۱۶) به ترتیب ابعاد حلقه‌های زیرسیم‌پیچ فرستنده و گیرنده و Z فاصله دو پد DD در راستای محور Z هستند. با توجه به تقارن هادی‌ها، $\Phi_{cIV} = \Phi_{cII} + \Phi_{cIII} = \Phi_{cI}$ برای به‌دست آوردن میدان مغناطیسی هادی Φ_{cII} در فرمول (۱۶)، کافی است جای a_1 با b_1 و a_2 با b_2 عوض شود. با توجه به قانون دست راست فرمول میدان مغناطیسی کلی حلقه برابر است با:

$\Phi_{in} = \Phi_{cI} + \Phi_{cII} + \Phi_{cIII} + \Phi_{cIV}$ اندوکتانس متقابل کلی از رابطه (۱۷) به‌دست می‌آید.

$$M_{DD} = M_{sc1,3} + M_{sc2,4} = \sum_{i=1}^n \sum_{u=1}^v M_{iu} + \sum_{h=1}^m \sum_{w=1}^x M_{hw} \quad (17)$$

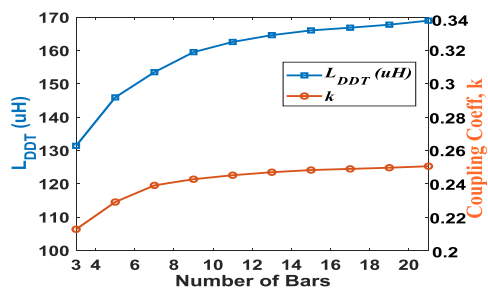
که n, i نام حلقه‌های زیرسیم‌پیچ ۱ و m, h نام حلقه‌های زیرسیم‌پیچ ۲ و v, u نام حلقه‌های زیرسیم‌پیچ ۳ و همچنین w, x نام حلقه‌های زیرسیم‌پیچ ۴ هستند.

۳. مدل‌سازی پدهای DD به روش اجزای محدود

از بین ساختارهای مختلف سیم‌پیچ‌های پیشنهاد شده برای سامانه WPT، در این مقاله پد DD به دلیل ساده بودن ساختار، بازده بالا و حساسیت کم در شرایط ناهمترایی مورد استفاده قرار گرفته است [۱۴]. برای تأیید مدل تحلیلی پیشنهادی و به‌دست آوردن مؤلفه‌های مغناطیسی L_{DDR}, L_{DDT}, M و k و همچنین بهینه‌سازی هسته‌های فریت از شبیه‌سازی نرم‌افزار Flux^۱ استفاده شده است. مدل بر اساس مؤلفه‌های داده شده در جدول (۱) طراحی شده است.

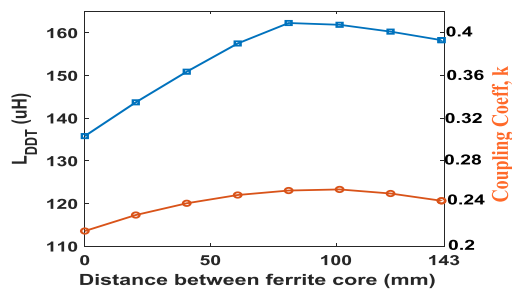
جدول (۱): ابعاد هندسی پدهای DD

مقدار	واحد	توضیحات سیم‌پیچ‌ها
۴۰×۲۰۰	mm	زیرسیم‌پیچ
۴۰×۴۰۰	mm	پد DD
۱۱, ۱۱	دور	$N_{sc1}, N_{sc2}(T)$
۶, ۶	دور	$N_{sc1}, N_{sc2}(R)$
۳, ۳	mm	w, s
۱۰-۱۰۰	mm	فاصله هوایی بین دو پد
۸۵/۵, ۸۵	kHz	فرکانس رزونانس، فرکانس کلیدزنی
۰/۰۳۸, ۰/۰۹۶	Ω	R_1, R_2
۴۰×۰/۱	mm	سیم لیتز



