
The Proposal of a 2-DOF Resolver for Linear Motion

R. Faryadras¹, F. Tootoonchian^{2*}

* University of Science and Technology, Tehran, Iran

(Received: 02/05/2021; Accepted: 02/02/2022)

Abstract

Nowadays electromagnetic systems with combined motions are increasingly used in industrial servomechanisms. These systems generally work with two-degree of freedom and their actuators employ permanent magnets (PMs) to improve the power density requirements. The position of the moving part's center is required for optimal electronic commutation and control of the PM actuators. In this paper, determination of the coordinates of the mover's center using 90-degree linear Selsyns (linear resolvers) is sought. Linear resolvers are position sensors that are compatible to work in harsh industrial environments. However, there are some challenges in using two individual linear resolvers for such applications. Therefore, in this paper after discussing those challenges, a new configuration is proposed to overcome them. The success of the proposed planar resolver is verified by 3-dimensional time stepping finite element analysis and experimental measurements.

Keywords : Linear Resolver, two degrees of freedom resolver, Finite Element Method.

* Corresponding author E-mail: tootoonchian@iust.ac.ir

ارائه یک ریزالور دو درجه آزادی برای حرکت خطی دو بعدی

رضا فریادرس^۱، فرید توتونچیان^{۲*}

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، ۲- دانشیار، دانشگاه علم و صنعت، تهران، ایران

(دریافت: ۱۴۰۰/۰۲/۱۲، پذیرش: ۱۴۰۰/۱۰/۱۳)

چکیده

امروزه در سرومکانیزم‌های صنعتی، سامانه‌های الکترومغناطیسی با حرکت ترکیبی، با کاربرد فزاینده‌ای مواجه‌اند. این سامانه‌ها، عمدتاً، با دو درجه آزادی کار می‌کنند. در این محرکه‌ها، به منظور افزایش توان حجمی ناگزیر از آهنربا استفاده می‌شود. به منظور انجام کموتاسیون الکترونیکی بهینه و کنترل موقعیت بخش متحرک، سامانه کنترل باید موقعیت مرکز بخش متحرک را داشته باشد. در این پژوهش، تشخیص مختصات این نقطه، با استفاده از مجموعه‌ای از سلسله‌های ۹۰ درجه خطی (ریزالورهای خطی)، بررسی می‌شود. ریزالور خطی نوعی حسگر موقعیت است که قابلیت کارکرد در محیط‌های با آلودگی‌های صنعتی را دارد. اما برای تعیین مختصات کارتیزین مرکز بخش متحرک، استفاده از دو ریزالور خطی با چالش‌هایی مواجه است. مطالعه حاضر، ضمن بررسی این چالش‌ها و به منظور رفع آنها، ساختار نوینی را پیشنهاد می‌کند. این تحقیق، کارایی ریزالور پیشنهادی را در مقابل استفاده از دو ریزالور خطی در تعیین موقعیت مرکز بخش متحرک، نشان می‌دهد. این کارایی، در شبیه‌سازی‌های اجزای محدود سه بعدی و مقایسه با تست‌های عملی، نمایان است.

کلید واژه‌ها: ریزالور خطی، ریزالور دو درجه آزادی، روش اجزای محدود

۱. مقدمه^۱

شتاب زیاد و عدم نیاز به ملحقات مکانیکی برای ایجاد حرکت خطی که به بازدهی زیاد مجموعه و سرو صدای کم آن منجر می‌شود؛ باعث توجه به ماشین‌های الکتریکی خطی در صنایع مختلف شده است. کارکرد مطلوب این ماشین‌ها، علاوه بر طراحی بهینه، به کنترل مناسب آنها نیز بستگی دارد. گرچه روش‌های کنترل بدون حسگر، علاقمندان زیادی دارد؛ اما معایبی نظیر نوسان نامطلوب نیروی رانش و دینامیک کند را نیز به دنبال دارد [۱] که سبب می‌شود در کاربردهای دقیق، استفاده از حسگرهای تعیین موقعیت موجه باشد. حسگرهای تعیین موقعیت خطی متداول، شامل دو نوع انکدر خطی و ریزالور خطی هستند. انکدرهای خطی، دقت مطلوب و هزینه مناسب دارند ولی در شرایطی که تغییرات دمای وسیع، لرزش زیاد و محیط آلوده وجود دارد؛ قابل استفاده نیستند. در چنین شرایطی، معمولاً از ریزالورهای خطی استفاده می‌شود [۲]. ریزالورها به دلیل ساختار ماشینی خود، بسیار مقاوم هستند و دقت مطلوبی هم دارند. لذا در سال‌های اخیر، پژوهش‌های زیادی به طراحی بهینه،

