

## **An Analytical Modelling of the Linear Resolver Considering the Longitudinal End Effect**

**A. Paymozd<sup>1</sup>, H. Saneie<sup>2</sup>, Z. Nasiri-Gheidari<sup>3\*</sup>**

\* Faculty of Electrical Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran

(Received: 11/07/2020; Accepted: 22/09/2020)

### **Abstract**

*A resolver is a position sensor used for rotational or linear positioning. The optimal design of the resolver needs an accurate and computationally fast model. Such a model for the linear resolver must also be able to take the longitudinal end effect into account. Therefore, in this paper, an analytical model based on the subdomain method is proposed for the linear resolver. The presented model, not only considers the longitudinal end effect of the stator and mover, but also takes the cores' slotting effect into account. The results of the proposed model are verified by comparing them with the results of the finite element analysis and the experimental measurements on the sensor's prototype.*

**Keywords:** Linear Resolver, Analytical Modeling, Finite Element Method, Subdomain Technique.

---

\* Corresponding author E-mail: [znasiri@sharif.edu](mailto:znasiri@sharif.edu)

## مدل سازی ریزالور خطی با در نظر گرفتن اثر انتهایی طولی

ایوب پایمزد<sup>۱</sup>، حمید صانعی<sup>۲</sup>، زهرا نصیری قیداری<sup>۳\*</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، ۲- دانشجوی دکتری، ۳- دانشیار، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران

(دریافت: ۱۳۹۹/۰۴/۲۱، پذیرش: ۱۳۹۹/۰۷/۰۴)

### چکیده

ریزالور حسگری است که برای تعیین موقعیت گردان یا خطی مورد استفاده قرار می‌گیرد. طراحی بهینه این حسگر، نیازمند یک مدل دقیق و درعین حال سریع است. چنین مدلی برای ریزالور خطی، باید قابلیت در نظر گرفتن اثر انتهایی را هم داشته باشد. لذا، در این مقاله یک مدل تحلیلی بر اساس روش زیرناحیه برای ریزالور خطی ارائه می‌شود. این مدل نه تنها اثر انتهایی طولی بخش متحرک و ساکن را به خوبی در نظر می‌گیرد؛ بلکه اثر دندانه و شیاردار بودن این دو بخش را نیز مورد توجه قرار می‌دهد. نتایج مدل ارائه شده، با نتایج روش اجزای محدود و نتایج آزمایش عملی روی نمونه ساخته شده حسگر، مورد ارزیابی و تایید قرار می‌گیرد.

### کلید واژه‌ها: ریزالور خطی، مدل سازی تحلیلی، روش اجزای محدود، روش زیرناحیه

### ۱. مقدمه

سیم پیچ تحریک آن با یک ولتاژ متناوب با فرکانس زیاد تغذیه می‌شود. ولتاژهای خروجی چنین ژنراتوری دارای مدولاسیون دامنه خواهند بود [۷]. این ولتاژها به یک مبدل ریزالور به دیجیتال (RDC)<sup>۴</sup> داده می‌شوند تا پوش آنها استخراج شود و از تانژانت معکوس نسبت پوش‌ها، اطلاعات موقعیت استخراج گردد. ریزالور دارای انواع مختلفی است. پرکاربردترین نوع ریزالور، ریزالور رتور سیم پیچی شده (WR)<sup>۵</sup> نام دارد که ساختمان آن یک هسته شیاردار به عنوان استاتور و یک هسته شیاردار دیگر به عنوان رتور است. سیم پیچ رتور، سیم پیچ تحریک نامیده می‌شود و معمولاً تک فاز است و سیم پیچ استاتور، دو فاز، با اختلاف فاز ۹۰ درجه است و سیم پیچ سیگنال نام دارد [۸]. نوع دوم ریزالور، ریزالور رلوکتانس متغیر (VR)<sup>۶</sup> است. ریزالور رلوکتانس متغیر بر اساس تغییر سینوسی رلوکتانس فاصله هوایی کار می‌کند. از آنجا که این رلوکتانس وابسته به طول فاصله هوایی یا سطح مقطع عبور شار است؛ ریزالورهای VR به دو دسته ریزالورهای با طول فاصله هوایی متغیر و ریزالورهای با سطح مقطع متغیر تقسیم می‌شوند [۹]. دسته اول، به صورت تجاری، در خودروهای برقی، مورد استفاده قرار گرفته است و در تعداد قطب زیاد دقت قابل توجهی دارد. اما دقت آنها، در دو قطب و در حضور خطاهای مکانیکی که طول فاصله هوایی را متأثر می‌کنند؛ کاهش قابل

امروزه کاربرد ماشین‌های خطی به طور گسترده‌ای در حال افزایش است. این ماشین‌ها بدون نیاز به اتصالات مکانیکی می‌توانند حرکت خطی ایجاد کنند. شتاب سریع و بازدهی زیاد در مقایسه با سامانه‌هایی که در آنها ماشین گردان و ملحقات مکانیکی آن، حرکت خطی ایجاد می‌کنند؛ از مزایای ماشین‌های خطی است [۱]، [۲]. اما کنترل حرکت دقیق این ماشین‌ها نیازمند اطلاعات موقعیت بخش متحرک است. این اطلاعات توسط حسگر موقعیت فراهم می‌شود. حسگرهای موقعیت خطی شامل ترانسفورماتور تفاضلی متغیر خطی (LVDT)<sup>۱</sup>، انکدر خطی<sup>۲</sup> و ریزالور<sup>۳</sup> است. ساختار ترانسفورماتور تفاضلی متغیر خطی، بسیار ساده است و دقت آن قابل قبول است ولی بازه عملکرد محدودی دارد [۳]، [۴]. برای حرکت‌های طولانی، استفاده از انکدر یا ریزالور خطی پیشنهاد می‌شود. هرچند انکدر خطی، دقت قابل قبول و قیمت مناسبی دارد؛ در محیط‌های آلوده، با تغییر دمایی وسیع و لرزش زیاد قابل استفاده نیست. در چنین محیط‌های خشنی تنها حسگر قابل استفاده ریزالور است [۵]، [۶].

در یک بیان ساده، ریزالور ژنراتور سنکرون دوفازی است که

\* نویسنده پاسخگو: e.abdollahi@nit.ac.ir

<sup>۴</sup> Resolver-to-Digital Converter (RDC)

<sup>۵</sup> Wound Rotor (WR) resolver

<sup>۶</sup> Variable Reluctance (VR) resolver

<sup>۱</sup> Linear Variable Differential Transformer (LVDT)

<sup>۲</sup> Linear Encoder

<sup>۳</sup> Resolver

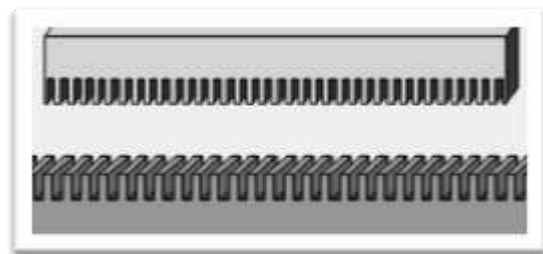
اجزای محدود ۲ و آزمون عملی، مورد بررسی قرار گرفته است. در [۱۷] یک مدل تحلیلی براساس مدل‌سازی لایه‌ای، برای این ریزالور ارائه شده است. از این مدل برای طراحی بهینه حسگر و پیش‌بینی عملکرد آن استفاده شده است. ولی از اثرات انتهایی در این مدل چشم‌پوشی شده است. به‌همین دلیل نتایج آن با نتایج عملی همخوانی لازم را ندارد. ریزالور VR خطی، با فاصله هوایی متغیر در [۱۸] معرفی شده است. تأثیر کوتاه و یا بلند بودن بخش متحرک و ساکن، شکل رتور و تعداد برجستگی آن و نوع سیم‌بندی حسگر در [۱۸] مورد بررسی قرار گرفته است. سپس در [۱۹] مدلی براساس روش تابع سیم‌پیچی برای این ریزالور ارائه و روش‌هایی برای جبران اثر انتهایی طولی در آن پیشنهاد و پیاده شده است. در ادامه، با توجه به کاهش دقت ریزالورها در سرعت‌های بسیار زیاد، در کاربردهایی مثل قطارهای معلق<sup>۳</sup>، ریزالور خطی VR با فاصله هوایی متغیر و مجهز به آهنربای دائم پیشنهاد شده است [۲۰]. ریزالور VR خطی با سطح مقطع سینوسی، اولین بار در [۲۱] معرفی شده است. سپس در [۲۲] با استفاده از تابع سیم‌پیچی، مدلی برای بهینه‌سازی آن ارائه شده است. در همه این مراجع، مدل ارائه شده با صرف‌نظر از اثر انتهایی طولی بوده است و فقط در شبیه‌سازی‌های اجزای محدود این اثر مورد توجه قرار گرفته است. درحالی‌که این اثر، یکی از مسائل مهم در تحلیل ریزالور خطی است. لذا، در این مقاله یک مدل تحلیلی، بر اساس روش زیرناحیه<sup>۴</sup> برای مدل‌سازی ریزالور خطی WR پیشنهاد می‌شود. محدود بودن طول هر دو بخش ساکن و متحرک ریزالور و شیاردار بودن آنها در مدل پیشنهادی، در نظر گرفته می‌شود. نتایج حاصل از مدل، با نتایج روش اجزای محدود و آزمایش عملی روی نمونه ساخته شده حسگر، مقایسه می‌شود. هم‌خوانی این نتایج، صحت مدل ارائه شده را تایید می‌کند.