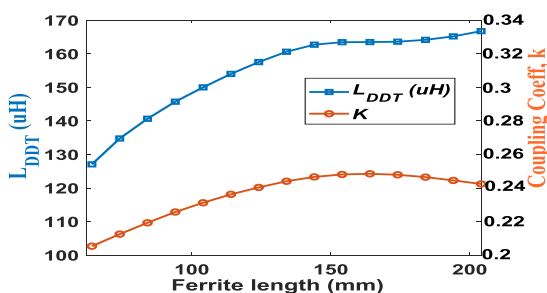
شکل (۸): اندوکتانس خودی و ضریب کوپل نسبت به افزایش تعداد هسته‌های فریت

فاصله هوایی بین هسته‌های فریت باید به بهینه‌ترین شکل ممکن انتخاب شود. طبق شکل (۹) در فاصله هوایی ۸۰mm و ۱۰۰mm بین هسته‌های فریت به ترتیب بیشترین اندوکتانس خودی و ضریب کوپل به دست می‌آید. در واقع فاصله بهینه بین هسته‌های فریت به معنی بودن هسته‌ها در محلی که مؤثرترین خطوط شار میدان وجود دارند خواهد بود (شکل ۷).



شکل (۹): اندوکتانس خودی و ضریب کوپل نسبت به تغییرات فاصله‌ی بین هسته‌های فریت

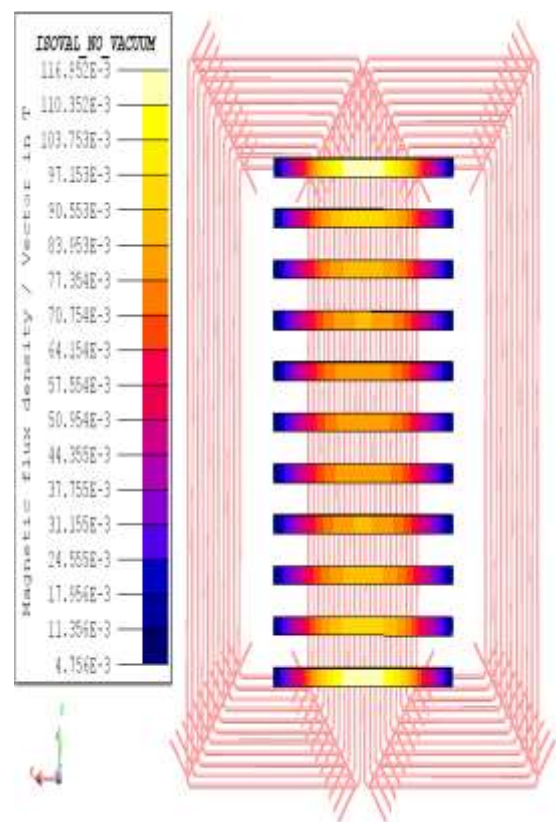
طبق شکل (۱۰) افزایش طول هسته‌های فریت به ترتیب تا ۱۰۴mm و ۱۴۴mm باعث افزایش خطی ضریب کوپل و اندوکتانس خودی می‌شود. افزایش طول فریت به منتهی‌الیه سمت چپ و راست پدهای DD، منجر به کاهش مقدار ضریب کوپل می‌شود. که این امر ناشی از تقویت شار ناشی موجود در منتهی‌الیه چپ و راست به وسیله هسته‌های فریت (شکل ۶-ب) است.