مدل‌سازی و بررسی عملکرد انواع ریزالورهای خطی پرداخته‌اند [۳]-[۱۵]. لازم به ذکر است که ریزالورهای خطی، مانند انواع چرخشی خود می‌توانند به دو صورت سیم‌پیچی شده و رلوکتانس متغیر ساخته شوند. در نوع اول، بخش متحرک، مانند بخش ساکن دارای سیم‌پیچی است. این سیم‌پیچی تک‌فاز که سیم‌پیچی تحریک نامیده می‌شود با ولتاژ سینوسی با فرکانس نسبتاً زیاد تغذیه می‌شود و ولتاژهای القایی در سیم‌پیچی‌های دوفاز بخش ساکن، سیم‌پیچی‌های سیگنال، که دارای مدولاسیون دامنه هستند؛ برای تعیین موقعیت مورد استفاده قرار می‌گیرند [۲]. اما در نوع رلوکتانس متغیر، بخش متحرک هیچ سیم‌پیچی‌ای ندارد و سیم‌پیچی تحریک نیز به بخش ساکن منتقل شده است. این نوع ریزالور که براساس تغییر رلوکتانس فاصله هوایی کار می‌کند؛ به دو نوع دارای طول فاصله هوایی متغیر و دارای سطح مقطع سینوسی تقسیم می‌شود [۳]، [۴].

ملاحظات طراحی و ساخت ریزالور خطی رتور سیم‌پیچی شده، برای اولین بار در [۵] ارائه گردید. سپس در [۶] تاثیر تعداد قطب سیم‌پیچی روی دقت آن مورد بررسی قرار گرفت. در ادامه، نویسندگان [۷] یک مدل تحلیلی، بر اساس روش مدل‌سازی

* نویسنده پاسخگو: tootoonchian@iust.ac.ir

مشکلاتی دارد که در این مقاله، برای اولین بار، با استفاده از تحلیل اجزای محدود سه بعدی و نتایج آزمایشگاهی، مورد ارزیابی دقیق قرار می‌گیرند. سپس، برای رفع مسائل اشاره شده، یک ساختار جدید برای ریزالور دو درجه آزادی با قابلیت تعیین موقعیت در صفحه، پیشنهاد می‌شود و عملکرد ریزالور پیشنهادی با استفاده از روش اجزای محدود سه بعدی تایید می‌شود.

۲. استفاده از دو ریزالور خطی یک درجه آزادی

در ابتدا، فرض می‌شود که موقعیت در صفحه توسط دو ریزالور خطی یک درجه آزادی مستقل که به صورت شکل (۱)، از نظر مکانیکی به هم متصل شده‌اند؛ تعیین می‌شود. برای حرکت در راستای x ، محور واسط از طریق نیروی وارد به رابط حرکت در راستای x ، جابه‌جا می‌شود و برای حرکت در راستای z ، این محور واسط از طریق نیروی وارد به رابط محور z جابه‌جا می‌شود. برای حرکت در دو جهت، محور واسط توسط نیروهای وارد بر هر دو رابط تغییر مکان می‌دهد و می‌تواند تمام صفحه حرکت خطی را ببیماید. لازم به توضیح است که بخش متحرک ماشین دو درجه آزادی به محور واسط متصل است. ریزالورهای مورد استفاده که کاملاً یکسان بوده و ابعاد هندسی آنها در جدول (۱) ارائه شده است یکی در راستای x صفحه حرکت خطی و دیگری در راستای z آن قرار گرفته‌اند. در ابتدا، حرکت در راستای X و Z به صورت مستقل از هم مورد بررسی قرار می‌گیرند و سپس حرکت همزمان مورد توجه قرار می‌گیرد.

جدول (۱): ابعاد هندسی ریزالور خطی مورد مطالعه

مقدار	نماد	مؤلفه
۴۸۰/۹۶	L_s/L_r	طول بخش متحرک/استاتور (mm)
۴۸	τ	گام قطب (mm)
۱۲۰/۳۶	N_s/N_m	تعداد دندانه‌های بخش متحرک/ استاتور
۴۰۰/۲۶۷	τ_{ss}/τ_{rs}	گام شیار بخش متحرک/ استاتور (mm)
۱,۳۰۰/۳,۰۰	W_{rs}/H_{rs}	ارتفاع/عرض شیار بخش متحرک (mm)
۲,۰۰۰/۳,۰۰	W_{ss}/H_{ss}	ارتفاع/عرض شیار استاتور (mm)
۵,۰۰	H_{ss}/H_{rs}	ارتفاع یوغ بخش متحرک/ استاتور (mm)
۰,۵	g	طول فاصله هوایی (mm)
۲,۰۰۰/۱,۳۷	W_{rs}/W_{rt}	عرض دندانه متحرک/استاتور (mm)
۱۰,۰۰	L	عمق ماشین (mm)
۱۸۰۰	T_e	تعداد دور سیم‌پیچی تحریک در هر قطب
۲۴۰۰	T_s	تعداد دور سیم‌پیچی سیگنال در هر فاز
۴	f_e	فرکانس تحریک (kHz)
۰,۵۰	v_r	سرعت بخش متحرک (m/s)