## ۲. مدل پیشنهادی

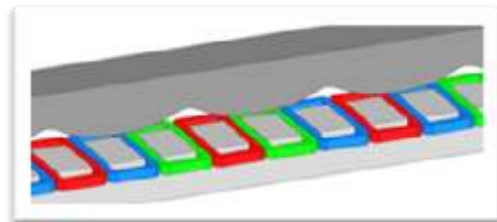
ریزالور مورد بررسی در شکل ۱-الف، نشان داده شده و ابعاد هندسی آن در جدول (۱) ارائه شده است. بخش متحرک ریزالور خطی مورد مطالعه دارای یک سیم‌پیچی تک‌فاز و استاتور آن دارای سیم‌پیچی دوفاز است که به ترتیب در شکل ۲ (الف) و (ب) نشان داده شده است. با توجه به اینکه در مراجع مدل زیر ناحیه بیشتر در ساختارهای دوار و در دستگاه مختصات قطبی ارائه شده است، مدل پیشنهادی برای این ریزالور نیز در دستگاه

توجهی دارد [۱۰]. ریزالورهای با سطح مقطع متغیر، ابتدا برای کاربردهای دو قطب معرفی شد [۱۱]. دقت این نوع ریزالور کمتر از انواع دیگر است و عملکرد آن متأثر از خطای رانش محوری<sup>۱</sup> است [۱۲]. به‌همین دلیل پژوهش‌های زیادی برای طراحی مقاوم این ریزالور و افزایش دقت آن انجام شده است [۱۲]، [۱۳].

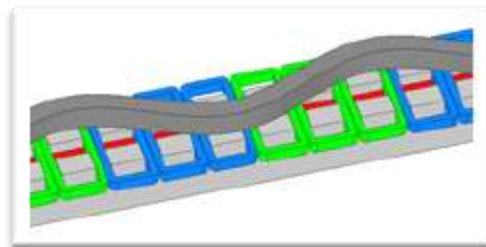
همه انواع ریزالورهای مورد اشاره، می‌توانند به صورت گردان (استوانه‌ای یا دیسکی) و خطی ساخته شوند. هرچند پژوهش‌های مربوط به ریزالورهای گردان بسیار بیشتر از نوع خطی است؛ در سال‌های اخیر پژوهش‌های زیادی روی ریزالورهای خطی انجام شده است. انواع ریزالورهای خطی در شکل (۱)، نشان داده شده‌اند.



(الف)



(ب)



(ج)

شکل (۱): انواع ریزالورهای خطی: (الف) ریزالور WR، (ب) ریزالور VR با فاصله هوایی متغیر و (ج) ریزالور VR با سطح مقطع متغیر

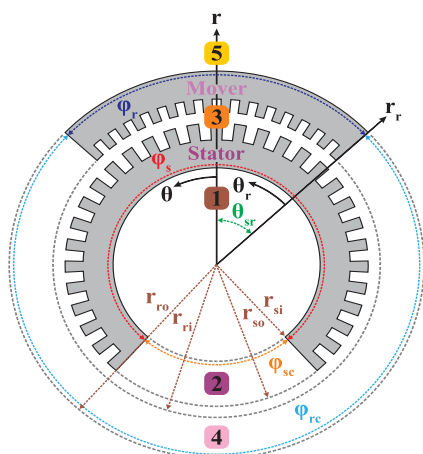
در [۱۴] ملاحظات طراحی و ساخت ریزالور خطی WR، برای اولین بار ارائه شده است. اثر تعداد قطب سیم‌پیچی این ریزالور روی دقت آن در [۱۵] ارزیابی شده است. سپس عملکرد آن، تحت خطاهای مختلف مکانیکی در [۱۶] با استفاده از روش

<sup>۲</sup> Finite Element Method (FEM)

<sup>۳</sup> Maglev train

<sup>۴</sup> Subdomain method

<sup>۱</sup> Shaft run-out



شکل (۳): مدل پیشنهادی برای ریزالور خطی مورد بررسی

### ۱-۲. با صرف‌نظر از اثر دندانه و شیار

اگر محیط دایره مماس بر نوک دندانه بخش متحرک،  $I_e$  باشد؛ شعاع این دایره عبارت است از:

$$r_{ri} = \frac{L_e}{2\pi} \quad (1)$$

و سایر مؤلف‌ها شعاعی به‌صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\begin{aligned} r_{ro} &= r_{ri} + H_{rs} + H_{ry} \\ r_{so} &= r_{ri} - g \\ r_{si} &= r_{so} - H_{ss} + H_{sy} \end{aligned} \quad (2)$$

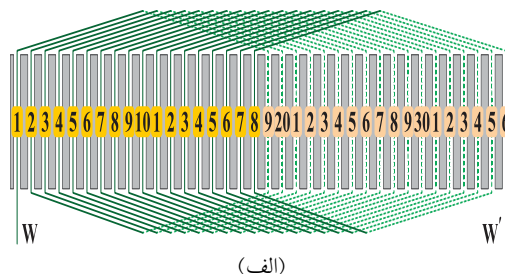
که در این رابطه  $H_{rs}$  ارتفاع شیار بخش متحرک،  $H_{ry}$  ارتفاع یوغ بخش متحرک،  $g$  طول فاصله هوایی،  $H_{ss}$  ارتفاع شیار استاتور و  $H_{sy}$  ارتفاع یوغ استاتور است. گام قطب و سرعت زاویه‌ای حرکت بخش متحرک عبارت‌اند از:

$$\begin{aligned} \beta &= 2\pi / L_e \times \tau \\ \omega_r &= v_r / r_{ri} \end{aligned} \quad (3)$$

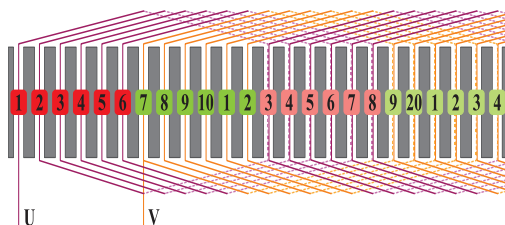
که در این رابطه  $\tau$  گام قطب ریزالور و  $v_r$  سرعت بخش متحرک است. زاویه‌ی طی شده توسط یوغ، دندانه و شیار استاتور و بخش متحرک نیز عبارت‌اند از:

$$\begin{aligned} \varphi_r &= \frac{2\pi}{L_e} \times L_r, \quad \varphi_{rc} = 2\pi - \varphi_r \\ \alpha_{rs} &= \frac{2\pi}{L_e} \times W_{rs}, \quad \alpha_{rt} = \frac{2\pi}{L_e} \times W_{rt}, \quad \beta_{rs} = \frac{2\pi}{L_e} \times \tau_{rs} \\ \varphi_s &= \frac{2\pi}{L_e} \times L_s, \quad \varphi_{sc} = 2\pi - \varphi_s \\ \alpha_{ss} &= \frac{2\pi}{L_e} \times W_{ss}, \quad \alpha_{st} = \frac{2\pi}{L_e} \times W_{st}, \quad \beta_{ss} = \frac{2\pi}{L_e} \times \tau_{ss} \end{aligned} \quad (4)$$

مختصات قطبی ارائه می‌شود (شکل ۳). برای اینکه انحای مفروض در شکل (۳)، نتایج را تحت تأثیر قرار ندهد؛ شعاع این انحنا به اندازه کافی بزرگ انتخاب می‌شود. در ابتدا از اثر دندانه و شیار صرف‌نظر می‌شود و در ادامه این اثر به مدل اضافه می‌شود.