شکل (۱۰): اندوکتانس خودی و ضریب کوپل نسبت به افزایش طول هسته‌های فریت

۳-۱ بهینه‌سازی هسته‌های فریت

طبق استاندارد SAE J2954A^۱ ابعاد پد گیرنده دارای اندازه محدود و مشخصی است [۴۱]. همچنین افزایش ابعاد پد فرستنده منجر به افزایش چشمگیر ضریب کوپل نخواهد شد (در صورتی که منجر به افزایش بشود) [۲۷]. پس استفاده از هسته فریت جهت افزایش ضریب کوپل در برخی شرایط ضروری می‌باشد. به همین دلیل در این قسمت تأثیر هسته‌های فریت روی ضریب کوپل و اندوکتانس خودی و بهینه‌سازی آنها با شبیه‌سازی FEM بررسی می‌شود. از شکل (۸) می‌توان دید ضریب کوپل و اندوکتانس خودی با افزایش تعداد هسته‌های فریت نسبت مستقیم دارد. همچنین می‌توان دید با افزایش تعداد هسته‌های فریت به بیش از ۱۱ عدد اندوکتانس خودی و با افزایش تعداد هسته‌ها به بیش از ۸ عدد ضریب کوپل تغییر چندانی نمی‌کند. از این می‌توان نتیجه گرفت استفاده از هسته‌های میله‌ای فریت (شکل ۷) به جای یک صفحه فریت، علاوه بر اینکه موجب کاهش قابل توجه مقدار اندوکتانس خودی و ضریب کوپل نمی‌شود، باعث کاهش فریت مصرفی، وزن و هزینه‌های سامانه WPT می‌شود.



شکل (۷): هسته‌های فریت روی پد DD

^۱ Society of Automotive Engineers

محاسبات می‌شود خطای کمی به مدل اعمال می‌کند.

۴. نتایج ساخت آزمایشگاهی

۴-۱. اندازه‌گیری اندوکتانس خودی



شکل (۱۱): اندازه‌گیری عملی اندوکتانس خودی پدهای DD

مقدار خطاهای مشاهده شده جدول (۲) به‌طور کلی ناشی از خطای اندازه‌گیری، خطای شبیه‌سازی عددی، تقریب در نظر نگرفتن اندوکتانس تزویج بین زیرسیم‌پیچ‌های یک پد (فرستنده و گیرنده)، خطای ناشی از ساده‌سازی سیم‌پیچ مارپیچ به شکل چند حلقه هم‌مرکز و در نظر نگرفتن گوشه‌های گرد در مدل تحلیلی است.



شکل (۱۲): اندازه‌گیری اندوکتانس تزویج پدهای آزمایشگاهی DD

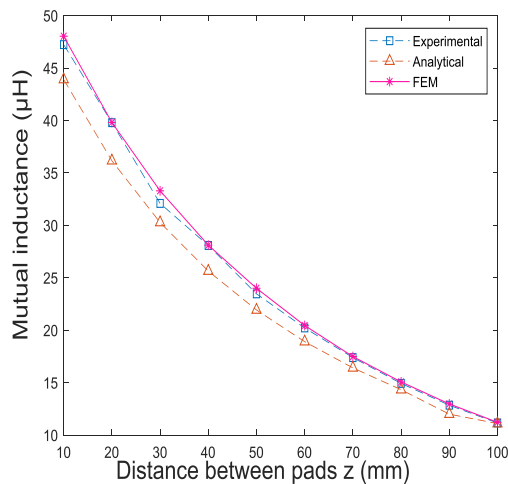
جهت بررسی درستی روابط و تقریب‌ها محاسبه اندوکتانس خودی و تزویج پدهای DD، یک نمونه آزمایشگاهی پیاده‌سازی شده است (شکل ۱۱ و ۱۲). مشخصات فیزیکی پد در جدول (۱) ذکر شده است. ساختار پدهای DD فرستنده و گیرنده مشابه هستند و تنها تفاوت در تعداد حلقه‌های آنها است. در این مقاله برای اندازه‌گیری اندوکتانس خودی پد DD فرستنده (L_{DDT}) و گیرنده (L_{DDR}) از RLC متر مدل Lutron LCR-9184 در فرکانس 100 kHz استفاده شده است. نتایج آزمایشگاهی با محاسبات تحلیلی و شبیه‌سازی D-FEM ۳ مقایسه می‌شود. در ادامه نتایج به‌دست آمده اندوکتانس خودی پدهای DD فرستنده و گیرنده به روش‌های ریاضی، FEM و آزمایشگاهی در جدول (۲) نمایش داده شده است. با توجه به جدول (۲) با مقایسه اعداد به‌دست آمده برای اندوکتانس خودی با در نظر گرفتن اندوکتانس تزویج بین دو زیرسیم‌پیچ از یک پد در محاسبات تحلیلی (سطر سوم جدول (۲))، اعداد مربوط به خطا بسیار کوچک هستند. به نحوی که ماکزیمم خطای نتایج مربوطه که در سطر سوم جدول نشان داده شده است $4/38\%$ است. در سطر چهارم نتایج جدول (۲)، جهت ساده‌سازی محاسبات تحلیلی اندوکتانس خودی، از اندوکتانس تزویج بین زیرسیم‌پیچ ۱ و ۲ در پد فرستنده ($M_{sc1,2}$) و یا تزویج بین زیرسیم‌پیچ ۳ و ۴ در پد گیرنده ($M_{sc3,4}$) صرف‌نظر شده است. بیشینه خطای سطر چهارم جدول (۲) $7/93\%$ است. بزرگ‌ترین خطاها در نتایج در سطر آخر جدول مشاهده می‌شود که ناشی از صرف‌نظر کردن از اندوکتانس تزویج بین دو زیرسیم‌پیچ از یک پد در محاسبه اندوکتانس خودی است. همچنین با مقایسه خطاهای سطر سوم و سطر چهارم، می‌توان این نتیجه‌گیری را داشت که صرف‌نظر کردن از اندوکتانس تزویج بین دو زیرسیم‌پیچ، هم زمانی که باعث کاهش چشم‌گیر حجم