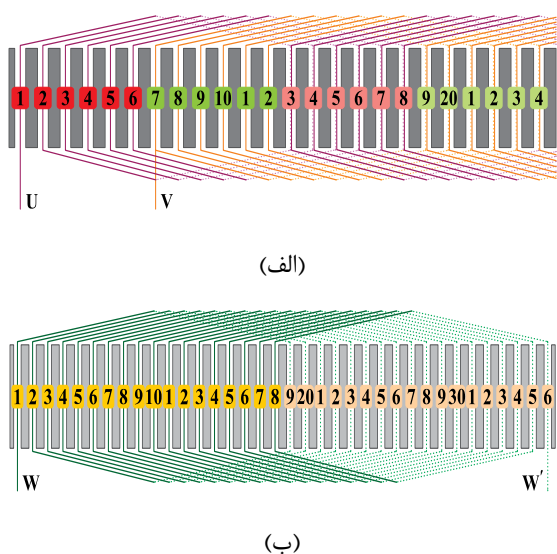
تحلیلی برای این ریزالور پیشنهاد دادند. هر چند مدل پیشنهادی [۷] در تعیین اندوکتانس‌های ماشین موفق بود، به دلیل نامحدود فرض کردن هسته آن در راستای حرکت، قادر به مدل‌سازی اثر انتهایی طولی در ریزالور نبود. لذا، در ادامه، روش‌های تحلیلی بر اساس روش زیر ناحیه^۱ در [۸]، [۹] ارائه شد که اثر انتهایی طولی را نیز در بررسی عملکرد حسگر مورد توجه قرار می‌داد. همچنین تأثیر انواع خطاهای مکانیکی و نحوه مدل‌سازی این خطاها، با استفاده از روش اجزای محدود سه بعدی و اندازه‌گیری آزمایشگاهی، در [۱۰] مورد بررسی قرار گرفت و ملاحظه گردید که وقوع انواع خطاهای مکانیکی، می‌تواند دقت حسگر را به شدت تحت تأثیر قرار دهد.

ریزالور رلوکتانس متغیر با طول فاصله هوایی متغیر، برای اولین بار در [۱۱] ارائه گردید. در [۱۱] اثر کوتاه و یا بلند بودن بخش ساکن و متحرک، نوع سیم‌پیچی و شکل کانتور بخش متحرک با استفاده از تحلیل اجزای محدود مورد بررسی قرار گرفت. سپس در [۱۲] یک مدل تحلیلی براساس روش تابع سیم‌پیچی اصلاح شده برای بررسی عملکرد این ریزالور پیشنهاد شد و سپس راهکارهایی برای کاهش اثر انتهایی طولی روی دقت ریزالور ارائه گردید و نهایتاً حسگر بهینه به صورت عملی ساخته و تست شد. در ادامه، یک ساختار هابرید، با تحریک آهنربا و سیم‌پیچی، از این ریزالور برای حرکت خطی با سرعت زیاد، در کاربرد قطارهای برقی معلق، در [۱۳] پیشنهاد گردید.

ریزالورهای خطی با سطح مقطع سینوسی نیز برای اولین بار در [۱۴] پیشنهاد شدند و تأثیر شکل کانتور رتور، تعداد قطب و بلند و کوتاه بودن بخش متحرک یا ساکن آنها در [۱۴] مورد بررسی قرار گرفته است. در ادامه، با استفاده از یک مدل تحلیلی، عملکرد ریزالور پیشنهادی مورد بررسی قرار گرفت و خطای ریزالور کمینه گردید [۱۵].

در تمام پژوهش‌های مورد بررسی، ریزالور دارای یک درجه آزادی است. در حالی که استفاده از ماشین‌های خطی دارای چند درجه آزادی، در سال‌های اخیر مورد توجه زیادی قرار گرفته و پژوهش‌های زیادی را به خود اختصاص داده‌اند [۱۶]، [۱۹]. این ماشین‌ها می‌توانند به صورت ترکیب حرکت خطی با چرخشی یا حرکت خطی در دو راستا، مورد توجه قرار گیرند. در کاربرد خطوط مونتاز، استفاده از موتورهای دو درجه آزادی خطی، دقت و سرعت کار را افزایش می‌دهد. اما استفاده از چند حسگر مجزا، برای حرکت در راستاهای مختلف، به لحاظ فنی معایب و