(الف)



(ب)

شکل (۲): سیم‌پیچی ریزالور خطی مورد مطالعه (الف) سیم‌پیچی تک‌فاز بخش متحرک (ب) سیم‌پیچی دو فاز استاتور

جدول (۱): ابعاد هندسی ریزالور خطی مورد مطالعه

مؤلفه	نماد	مقدار
طول بخش متحرک/استاتور (mm)	$L_s / L_r$	۴۸۰/۹۶
گام قطب (mm)	$\tau$	۴۸
تعداد دندانه‌های بخش متحرک/ استاتور	$N_s / N_m$	۱۲/۳۶
گام شیار بخش متحرک/ استاتور (mm)	$\tau_{rs} / \tau_{rs}$	۴۰۰/۲۶۷
ارتفاع/عرض شیار بخش متحرک (mm)	$W_{rs} / H_{rs}$	۱,۳۰/۳,۰۰
ارتفاع/ عرض شیار استاتور (mm)	$W_{ss} / H_{ss}$	۲,۰۰/۳,۰۰
ارتفاع یوغ بخش متحرک/ استاتور (mm)	$H_{sy} / H_{ry}$	۵,۰۰
طول فاصله هوایی (mm)	$g$	۰,۵
عرض دندانه متحرک/ استاتور (mm)	$W_{st} / W_{rt}$	۲,۰۰/۱,۳۷
عمق ماشین (mm)	$L$	۱۰,۰۰
تعداد دور سیم‌پیچی تحریک در هر قطب	$T_e$	۱۸۰۰
تعداد دور سیم‌پیچی سیگنال در هر فاز	$T_s$	۲۴۰۰
فرکانس تحریک (kHz)	$f_e$	۴
سرعت بخش متحرک (m/s)	$v_r$	۰,۵۰

طول ناحیه ۲،  $\varphi_{sc} = 2\pi - \varphi_s$  است و برای محاسبه مقدار ویژه معادله این ناحیه، از شرایط مرزی نیومن حاکم بر دو انتهای استاتور  $(H_{r_2} \Big|_{\theta=-\frac{\varphi_s}{2}} = H_{r_2} \Big|_{\theta=-\frac{\varphi_s}{2}-\varphi_{sc}} = 0, r_{si} \leq r \leq r_{so})$  استفاده می‌شود. با استفاده از این شرایط،  $d_{2m} = 0$  و  $\lambda_2 = m\pi / \varphi_{sc}$  محاسبه می‌شود. در نتیجه پتانسیل مغناطیسی برداری این ناحیه عبارت است از:

$$A_{z_2}(r, \theta) = \sum_{m=1}^{\infty} \left[ A_{2m} \left( \frac{r}{r_{so}} \right)^{m\omega_{sc}} + B_{2m} \left( \frac{r}{r_{si}} \right)^{-m\omega_{sc}} \right] \cos m\omega_{sc} \left( \theta + \varphi_{sc} + \frac{\varphi_s}{2} \right) \quad (8)$$

$$-\frac{\varphi_s}{2} - \varphi_{sc} \leq \theta \leq -\frac{\varphi_s}{2}$$

که فرکانس پایه ناحیه انتهایی استاتور است.

پتانسیل مغناطیسی برداری در ناحیه سوم، عبارت است از:

$$A_{z_3}(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ A_{3n} \left( \frac{r}{r_{ri}} \right)^n + B_{3n} \left( \frac{r}{r_{so}} \right)^{-n} \right] \cos(n\theta) \quad (9)$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \left[ C_{3n} \left( \frac{r}{r_{ri}} \right)^n + D_{3n} \left( \frac{r}{r_{so}} \right)^{-n} \right] \sin(n\theta)$$

طول ناحیه ۴،  $\varphi_{rc} = 2\pi - \varphi_r$  است و برای محاسبه مقدار ویژه معادله این ناحیه از شرایط مرزی نیومن حاکم بر دو انتهای بخش متحرک،  $(H_{r_4} \Big|_{\theta=\theta_{sr}-\varphi_{rc}} = H_{r_4} \Big|_{\theta=\theta_{sr}} = 0, r_{ri} \leq r \leq r_{ro})$  استفاده می‌شود. به این ترتیب،  $d_{4m} = 0$  و  $\lambda_4 = m\pi / \varphi_{rc}$ :

$$A_{z_4}(r, \theta) = \sum_{m=1}^{\infty} \left[ A_{4m} \left( \frac{r}{r_{ro}} \right)^{m\omega_{rc}} + B_{4m} \left( \frac{r}{r_{ri}} \right)^{-m\omega_{rc}} \right] \cos m\omega_{rc} (\theta + \varphi_{rc} - \theta_{sr}) \quad (10)$$

$\theta_{sr} - \varphi_{rc} \leq \theta \leq \theta_{sr}$ ،  $\theta_{sr} = \omega_r t + \theta_0$ ،  $\omega_{rc} = \pi / \varphi_{rc}$

در ناحیه پنجم، با توجه به  $|A_{z_5}(r, \theta)|_{r \rightarrow \infty} < \infty$ :

$$A_{z_5}(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ B_{5n} \left( \frac{r}{r_{ro}} \right)^{-n} \cos(n\theta) + D_{5n} \left( \frac{r}{r_{ro}} \right)^{-n} \sin(n\theta) \right] \quad (11)$$

$$A_{5n} = 0, C_{5n} = 0$$

در این روابط به ترتیب طول بخش متحرک و استاتور هستند. مؤلفه‌های  $W_{xy}$  در این روابط عرض دندان و شیارها و  $\tau_{xs}$  گام شیار بخش متحرک و استاتور است که در جدول (۱) تعریف شده‌اند. مطابق شکل (۳)، مدل به ۵ ناحیه زیر تقسیم می‌شود. در ناحیه یک که ناحیه داخلی استاتور است  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  و  $0 \leq r \leq r_{si}$ . در ناحیه دوم که ناحیه انتهایی استاتور است؛  $\pi - \frac{\varphi_{sc}}{2} \leq \theta \leq \pi + \frac{\varphi_{sc}}{2}$  و  $r_{si} \leq r \leq r_{so}$ . ناحیه سوم، ناحیه فاصله هوایی است که  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  و  $r_{so} \leq r \leq r_{si}$ . در ناحیه چهارم، ناحیه انتهایی بخش متحرک،  $\pi - \frac{\varphi_{rc}}{2} \leq \theta \leq \pi + \frac{\varphi_{rc}}{2}$  و  $r_{ri} \leq r \leq r_{ro}$ . در ناحیه ۵، ناحیه خارجی بخش متحرک،  $r_{ro} \leq r < \infty$  و  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ .

معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی حاکم بر مدل در مختصات قطبی به صورت زیر است [۲۳]:

$$\frac{\partial^2 A_{z_i}(r, \theta)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_{z_i}(r, \theta)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_{z_i}(r, \theta)}{\partial \theta^2} = 0 \quad (5)$$

$$i = 1, 2, \dots, 5$$

این معادله به روش جداسازی متغیرها حل می‌شود. با توجه به اینکه تغییرات در جهت  $\theta$  از نوع مثلثاتی و در جهت  $r$  از نوع نمایی است؛ فرم کلی معادله پتانسیل مغناطیسی برداری در ناحیه  $i$  ام  $(A_{z_i})$  عبارت است از [۲۳]:

$$A_{z_i}(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ A_{in} \left( \frac{r}{r_{out_i}} \right)^{\lambda_i} + B_{in} \left( \frac{r}{r_{in_i}} \right)^{-\lambda_i} \right] \cos \lambda (\theta - \theta_i) \quad (6)$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \left[ C_{in} \left( \frac{r}{r_{out_i}} \right)^{\lambda_i} + D_{in} \left( \frac{r}{r_{in_i}} \right)^{-\lambda_i} \right] \sin \lambda (\theta - \theta_i)$$

که در آن،  $A_{in}, B_{in}, C_{in}, D_{in}$  ضرایب ثابت مجهول معادله ناحیه  $i$  شعاع داخلی ناحیه  $i$   $r_{in_i}$  شعاع خارجی ناحیه  $i$   $r_{out_i}$  مقدار ویژه معادله ناحیه  $i$  و  $\theta_i$  زاویه شروع ناحیه  $i$  می‌باشد. در ادامه، (۶) برای هر یک از ۵ ناحیه مورد بررسی، بازنویسی می‌شود. در ناحیه ۱، مقدار میدان مغناطیسی در  $r = 0$  محدود است. لذا  $B_{1n} = D_{1n} = 0$  و  $|A_{z_1}(r, \theta)|_{r \rightarrow 0} < \infty$  و:

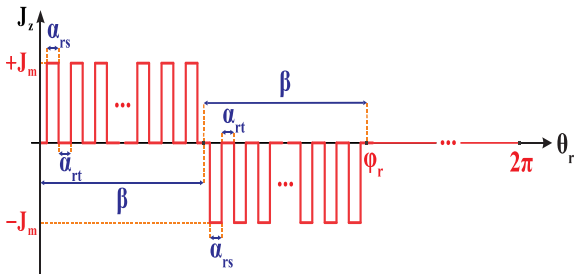
$$A_{z_1}(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ A_{1n} \left( \frac{r}{r_{si}} \right)^n \cos(n\theta) + C_{1n} \left( \frac{r}{r_{si}} \right)^n \sin(n\theta) \right] \quad (7)$$

$$J_{cn} = J_{cn_r} \cos(n\theta) - J_{sn_r} \sin(n\theta) \quad (16)$$

$$J_{sn} = J_{cn_r} \sin(n\theta) + J_{sn_r} \cos(n\theta) \quad (17)$$

$$J_{cn_r} = \sum_{m=1}^{N_m/2} \frac{j_m(t)}{n\pi} \begin{bmatrix} \sin(nm\beta_{rs}) - \sin(n(m\beta_{rs} - \alpha_{rs})) \\ -\sin\left(n\left(\frac{N_m}{2}\beta_{rs} + m\beta_{rs}\right)\right) \\ +\sin\left(n\left(\frac{N_m}{2}\beta_{rs} + m\beta_{rs} - \alpha_{rs}\right)\right) \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$J_{sn_r} = \sum_{m=1}^{N_m/2} \frac{j_m(t)}{n\pi} \begin{bmatrix} \cos(n(m\beta_{rs} - \alpha_{rs})) - \cos(nm\beta_{rs}) \\ -\cos\left(n\left(\frac{N_m}{2}\beta_{rs} + m\beta_{rs} - \alpha_{rs}\right)\right) \\ +\cos\left(n\left(\frac{N_m}{2}\beta_{rs} + m\beta_{rs}\right)\right) \end{bmatrix} \quad (19)$$



شکل (۴): توزیع چگالی جریان بخش متحرک

با اعمال شرایط مرزی ذکر شده، ماتریس معادلات مدل، به صورت (۲۰) قابل محاسبه خواهد بود. با دقت در روابط (۷) تا (۱۱) مشاهده می‌شود که فرکانس پایه در نواحی ۱، ۳ و ۵ برابر  $1/2\pi$  است اما فرکانس پایه در ناحیه ۲ برابر  $1/2\varphi_{sc}$  و فرکانس پایه ناحیه ۴ برابر  $1/2\varphi_{rc}$  است. در صورتی که فرکانس پایه دو ناحیه باهم برابر باشند، با اعمال شرایط مرزی می‌توان ضرایب سری فوریه برای هر مؤلفه هارمونیک را در دو طرف معادله برابر هم در نظر گرفت و دستگاه معادلات را تشکیل داد. اما در اینجا لازم است ابتدا با استفاده از روش تطبیق حالت<sup>۱</sup> فرکانس پایه هر دو ناحیه را باهم یکسان کرد [۲۳] و بعد از آن با اعمال شرایط مرزی دستگاه معادلات را تشکیل داد.

شرایط مرزی در مرز مشترک بین ۵ ناحیه این مدل (۴ مرز مشترک) به صورت زیر است:

$$r = r_{si} : \begin{cases} B_{r_1} = B_{r_2} & -\frac{\varphi_s}{2} - \varphi_{sc} \leq \theta \leq -\frac{\varphi_s}{2} \\ H_{\theta_1} = \begin{cases} H_{\theta_2} & -\frac{\varphi_s}{2} - \varphi_{sc} \leq \theta \leq -\frac{\varphi_s}{2} \\ 0 & -\frac{\varphi_s}{2} \leq \theta \leq +\frac{\varphi_s}{2} \end{cases} \end{cases} \quad (12)$$

$$r = r_{so} : \begin{cases} B_{r_3} = B_{r_2} & -\frac{\varphi_s}{2} - \varphi_{sc} \leq \theta \leq -\frac{\varphi_s}{2} \\ H_{\theta_3} = \begin{cases} H_{\theta_2} & -\frac{\varphi_s}{2} - \varphi_{sc} \leq \theta \leq -\frac{\varphi_s}{2} \\ 0 & -\frac{\varphi_s}{2} \leq \theta \leq +\frac{\varphi_s}{2} \end{cases} \end{cases}$$

$$r = r_{ri} : \begin{cases} B_{r_3} = B_{r_4} & \theta_{sr} - \varphi_{rc} \leq \theta \leq \theta_{sr} \\ H_{\theta_3} = \begin{cases} H_{\theta_4} & \theta_{sr} - \varphi_{rc} \leq \theta \leq \theta_{sr} \\ J_z & \theta_{sr} \leq \theta \leq \theta_{sr} + \varphi_r \end{cases} \end{cases}$$

$$r = r_{ro} : \begin{cases} B_{r_5} = B_{r_4} & \theta_{sr} - \varphi_{rc} \leq \theta \leq \theta_{sr} \\ H_{\theta_5} = \begin{cases} H_{\theta_4} & \theta_{sr} - \varphi_{rc} \leq \theta \leq \theta_{sr} \\ 0 & \theta_{sr} \leq \theta \leq \theta_{sr} + \varphi_r \end{cases} \end{cases}$$

که در آن چگالی جریان سیم‌پیچی تحریک است. این شکل موج در زمان و موقعیت دلخواهی از بخش متحرک و در دستگاه مرجع متحرک به صورت شکل (۴)، است. دامنه لحظه‌ای این چگالی جریان،  $J_m$ ، عبارت است از:

$$J_m(t) = \frac{4\pi T_e i_e(t)}{N_m L_e \alpha_{rs}} \quad (13)$$

که در این رابطه  $T_e$  تعداد دور سیم‌پیچی تحریک در هر قطب و  $N_m$  تعداد دندانه‌های بخش متحرک است.  $\alpha_{rs}$  نیز از (۴) محاسبه می‌شود. بسط فوریه چگالی جریان نشان داده شده در شکل (۴)، که به دستگاه مرجع استاتور منتقل شده به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$J_z(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} [J_{cn} \cos(n\theta) + J_{sn} \sin(n\theta)] \quad (13)$$

که در آن:

$$\theta = \theta_r + \theta_{sr} \quad (15)$$

<sup>1</sup> Mode matching

که در آن  $B_g'$  مؤلفه عمودی چگالی شار فاصله هوایی با در نظر گرفتن اثر شیار و دندان،  $B_g$  مؤلفه عمودی چگالی شار فاصله هوایی بدون اثر شیار و دندان و  $\tilde{\lambda}$  تابع پرمیانس نسبی دوبعدی است.

برای محاسبه اثر دندان و شیار استاتور و بخش متحرک، یک بار شیارهای بخش متحرک در نظر گرفته نمی‌شود و تابع پرمیانس نسبی برای شیارهای استاتور محاسبه می‌شود ( $\tilde{\lambda}_s$ ) و بار دیگر از اثر شیارهای استاتور صرف نظر شده و تابع پرمیانس نسبی برای بخش متحرک محاسبه می‌شود ( $\tilde{\lambda}_r$ ). در نهایت تابع پرمیانس نسبی برای در نظر گرفتن اثر دندان و شیار بخش متحرک و استاتور از حاصل ضرب دو تابع پرمیانس محاسبه شده به دست می‌آید. به این ترتیب، تابع پرمیانس نسبی ناحیه شیاردار فاصله هوایی ناشی از دندان و شیار استاتور و بخش متحرک، برای گام شیار  $i$  ام به صورت زیر تعیین می‌شود [۲۴]:

$$\tilde{\lambda}_s(r, \theta) = \begin{cases} 1 - \beta_s(r) - \beta_s(r) \cos\left(\frac{\pi}{0.8\alpha_{ss}}(\theta - \theta_{ss_i})\right) & \theta_{ss_i} - 0.8\alpha_{ss} \leq \theta \leq \theta_{ss_i} + 0.8\alpha_{ss} \\ 1, & \text{Otherwise} \end{cases} \quad (22)$$

$$\tilde{\lambda}_r(r, \theta, t) = \begin{cases} 1 - \beta_r(r) - \beta_r(r) \cos\left(\frac{\pi}{0.8\alpha_{rs}}(\theta - \theta_{rs_i}(t))\right) & \theta_{rs_i}(t) - 0.8\alpha_{rs} \leq \theta \leq \theta_{rs_i}(t) + 0.8\alpha_{rs} \\ 1, & \text{Otherwise} \end{cases} \quad (23)$$