جدول (۲): مقایسه نتایج تحلیلی، آزمایشگاهی و FEM اندوکتانس خودی پدهای DD فرستنده و گیرنده

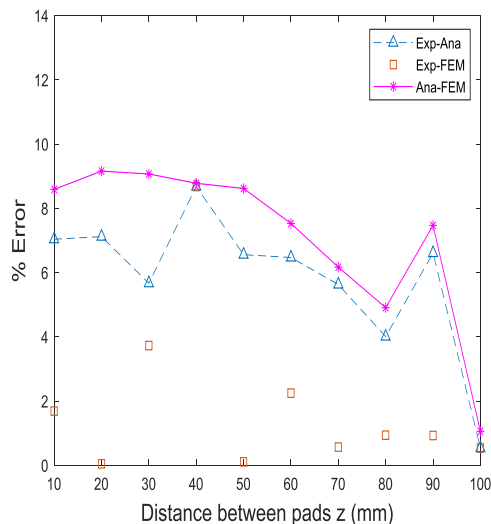
تحلیلی (μH)		FEM (μH)		آزمایشگاهی (μH)		خطا (L_{DDT}, L_{DDR} (%))		
L_{DDT}	L_{DDR}	L_{DDT}	L_{DDR}	L_{DDT}	L_{DDR}	تحلیلی- آزمایشگاهی	FEM- آزمایشگاهی	FEM- تحلیلی
۹۵/۶۸	۴۶/۶۸	۹۴/۸۳	۴۵/۶۲	۹۴/۶۶	۴۴/۷۲	۴/۳۸,۱/۰۷	۲/۰۱,۰/۱۷	۲/۳۲,۰/۸۹
*۹۲/۴۵	*۴۲	-	-	-	-	۶/۰۸,۲/۳	-	۷/۹۳,۲/۵

*: اندوکتانس L_{DDT} و L_{DDR} بدون در نظر گرفتن $M_{sc1,2}$ یا $M_{sc3,4}$ در محاسبات تحلیلی

کاربرد عملی، خطاهای کوچک‌تر (به دست آمده در فاصله هوایی 100 mm بین دو پد) در نظر گرفته می‌شوند و در نتیجه تقریب‌ها قابل قبول هستند. مقدار خطای مشاهده شده در نتایج اندوکتانس تزویج M_{DD} ناشی از تقریب در نظر نگرفتن اندوکتانس تزویج در زیرسیم‌پیچ‌های غیر متقابل، خطای اندازه‌گیری و خطای ناشی از ساده‌سازی سیم‌پیچ مارپیچ به شکل چند حلقه هم‌مرکز رشته‌ای است.