که  $\theta_{ss_i}$  موقعیت مرکز شیار  $i$ ام استاتور و  $\theta_{rs_i}(t)$  موقعیت لحظه‌ای مرکز شیار  $i$ ام بخش متحرک را مشخص می‌کند و توابع  $\beta_s(r)$  و  $\beta_r(r)$  با استفاده از نگاشت هم‌نوا<sup>۲</sup> [۲۴] به صورت زیر تعیین می‌شوند:

$$\beta_s(r) = \frac{1}{2} - \frac{2\pi(g + H_{rs})}{\sqrt{16\pi^2(g + H_{rs})^2 + L_e^2\alpha_{ss}^2(1 + \nu_s^2)}} \quad (24)$$

$$\beta_r(r) = \frac{1}{2} - \frac{2\pi(g + H_{ss})}{\sqrt{16\pi^2(g + H_{ss})^2 + L_e^2\alpha_{rs}^2(1 + \nu_r^2)}} \quad (25)$$

$$[M][A_1 C_1 A_2 B_2 A_3 B_3 C_3 D_3 A_4 B_4 B_5 D_5]^T \\ = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ S_1 \ S_2 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T \quad (20)$$

[M] یک ماتریس مربعی  $(8N + 2M + 2P) \times (8N + 2M + 2P)$  است که در آن  $N$  تعداد هارمونیک‌های مفروض در ناحیه ۱، ۳ و ۵،  $P$  تعداد هارمونیک‌های مفروض در ناحیه ۲ و  $M$  تعداد این هارمونیک‌ها در ناحیه ۴ است. [M] تنها به مؤلفه‌های هندسی و ساختاری مدل وابسته است به همین خاطر به آن ماتریس توپولوژی گفته می‌شود. تغییر رلوکتانس که به دلیل حرکت بخش متحرک ایجاد می‌شود؛ به طور مستقیم ضرایب ماتریس توپولوژی را تغییر می‌دهد. از آنجا که در دو انتهای بخش متحرک شرط مرزی متغیر با زمان حاکم است؛ ماتریس توپولوژی، متغیر با زمان خواهد بود. به عبارت دیگر، مقدار آن در هر پله زمانی باید به روز شود و لازم است؛ معکوس آن نیز، در هر پله زمانی تعیین شود که این باعث افزایش حجم محاسبات می‌شود. همچنین [S] یک بردار  $1 \times (8N + 2M + 2P)$  شامل اطلاعات مربوط به تحریک است که در این مسئله با دو فرکانس متغیر با زمان است. یکی فرکانس تغذیه که به سیم پیچ تحریک اعمال می‌شود و دیگری فرکانس حرکت سیم پیچ تحریک که داخل شیارهای بخش متحرک قرار گرفته و با سرعت آن حرکت می‌کند. به عبارت دیگر، مؤلفه‌های منبع هم نسبت به زمان و هم نسبت به مکان در حال تغییرند.

[X] بردار ضرایب ثابت مجهول با ابعاد  $1 \times (8N + 2M + 2P)$  و متغیر با زمان است که پس از حل معادله ماتریسی در هر گام زمانی به طور کامل تعیین می‌شود.

پس از تعیین ضرایب ثابت، می‌توان توزیع فضایی و زمانی میدان مغناطیسی را در هر ناحیه هم برای مؤلفه مماسی و هم مؤلفه عمودی تعیین کرد و با استفاده از آن تمام مؤلفه‌های الکتریکی و مغناطیسی حسگر، با صرف نظر از اثر دندان و شیار قابل محاسبه است.

## ۲-۲. اثر دندان و شیار

برای اعمال اثر دندان و شیار از روش تابع پرمیانس نسبی دوبعدی<sup>۱</sup> استفاده می‌شود [۲۴]. این روش در عین سادگی، دقت قابل قبولی دارد. برای این منظور، چگالی شار فاصله هوایی به صورت زیر اصلاح می‌شود:

$$B_g'(r, \theta) = B_g(r, \theta) \times \tilde{\lambda}(r, \theta) \quad (21)$$

<sup>2</sup> Conformal mapping

<sup>1</sup> 2-dimensional (2D) relative permeance method

$$B_g'(r_{so}, \theta) = B_g(r_{so}, \theta) \tilde{\lambda}_s(r_{so}, \theta) \tilde{\lambda}_r(r_{so}, \theta) \quad (۳۲)$$

$$B_g'(r_{ri}, \theta) = B_g(r_{ri}, \theta) \tilde{\lambda}_s(r_{ri}, \theta) \tilde{\lambda}_r(r_{ri}, \theta) \quad (۳۳)$$

که  $B_g'$  مؤلفه عمودی چگالی شار فاصله هوایی با در نظر گرفتن اثر دندان و شیار است که از حاصل ضرب مؤلفه عمودی چگالی شار بدون در نظر گرفتن اثر دندان و شیار ( $B_g$ ) در تابع پرمیانس نسبی استاتور ( $\tilde{\lambda}_s$ ) و بخش متحرک ( $\tilde{\lambda}_r$ ) به دست می آید.  $r = r_{so}$  صفحه هم سطح با دندانهای استاتور و  $r = r_{ri}$  صفحه هم سطح با دندانهای بخش متحرک است.

شار کل در برگرفته یک کلاف از سیم پیچ، به صورت مجموع شارهای عبوری از دندانهایی که توسط آن کلاف محاصره شده اند؛ به دست می آید. با ضرب این شار، در تعداد دور هر کلاف، شار دور آن کلاف محاسبه می شود. سپس شار دور هر سیم پیچ، از مجموع شار دورهای کلافهای تشکیل دهنده آن سیم پیچ به دست می آید. با مشتق گیری از شار دور سیم پیچهای استاتور، ولتاژهای القایی خروجی به صورت زیر محاسبه می شوند:

$$V_{\sin} = \frac{d\lambda_{\sin}}{dt} \quad (۳۴)$$

$$V_{\cos} = \frac{d\lambda_{\cos}}{dt} \quad (۳۵)$$

که در این رابطه  $\lambda_{\cos}$  و  $\lambda_{\sin}$  به ترتیب شار دور سیم پیچهای سیگنال سینوسی و کسینوسی و  $v_{\cos}$  و  $v_{\sin}$  به ترتیب ولتاژ القایی در سیم پیچهای سیگنال سینوسی و کسینوسی هستند. در نتیجه موقعیت بخش متحرک به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\delta = \frac{\tau}{\pi} \tan^{-1} \left( \frac{V_{\sin}}{V_{\cos}} \right) \quad (۳۶)$$

که در این رابطه  $\delta$  موقعیت تخمینی توسط ریزالور است.

### ۳. تایید مدل با روش اجزای محدود

برای تایید مدل پیشنهادی از شبیه سازی اجزای محدود ریزالور مورد مطالعه استفاده می شود. مؤلفه عمودی چگالی شار فاصله هوایی به دست آمده از مدل تحلیلی با نتیجه حاصل از شبیه سازی اجزای محدود، در سه موقعیت مختلف بخش متحرک (ابتدای استاتور، وسط استاتور و انتهای آن) در شکل (۵)، ارائه شده است. ملاحظه می شود که نتایج تحلیلی و اجزای محدود تطابق قابل قبولی دارند. لازم به توضیح است که به دلیل طول بلند استاتور

و مقدار  $v_s$  و  $v_r$  از روابط غیر خطی زیر تعیین می شوند [۲۴]:

$$\frac{\pi^2 (r_{so} + g + H_{rs} - r)}{L_e \alpha_{ss}} = \frac{1}{4} \ln \left[ \frac{\sqrt{a_s^2 + v_s^2} + v_s}{\sqrt{a_s^2 + v_s^2} - v_s} \right] + \frac{2\pi (g + H_{rs})}{L_e \alpha_{ss}} \tan^{-1} \left( \frac{4\pi (g + H_{rs}) v_s}{L_e \alpha_{ss} \sqrt{a_s^2 + v_s^2}} \right) \quad (۲۶)$$

$$\frac{\pi^2 (r - r_{ri} + g + H_{ss})}{L_e \alpha_{rs}} = \frac{1}{4} \ln \left[ \frac{\sqrt{a_r^2 + v_r^2} + v_r}{\sqrt{a_r^2 + v_r^2} - v_r} \right] + \frac{2\pi (g + H_{ss})}{L_e \alpha_{rs}} \tan^{-1} \left( \frac{4\pi (g + H_{ss}) v_r}{L_e \alpha_{rs} \sqrt{a_r^2 + v_r^2}} \right) \quad (۲۷)$$

$$a_s^2 = 1 + \left( \frac{4\pi (g + H_{rs})}{L_e \alpha_{ss}} \right)^2 \quad (۲۸)$$

$$a_r^2 = 1 + \left( \frac{4\pi (g + H_{ss})}{L_e \alpha_{rs}} \right)^2 \quad (۲۹)$$

### ۳-۲. محاسبه ولتاژ خروجی

برای محاسبه ولتاژ القا شده در هر سیم پیچ، لازم است شار پیوندی آن سیم پیچ محاسبه شود. برای این منظور، توزیع فضایی و زمانی چگالی شار فاصله هوایی از معادله پتانسیل مغناطیسی برداری محاسبه می شود [۲۵]:

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (۳۰)$$

$$\vec{A} = A_z(r, \theta) \hat{a}_z \quad (۳۱)$$

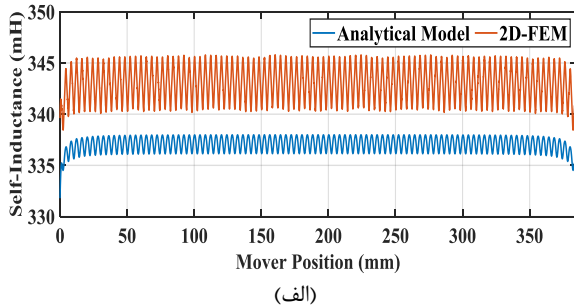
برای محاسبه شار در برگرفته هر کلاف باید برآیند شار عبوری از سطح دندان و شیارهایی که توسط آن کلاف محصور شده است؛ محاسبه شود. از آنجا که به دلیل رلوکتانس زیاد شیار، شار عبوری از آن ناچیز است؛ فقط شار عبوری از سطح مقطع دندان محاسبه می شود. بنابراین شار عبوری از دندان نام استاتور یا بخش متحرک عبارت است از:

$$\phi_i = L r_i \times \int_i B_g'(r_i, \theta) d\theta \quad (۳۱)$$

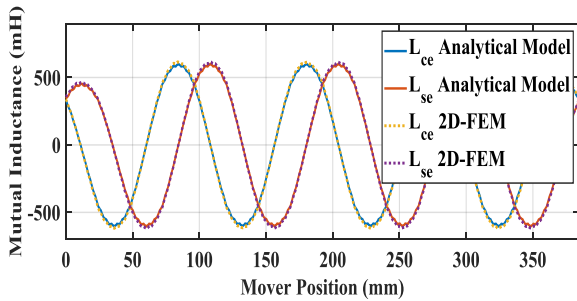
که  $L$  بیانگر طول ریزالور در راستای محور  $z$  و  $B_g'(r_i, \theta)$  بیانگر مؤلفه عمودی چگالی شار فاصله هوایی اصلاح شده در صفحه  $r = r_i$  است، که این صفحه هم سطح با دندانهای استاتور یا بخش متحرک است. این عبارت برای دندانهای استاتور و بخش متحرک به صورت زیر محاسبه می شود:



با روش تعیین ماکزیمم<sup>۱</sup>، استخراج شده‌اند و با استفاده از آنها، مطابق رابطه (۳۶)، موقعیت بخش متحرک تعیین می‌شود. مقایسه موقعیت محاسبه شده با موقعیت مرجع به تعیین خطای موقعیت، مطابق شکل (۸)، می‌انجامد.

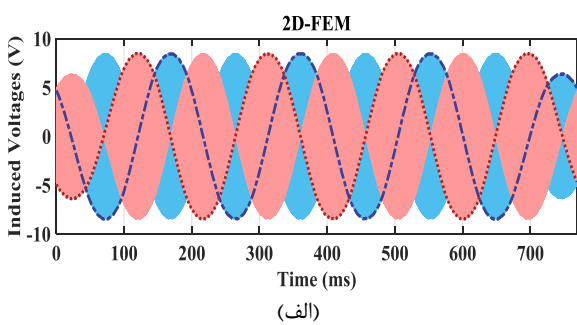


(الف)

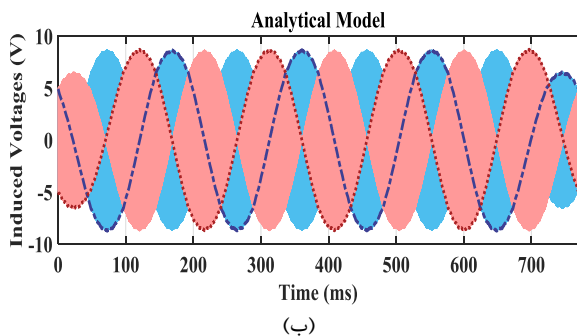


(ب)

شکل (۶): اندوکتانس‌های ریزالور مورد مطالعه: (الف) اندوکتانس خودی سیم‌پیچی تحریک، (ب) اندوکتانس متقابل بین سیم‌پیچ‌های سیگنال و تحریک



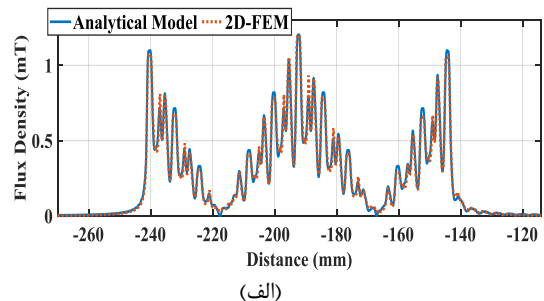
(الف)



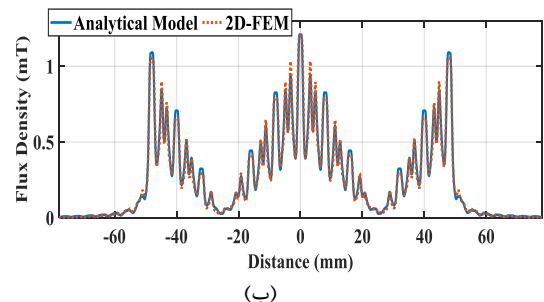
(ب)

شکل (۷): ولتاژهای خروجی استاتور، محاسبه شده توسط: (الف) روش اجزای محدود و (ب) مدل پیشنهادی

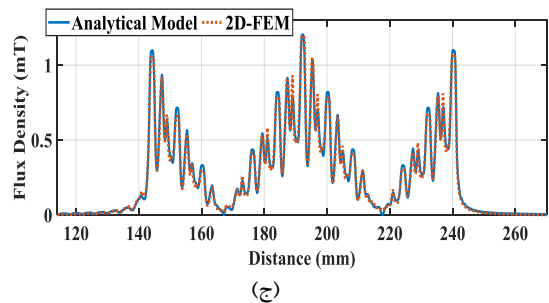
(۵) برابر بخش متحرک)، اثر خمیدگی استاتور، در مدل پیشنهادی بسیار ناچیز است. در مورد بخش متحرک نیز با فرض  $L_e$  مساوی طول استاتور که حداقل مقدار قابل قبول برای این متغیر است؛ اثر انحنای بخش متحرک قابل صرف نظر کردن است. شایان ذکر است که با بزرگ انتخاب کردن  $L_e$  لازم است؛ تعداد هارمونیک‌های جواب افزایش یابد تا دقت قابل قبول حاصل شود. اما زمان شبیه‌سازی مدل، تقریباً با توان دوم تعداد هارمونیک‌هایی که برای چگالی شار در نظر گرفته شده؛ متناسب است. لذا، برای دستیابی به دقت قابل قبول و زمان شبیه‌سازی معقول، باید کمترین مقداری که به دقت مناسب می‌انجامد برای  $L_e$  انتخاب شود.



(الف)



(ب)



(ج)

شکل (۵): مولفه عمودی چگالی شار مغناطیسی در وسط فاصله هوایی برای جریان سیم‌پیچی تحریک برابر  $60 \mu A$  و وقتی بخش متحرک در: (الف) ابتدای استاتور است؛ (ب) وسط استاتور است و (ج) در انتهای استاتور است.

اندوکتانس خودی تحریک و اندوکتانس‌های متقابل استاتور و بخش متحرک در شکل (۶)، و ولتاژهای القایی در سیم‌پیچ‌های استاتور در شکل (۷)، نشان داده شده‌اند. پوش ولتاژهای خروجی

<sup>۱</sup> Peak detection method

خروجی به‌دست آمده از آزمایش عملی در شکل (۱۰) نشان داده شده است. مقایسه شکل (۱۰) با ولتاژهای القایی به‌دست آمده از شبیه‌سازی اجزای محدود و مدل تحلیلی پیشنهادی در شکل (۷) نشان‌دهنده دقت قابل قبول مدل در پیش‌بینی ولتاژهای خروجی

ریزالور خطی مورد مطالعه است. برای بررسی دقت مدل پیشنهادی در پیش‌بینی عملکرد ریزالور لازم است تا دقت تعیین موقعیت ریزالور از نمونه عملی با مدل پیشنهادی مقایسه شود.

برای این کار ولتاژهای نشان داده شده در شکل (۱۰) به نرم‌افزار MATLAB منتقل می‌شوند و پوش آنها استخراج می‌شود. با

استخراج پوش سیگنال‌های خروجی می‌توان با استفاده از روش تانژانت معکوس موقعیت تخمینی ریزالور را محاسبه و با مقایسه با موقعیت مرجع که توسط انکدر خطی اندازه‌گیری شده است،

خطای تعیین موقعیت را محاسبه کرد. حداکثر خطای موقعیت و مقدار متوسط قدر مطلق خطا، با استفاده از این ولتاژها، به ترتیب برابر  $0.28$  mm و  $0.13$  mm محاسبه می‌شوند که کمتر از مقادیر

مربوط به پیش‌بینی اجزای محدود و مدل ارائه شده است. برای اطمینان از اینکه تفاوت خطای موقعیت عملی و شبیه‌سازی

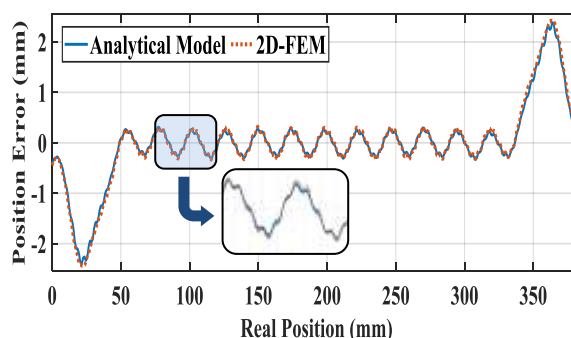
مربوط به اثر انتهایی استاتور است؛ خطای موقعیت شکل (۸)، با حذف اثر انتهایی دوباره مورد بررسی قرار می‌گیرد. همان‌طور که در شکل (۸)، قابل مشاهده است با حذف اثر انتهایی استاتور،

حداکثر خطای موقعیت با استفاده از روش اجزای محدود و مدل ارائه شده به ترتیب  $0.30$  mm و  $0.27$  mm است. مقایسه این

مقادیر با نتایج اندازه‌گیری شده، موفقیت مدل پیشنهادی را نشان می‌دهد.



شکل (۹): مدار آزمون عملی ریزالور خطی



شکل (۸): خطای موقعیت ریزالور مورد مطالعه

حداکثر خطای موقعیت (MPE)<sup>۱</sup> ریزالور مورد مطالعه، با

استفاده از شبیه‌سازی اجزای محدود، برابر  $2/43$  mm و با استفاده از مدل ارائه شده برابر  $2/39$  mm است. میانگین قدر مطلق خطا

(AAPE)<sup>۲</sup> نیز با استفاده از شبیه‌سازی اجزای محدود و مدل تحلیلی به ترتیب برابر  $0/46$  mm و  $0/43$  mm محاسبه می‌شود.

ملاحظه می‌شود که حداکثر خطای نتایج تحلیلی در مقایسه با نتایج شبیه‌سازی اجزای محدود  $6/52$  درصد است و این تایید

کننده دقت مدل ارائه شده است. اما زمان شبیه‌سازی مدل پیشنهادی برای محاسبه ولتاژهای خروجی شکل (۷) و خطای

تعیین موقعیت شکل (۸) با استفاده از سامانه‌ی با پردازنده Intel Core i7-4710HQ @ 3.5GHz، ۶ ساعت و ۲۶ دقیقه و

برای شبیه‌سازی اجزای محدود با همین سامانه، ۴۳ ساعت و ۱۶ دقیقه بوده است. بنابراین، مدل پیشنهادی از سرعت قابل قبولی

نیز، برخوردار است. تمام شبیه‌سازی‌های اجزای محدود انجام شده در این قسمت با استفاده از نرم‌افزار Ansys

Electromagnetic suit 17.1 انجام شده است که تعداد کل مش‌های مورد استفاده برابر  $15700$  بوده و در  $49152$  تعداد گام

زمانی مسئله حل شده است.

#### ۴. تایید مدل با نتایج عملی

برای آزمون عملی، از نمونه ساخته شده حسگر و مدار آزمون نشان داده شده در شکل (۹) استفاده می‌شود. از یک سیگنال

ژنراتور برای تغذیه سیم‌پیچی تحریک استفاده می‌شود و ولتاژهای خروجی ریزالور با استفاده از یک اسیلوسکوپ دیجیتال، ثبت و

ذخیره می‌شوند. در این مدار، از یک انکدر خطی به‌عنوان حسگر مرجع استفاده شده است. لازم به توضیح است که در آزمایش

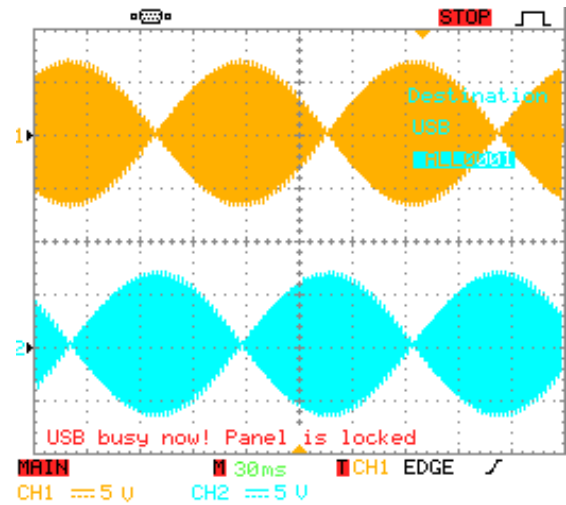
عملی، به دلیل محدودیت سامانه آزمون، امکان در نظر گرفتن اثر انتهایی استاتور نیست و سیگنال‌های ثبت شده مربوط به حالتی

است که بخش متحرک در وسط استاتور قرار دارند. ولتاژهای

<sup>۱</sup> Maximum Position Error (MPE)

<sup>۲</sup> Average fo Absolute Position Error (AAPE)

- [2] T. Leong, D. Ishak, C. Peng Lim, and M. Kamarol, "A Comprehensive Analytical Subdomain Model and Its Field Solution for Surface-Mounted Permanent Magnet Machines," vol. 51, no. 4, 2015.
- [3] P. Luo, Q. Tang, and H. Jing, "Optimal Design of Angular Displacement Sensor with Shared Magnetic Field Based on the Magnetic Equivalent Loop Method," *Sensors*, vol. 19, no. 9, May 2019.
- [4] L. Sun, J. Taylor, A. D. Callegaro, and A. Emadi, "Stator PM-Based Variable Reluctance Resolver with Advantage of Motional back-EMF," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 67, no. 11, pp. 9790-9801, 2020.
- [5] M. Bahari, A. Davoodi, H. Saneie, F. Tootoonchian, and Z. Nasiri-Gheidari, "A New Variable Reluctance PM-Resolver," vol. 20, no. 1, pp. 135-142, 2020. (In Persian)
- [6] C. Jin, I. Jang, J. Bae, J. Lee, and W. Kim, "Proposal of improved winding method for VR resolver," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 51, no. 3, Mar. 2015
- [7] S. Hajmohammadi, R. Alipour-Sarabi, Z. Nasiri Gheidari, and F. Tootoonchian, "Influence of Different Installation Configurations on the Position Error of a Multi-Turn Wound-Rotor Resolver," vol. 20, no. 11, pp. 5785-5792, 2020. (In Persian)
- [8] R. Alipour-Sarabi, Z. Nasiri, F. Tootoonchian, and H. Oraee, "Improved Winding Proposal for Wound Rotor Resolver Using Genetic Algorithm and Winding Function Approach," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 66, pp. 1325-1334, 2019. (In Persian)
- [9] J. Shang, L. Liu, and J. Zou, "The analysis for new axial variable reluctance resolver with air-gap complementary structure," in *Proc. Int. Conf. Elect. Mach. Syst. (ICEMS)*, Tokyo, Japan, pp. 1-6, 2009.
- [10] X. Ge, Z. Q. Zhu, R. Ren, and J. T. Chen "A Novel variable reluctance resolver for HEV/EV applications," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 52, no. 4, pp. 2872 - 2880, 2016.
- [11] X. Ge, Z. Q. Zhu, R. Ren, and J. T. Chen, "A Novel Variable Reluctance Resolver with Nonoverlapping Tooth-Coil Windings," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 30, no. 2, pp. 784-794, 2015.
- [12] Z. Nasiri-Gheidari, F. Tootoonchian, and F. Zare, "Design oriented technique for mitigating position error due to shaft run-out in sinusoidal-rotor variable reluctance resolvers," *IET Electr. Power Appl.*, vol. 11, no. 1, pp. 132-141, 1 2017. (In Persian)
- [13] F. Zare, Z. Nasiri-Gheidari, F. Tootoonchian, "The effect of winding arrangements on measurement accuracy of sinusoidal rotor resolver under fault conditions," *Measurement*, vol. 131, pp. 162-172, 2019.
- [14] Z. Nasiri-Gheidari, "Design, Performance Analysis, and Prototyping of Linear Resolvers," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 32, no. 4, pp. 1-10, 2017. (In Persian)