(الف)

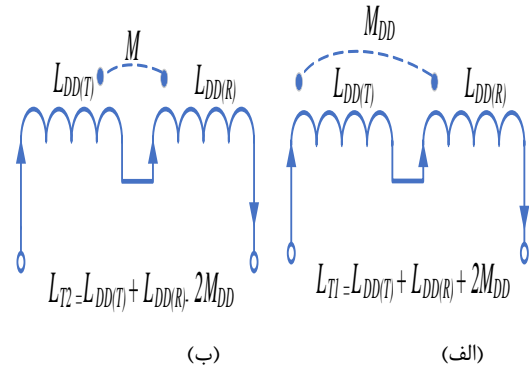


(ب)

شکل (۱۴): اندوکتانس تزویج نسبت به تغییر فاصله بین دو پد (الف) مقایسه نتایج به دست آمده اندوکتانس تزویج از روش‌های تحلیلی، ساخت و FEM (ب) مقایسه خطای نتایج به دست آمده.

۲-۴. اندازه‌گیری اندوکتانس تزویج

برای اندازه‌گیری اندوکتانس متقابل (آزمایشگاهی) می‌توان مانند شکل (۱۳) عمل کرد. ابتدا مانند شکل (۱۳-الف)



شکل (۱۳): دو روش اتصال جهت اندازه‌گیری اندوکتانس تزویج (الف) اتصال افزایش شار (ب) اتصال کاهش شار

پد فرستنده و گیرنده را به صورت سری در حالت افزایش شار^۱ به RLC متر متصل می‌شود. سپس مانند شکل (۱۳-ب) پدهای یادشده سری و در حالت کاهش شار^۲ به RLC متر متصل می‌شوند. در این صورت مقدار اندوکتانس متقابل از رابطه (۱۸) به دست می‌آید. L_{T2} و L_{T1} اندوکتانس کل دو پد در حالت in-phase و out-phase هستند.

نتایج محاسبه اندوکتانس تزویج بین پدهای DD فرستنده و گیرنده در فاصله بین دو پد 10 mm - 100 mm ، به روش تحلیلی، ساخت و شبیه‌سازی FEM در شکل (۱۴-الف و ب) نشان داده شده است. برای سادگی محاسبات تحلیلی از اندوکتانس تزویج بین زیرسیم‌پیچ‌های غیرمتقابل^۳ ($M_{sc2,3}$ و $M_{sc1,4}$) صرف نظر شده است. بیشینه خطای اندوکتانس تزویج بین دو پد به روش تحلیلی-عملی، شبیه‌سازی-عملی و تحلیلی-شبیه‌سازی به ترتیب $0.9/12\%$ ، $0.8/68\%$ و $0.9/16\%$ است که این خطاها در فاصله هوایی بسیار کوچک بین دو پد اتفاق می‌افتد. هرچه فاصله بین پد فرستنده و گیرنده بیشتر شود خطای محاسبات هم کمتر می‌شود. به طوری که در فاصله 100 mm بین دو پد DD میزان خطا برای روش تحلیلی-عملی، شبیه‌سازی-عملی و تحلیلی-شبیه‌سازی به ترتیب 0.054% ، 0.054% و 0.106% است.

با توجه به اینکه طبق استاندارد SAE J2954A فاصله هوایی بین پدهای فرستنده و گیرنده باید 100 mm - 250 mm باشد پس در

1 In-Phase
2 Out-Phase
3 Non-facing

۵. نتیجه‌گیری

محاسبه اندوکتانس خودی و متقابل برای محاسبه سیم‌پیچ‌های شارژر مختلفی مانند DD, BP, DDQ, DD, QD, DD تعمیم یافته، که مناسب کاربرد DWC هستند قابل استفاده است.

۶. مراجع

- [1] N. Tesla, "Apparatus for transmitting electrical energy," ed: Google Patents, 1914.
- [2] F. Tabibi, S. M. Mirimani, and J. Adabi Firuzjayi, "Design of a new structure for transmitter and receiver coils in a wireless power transmission system with low sensitivity to misalignment," *Journal of Applied Electromagnetic*, vol. 7, pp. 17-24, 2020, (In Persian).
- [3] S. Li and C. C. Mi, "Wireless power transfer for electric vehicle applications," *IEEE journal of emerging and selected topics in power electronics*, vol. 3, pp. 4-17, 2014.
- [4] P. Li and R. Bashirullah, "A wireless power interface for rechargeable battery operated medical implants," *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, vol. 54, pp. 912-916, 2007.
- [5] B. H. Waters, A. P. Sample, P. Bonde, and J. R. Smith, "Powering a ventricular assist device (VAD) with the free-range resonant electrical energy delivery (FREE-D) system," *Proceedings of the IEEE*, vol. 100, pp. 138-149, 2011.
- [6] T. Deyle and M. Reynolds, "Surface based wireless power transmission and bidirectional communication for autonomous robot swarms," in *2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1036-1041, 2008.
- [7] G. Scheible, J. Schutz, and C. Apneseth, "Novel wireless power supply system for wireless communication devices in industrial automation systems," in *IEEE 2002 28th Annual Conference of the Industrial Electronics Society. IECON 02*, pp. 1358-1363, 2002.
- [8] H. Hoang, S. Lee, Y. Kim, Y. Choi, and F. Bien, "An adaptive technique to improve wireless power transfer for consumer electronics," *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, vol. 58, pp. 327-332, 2012.
- [9] R. C. Kuo, P. Riehl, A. Satyamoorthy, W. Plumb, P. Tustin, and J. Lin, "A 3D resonant wireless charger for a wearable device and a mobile phone," in *2015 IEEE Wireless Power Transfer Conference (WPTC)*, pp. 1-3, 2015.
- [10] T. Fujita, T. Yasuda, and H. Akagi, "A dynamic wireless power transfer system applicable to a station

در این مقاله روش محاسبه تحلیلی اندوکتانس خودی دو پد DD فرستنده و گیرنده و اندوکتانس متقابل بین آنها ارائه شده است. نتایج محاسبات تحلیلی، FEM و آزمایشگاهی اندوکتانس خودی و اندوکتانس تزویج (در فاصله 10-100 mm بین دو پد) به دست آمده و باهم مقایسه شد. روش ارائه شده نسبت به روش‌های موجود ساده‌تر است. جهت کاهش پیچیدگی در محاسبات تحلیلی اندوکتانس خودی L_{DD} ، از اندوکتانس تزویج بین دو زیرسیم‌پیچ کنار هم (در یک پد) و در محاسبه تحلیلی اندوکتانس تزویج M_{DD} از اندوکتانس‌های تزویج بین زیرسیم‌پیچ‌های غیرمتقابل صرف‌نظر شد. نتایج به دست آمده در مقاله نشان داد که ساده‌سازی روابط قابل قبول بوده و بیشترین خطا از بین مقایسه پاسخ‌های محاسبات تحلیلی-آزمایشگاهی و تحلیلی-شبیه‌سازی برای اندوکتانس خودی به ترتیب ۹۳٪ و ۰۸٪/۰۶ و برای اندوکتانس تزویج بین دو پد به ترتیب ۱۲٪ و ۱۶٪/۰۹ است. بیشترین خطای بین نتایج اندوکتانس تزویج در فواصل بسیار نزدیک بین دو پد رخ داده است. با توجه به اینکه در کاربردهای عملی فاصله بین پدها جهت شارژ بی‌سیم خودروی الکتریکی معمولاً 100-250 mm است خطای نتایج تحلیلی آزمایشگاهی و تحلیلی-شبیه‌سازی اندوکتانس تزویج (در فاصله 100 mm بین دو پد) ۵۴٪ و ۰۶٪/۱ است. در کاربردهایی استفاده از هسته‌های فریت در سامانه WPT ضروری است به همین دلیل یک بررسی و بهینه‌سازی از نقطه‌نظر قرار دادن هسته فریت روی پدهای DD صورت گرفت. مدل تحلیلی برای طراحی و بهینه‌سازی پدهای DD سامانه WPT کاربرد دارد در حالی که مشکلات 3D-FEM مانند زمان‌بر بودن و گران بودن را ندارد. روش تحلیلی پیشنهادی نسبت به روش Greenhouse ساده‌تر بوده و نیاز به وضع مقادیر اولیه دست و پاگیر ندارد. همچنین در روش پیشنهادی مقادیر اندوکتانس خودی و تزویج برای هر حلقه محاسبه می‌شود در صورتی که در روش Grover باید برای هر تکه هادی این محاسبات انجام شود که منجر به افزایش حجم محاسبات در کاربرد سیم‌پیچ‌های با چندین حلقه می‌شود. بر خلاف روش‌های تحلیلی- عددی که روابط تحلیلی پیچیده بر پایه انتگرال نامحدود، سری بسط نامتناهی و توابع مثلثاتی به حل عددی نیاز دارند، روش پیشنهادی یک روش کاملاً تحلیلی بوده و روابط به مراتب ساده‌تری نسبت به روابط اشاره شده دارد. مدل تحلیلی ارائه شده در این مقاله قابل بسط برای