شکل (۱۰): ولتاژهای آنالوگ اندازه‌گیری شده

## ۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله یک مدل تحلیلی برای ریزالور خطی با بخش متحرک سیم‌پیچی شده، براساس تئوری زیر ناحیه ارائه شد. مدل ارائه شده با فرض طول محدود برای استاتور و بخش متحرک، توسعه داده شد تا بتواند اثر انتهایی طولی را به خوبی مورد توجه قرار دهد. همین‌طور، برای در نظر گرفتن اثر دندانه و شیار استاتور و بخش متحرک، از روش تابع پرمیانس نسبی دوبعدی استفاده شد. در ادامه از مدل توسعه داده شده برای محاسبه ولتاژهای القایی در سیم‌پیچ‌های سیگنال و موقعیت تخمینی آن استفاده شد. مقایسه نتایج به‌دست آمده از مدل تحلیلی با نتایج شبیه‌سازی اجزای محدود نشان می‌دهد که اختلاف مدل در پیش‌بینی خطای تعیین موقعیت ریزالور کمتر از ۰.۷٪ است در صورتی‌که زمان شبیه‌سازی مدل تحلیلی تقریباً ۸۵ درصد کمتر از زمان شبیه‌سازی روش اجزای محدود است. در نتیجه می‌توان گفت مدل تحلیلی ارائه شده در عین دقت بسیار خوب زمان شبیه‌سازی بسیار کمتری را نسبت به روش اجزای محدود نیاز دارد. در نهایت برای اطمینان از صحت تحلیل‌های انجام شده، نتایج به‌دست آمده از مدل تحلیلی و شبیه‌سازی اجزای محدود با نمونه عملی ریزالور مورد مطالعه مقایسه شد. مقایسه نتایج نشان می‌دهد که اختلاف مدل در پیش‌بینی ماکزیمم خطای تعیین موقعیت ریزالور کمتر از ۴ درصد است.

## ۶. مراجع

- [1] H. Hu, J. Zhao, X. Liu, and Y. Gua, "Magnetic Field and Force Calculation in Linear Permanent-Magnet Synchronous Machines Accounting Longitudinal End Effect," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 63, no. 12, pp. 7632-7643, 2016.

	$C_{in}, D_{in}$
مولفه شعاعی چگالی شار در ناحیه i	$B_{r_i}$
فرکانس تحریک (Hz)	$f_e$
طول فاصله هوایی (m)	$g$
ارتفاع یوغ بخش متحرک/ استاتور (m)	$H_{sy}/ H_{ry}$
ارتفاع شیار استاتور/بخش متحرک (m)	$H_{rs}/ H_{ss}$
مولفه مماسی شدت میدان مغناطیسی در ناحیه i	$H_{\theta_i}$
مقدار جریان سیم‌پیچی تحریک در زمان t (A)	$i_e(t)$
چگالی جریان ( $A/m^2$ )	$J$
عمق ماشین (m)	$L$
محیط دایره مماس بر نوک دندانه بخش متحرک (m)	$L_e$
طول بخش متحرک/استاتور (m)	$L_s/ L_r$
مرتب‌ه هارمونیک در نواحی مختلف	$m, n$
تعداد هارمونیک‌های مفروض برای نواحی مختلف	$M, N, P$
ماتریس توپولوژی	$[M]$
تعداد دندانه‌های بخش متحرک/ استاتور	$N_s/ N_m$
شعاع خارجی/داخلی بخش متحرک در مختصات قطبی (m)	$r_{r}/r_{ro}$
شعاع داخلی/خارجی استاتور در مختصات قطبی (m)	$r_{so}/r_{si}$
شعاع داخلی/خارجی ناحیه i	$r_{out_i} / r_{in_i}$
تعداد دور سیم‌پیچی تحریک در هر قطب	$T_e$
تعداد دور سیم‌پیچی سیگنال در هر فاز	$T_s$
سرعت بخش متحرک (m/s)	$v_r$
عرض شیار استاتور/بخش متحرک (mm)	$W_{rs}/ W_{ss}$
عرض دندانه متحرک/استاتور (mm)	$W_{st}/ W_{rt}$
عرض دندانه/شیار بخش متحرک در دستگاه قطبی (rad)	$\alpha_{rs}/ \alpha_{rt}$
عرض دندانه/شیار استاتور در دستگاه قطبی (rad)	$\alpha_{ss}/ \alpha_{st}$
گام قطب در مختصات قطبی (rad)	$\beta$
گام شیار استاتور/بخش متحرک در دستگاه قطبی (rad)	$\beta_{rs}/ \beta_{ss}$
موقعیت تخمینی توسط ریزالور (mm)	$\delta$
زاویه شروع ناحیه i	$\theta_i$
موقعیت بخش متحرک در دستگاه قطبی (rad)	$\theta_{sr}$
موقعیت اولیه بخش متحرک در دستگاه قطبی (rad)	$\theta_0$
مقدار ویژه معادله ناحیه i	$\lambda_i$
تابع پرمیانسی نسبی	$\tilde{\lambda}$
گام قطب (mm)	$\tau$
گام شیار بخش متحرک/ استاتور (mm)	$\tau_{ss}/\tau_{rs}$
شار عبوری از دندانه شماره i	$\varphi_i$
اندازه کمان استاتور/بخش متحرک (rad)	$\varphi_r/ \varphi_s$
سرعت بخش متحرک در مختصات قطبی (rad/s)	$\omega_r$
فرکانس پایه برای ناحیه ۲/۴	$\omega_{se}/ \omega_{re}$

- [15] H. Saneie, Z. Nasiri-Gheidari, and F. Tootoonchian, "The influence of winding's pole pairs on position error of linear resolvers," pp. 949-954, 2017. (In Persian)
- [16] A. Daniar, Z. Nasiri-Gheidari, F. Tootoonchian, "Position Error Calculation of Linear Resolver under Mechanical Fault Conditions," IET Sci. Meas. Technol., vol. 11, no. 7, pp. 948 - 954, 2017. (In Persian)
- [17] H. Saneie, Z. Nasiri-Gheidari, F. Tootoonchian, "An Analytical Model for Performance Prediction of Linear Resolver." IET Electr. Power Appl., Vol. 11, no. 8, pp. 1457-1465, Sep. 2017. (In Persian)
- [18] A. Daniar and Z. Nasiri-Gheidari, "The influence of different configurations on position error of linear variable reluctance resolvers," pp. 955-960, 2017. (In Persian)
- [19] A. Daniar, Z. Nasiri-Gheidari, and F. Tootoonchian, "Performance Analysis of Linear Variable Reluctance Resolvers Based on Improved Winding Function Approach," IEEE Trans. Energy Convers., vol. 33, no. 3, pp. 1422-1430, Sept. 2018. (In Persian)
- [20] Q. Li, W. Sun, L. Sun, J. Yu, D. Xu, X. Jiang, and W. Geng "Investigation of Novel Doubly Salient PM Variable Reluctance Resolvers," IEEE Access, vol. 7, pp. 104921-104932, 2019.
- [21] M. Bahari and Z. Nasiri-Gheidari, "Longitudinal End Effect in a Variable Area Linear Resolver and its Compensating Methods," Electrical Engineering (ICEE), Iranian Conference on, Mashhad, pp. 1316-1321, 2018. (In Persian)
- [22] M. Bahari, R. Alipour-Sarabi, Z. Nasiri-Gheidari, and F. Tootoonchian, "Proposal of Winding Function Model for Geometrical Optimization of Linear Sinusoidal Area Resolvers,," IEEE Sens. J., vol. 19, no. 14, pp. 5506-5513, 2019. (In Persian)
- [23] B. L. J. Gysen, "Generalized harmonic modeling technique for 2D electromagnetic problems Applied to the design of a Direct-Drive Active Suspension System", PhD dissertation in Department of Electrical Engineering, Technische Universiteit Eindhoven, 2011.
- [24] X. Wang, Q. Li, S. Wang, and Q. Li, "Analytical calculation of air-gap magnetic field distribution and instantaneous characteristics of brushless DC motors," IEEE Trans. Energy Convers. , vol. 18, no. 3, pp. 424 - 432, 2003.
- [25] K. Sheibani, S. Taghipour Boroujeni, and G. Arab Markade, "Analytical Modeling of Eccentric SPM Vernier Machine," vol. 7, no. 2, pp. 53-62, 2020 (In Persian)

## فهرست علائم

مولفه z بردار پتانسیل مغناطیسی در ناحیه i	$A_{z_i}$
ضرایب ثابت مجهول برای مولفه هارمونیک n در ناحیه i	$A_{in}, B_{in}$