- [21] Z. H. Shi, X. Y. Chen, and Z. C. Qiu, "Modeling of mutual inductance between superconducting pancake coils used in wireless power transfer (WPT) systems," *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 29, pp. 1-4, 2019.
- [22] C. Akyel, S. Babic, and S. Kincic, "New and fast procedures for calculating the mutual inductance of coaxial circular coils (circular coil-disk coil)," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 38, pp. 2367-2369, 2002.
- [23] J. T. Conway, "Analytical solutions for the self-and mutual inductances of concentric coplanar disk coils," *IEEE transactions on magnetics*, vol. 49, pp. 1135-1142, 2012.
- [24] Y. Su, X. Liu, and S. R. Hui, "Mutual inductance calculation of movable planar coils on parallel surfaces," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 24, pp. 1115-1123, 2009.
- [25] W. G. Hurley, M. C. Duffy, J. Zhang, I. Lope, B. Kunz, and W. H. Wölfle, "A unified approach to the calculation of self-and mutual-inductance for coaxial coils in air," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 30, pp. 6155-6162, 2015.
- [26] E. R. Joy, A. Dalal, and P. Kumar, "Accurate computation of mutual inductance of two air core square coils with lateral and angular misalignments in a flat planar surface," *IEEE transactions on magnetics*, vol. 50, pp. 1-9, 2013.
- [27] Y. Cheng and Y. Shu, "A new analytical calculation of the mutual inductance of the coaxial spiral rectangular coils," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 50, pp. 1-6, 2013.
- [28] S. Raju, R. Wu, M. Chan, and C. P. Yue, "Modeling of mutual coupling between planar inductors in wireless power applications," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 29, pp. 481-490, 2013.
- [29] Z. Luo and X. Wei, "Analysis of square and circular planar spiral coils in wireless power transfer system for electric vehicles," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 65, pp. 331-341, 2017.
- [30] A. Balakrishnan, W. Palmer, W. Joines, and T. Wilson, "The inductance of planar structures," in *Proceedings Eighth Annual Applied Power Electronics Conference and Exposition*, pp. 912-921, 1993.
- [31] B. K. Kushwaha, G. Rituraj, and P. Kumar, "3-D analytical model for computation of mutual inductance for different misalignments with shielding in wireless power transfer system," *IEEE transactions on transportation electrification*, vol. 3, pp. 332-342, 2017.
- [11] A. Ramezani, S. Farhangi, H. Iman-Eini, B. Farhangi, R. Rahimi, and G. R. Moradi, "Optimized LCC-series compensated resonant network for stationary wireless EV chargers," vol. 6, pp. 2756-2765, 2018.
- [12] A. Ahmad, M. S. Alam, and A. A. Mohamed, "Design and Interoperability Analysis of Quadruple Pad Structure for Electric Vehicle Wireless Charging Application," *IEEE Transactions on Transportation Electrification*, 2019.
- [13] M. Budhia, J. T. Boys, G. A. Covic, and C. Y. Huang, "Development of a single-sided flux magnetic coupler for electric vehicle IPT charging systems," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 60, pp. 318-328, 2011.
- [14] A. A. Mohamed, A. Marim, and O. Mohammed, "Magnetic design considerations of bidirectional inductive wireless power transfer system for EV applications," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 53, pp. 1-5, 2017.
- [15] J. Acero, C. Carretero, I. Lope, R. Alonso, Ó. Lucia, and J. M. Burdio, "Analysis of the mutual inductance of planar-lumped inductive power transfer systems," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 60, pp. 410-420, 2011.
- [16] J. T. Conway, "Inductance calculations for circular coils of rectangular cross section and parallel axes using Bessel and Struve functions," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 46, pp. 75-81, 2009.
- [17] S. I. Babic and C. Akyel, "Calculating mutual inductance between circular coils with inclined axes in air," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 44, pp. 1743-1750, 2008.
- [18] S. Babic and C. Akyel, "New formulas for mutual inductance and axial magnetic force between magnetically coupled coils: thick circular coil of the rectangular cross-section-thin disk coil (pancake)," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 49, pp. 860-868, 2012.
- [19] M. Soma, D. C. Galbraith, and R. L. White, "Radio frequency coils in implantable devices: Misalignment analysis and design procedure," *IEEE transactions on biomedical engineering*, pp. 276-282, 1987.
- [20] S. R. Khan, S. K. Pavuluri, and M. P. Desmulliez, "Accurate modeling of coil inductance for near-field wireless power transfer," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 66, pp. 4158-4169, 2018.

- a conductive cylinder,” *Journal of Applied Physics*, vol. 104, p. 014912, 2008.
- [37] C. Peters and Y. Manoli, “Advanced telemetric powering of sensors using multi-wire coils,” in *SENSORS*, 2006 IEEE, 2006, pp. 769-772.
- [38] F. W. Grover, *Inductance calculations: working formulas and tables*: Courier Corporation, 2004.
- [39] H. Tavakkoli, E. Abbaspour-Sani, A. Khalilzadegan, G. Rezazadeh, and A. Khoei, “Analytical study of mutual inductance of hexagonal and octagonal spiral planer coils,” *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 247, pp. 53-64, 2016.
- [40] C. R. Paul, *Inductance: loop and partial*: John Wiley and Sons 2011.
- [41] J. Schneider, “Wireless power transfer for light-duty plug-in/electric vehicles and alignment methodology,” *SAE International J2954 Taskforce*, 2016.
- [32] C. Peters and Y. Manoli, “Inductance calculation of planar multi-layer and multi-wire coils: An analytical approach,” *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 145, pp. 394-404, 2008.
- [33] H. K. Dashora, G. Buja, M. Bertoluzzo, R. Pinto, and V. Lopresto, “Analysis and design of DD coupler for dynamic wireless charging of electric vehicles,” *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 32, pp. 170-189, 2018.
- [34] H. Greenhouse, “Design of planar rectangular microelectronic inductors,” *IEEE Transactions on parts, hybrids, and packaging*, vol. 10, pp. 101-109, 1974.
- [35] W. Dehui, S. Qisheng, W. Xiaohong, and Y. Fan, “Analytical model of mutual coupling between rectangular spiral coils with lateral misalignment for wireless power applications,” *IET Power Electronics*, vol. 11, pp. 781-786, 2018.
- [36] S. Burke, R. Ditchburn, and T. Theodoulidis, “Impedance of curved rectangular spiral coils around