^۱ Subdomain



شکل (۳): سیم پیچی ریزالور مورد بررسی: (الف) بخش ساکن و (ب) بخش متحرک

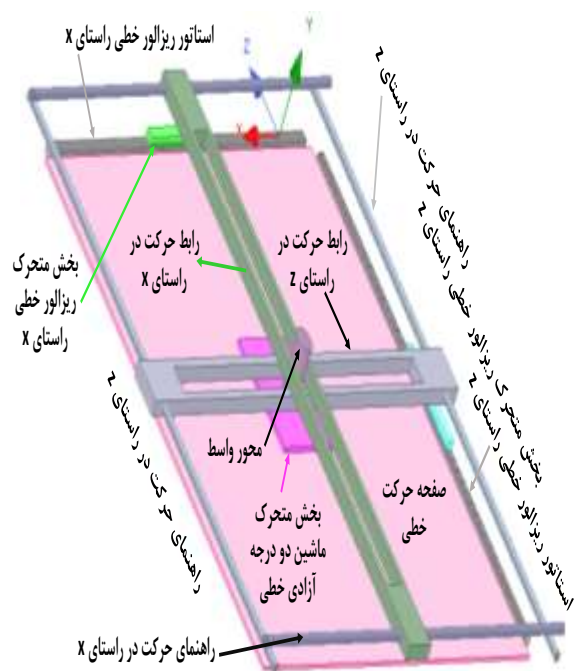
در ریزالورها، اندوکتانس خودی سیم پیچی تحریک تقریباً ثابت است. بنابراین با وصل کردن منبع ولتاژ ac به سیم پیچی تحریک، جریان این سیم پیچی در حالت ماندگار نیز ac ، با همان فرکانس و دامنه ثابت است و ولتاژهای خروجی ریزالور، دارای مدلاسیون دامنه با شکل موج سیگنال تحریک، هستند. محاسبه پوش این ولتاژها با استفاده از روش تعیین ماکزیمم و استفاده از تانژانت معکوس نسبت پوش‌ها، به تعیین موقعیت ریزالور (δ)، مطابق رابطه زیر می‌انجامد:

$$\delta = \frac{\tau}{\pi} \tan^{-1} \left(\frac{V_{\sin}}{V_{\cos}} \right) \quad (1)$$

که در آن، V_{\sin} و V_{\cos} پوش ولتاژ سینوسی و کسینوسی و τ گام قطب است.

برای تعیین عملکرد ریزالور، اندوکتانس خودی تحریک و اندوکتانس‌های متقابل استاتور و بخش متحرک با استفاده از تحلیل اجزای محدود استخراج شده و در شکل ۴، ارایه گردیده اند. ملاحظه می‌شود که مطابق انتظار، اندوکتانس خودی تحریک تقریباً ثابت است و اندوکتانس‌های متقابل به صورت سینوسی تغییر می‌کنند.

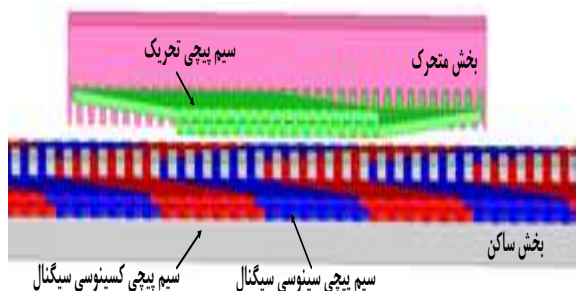
ولتاژهای القایی در سیم پیچی‌های استاتور نیز، در شکل ۵، نشان داده شده‌اند. پوش ولتاژهای خروجی با روش تعیین ماکزیمم، استخراج شده‌اند و با استفاده از آنها، مطابق رابطه (۱)، موقعیت بخش متحرک تعیین می‌شود. مقایسه موقعیت محاسبه



شکل (۱): سرومکانیزم مورد استفاده برای تعیین موقعیت در صفحه با دو ریزالور مستقل یک درجه آزادی

۱-۲- حرکت مستقل در راستای x یا z

از آنجا که دو ریزالور کاملاً مشابه هستند؛ عملکرد یکی از آنها مورد بررسی قرار می‌گیرد. شکل (۲)، بخش ساکن و متحرک ریزالور مورد بررسی را نشان می‌دهد. در این شکل سیم پیچی تحریک به همراه دو سیم پیچی سیگنال نشان داده شده‌اند. سیم پیچی‌های سیگنال به نحوی پیچیده می‌شوند که با حرکت بخش متحرک، اندوکتانس متقابل آنها با سیم پیچی تحریک به صورت سینوسی تغییر کند و با هم اختلاف فاز ۹۰ درجه داشته باشند. شکل (۳)، نقشه سیم پیچی تحریک و سیگنال را در ریزالور مورد بررسی نشان می‌دهد. هر دو سیم پیچی به صورت گسترده انجام شده است.



شکل (۲): ریزالور یک درجه آزادی مورد بررسی

۲-۲. حرکت همزمان در راستای x و z

بررسی حرکت همزمان در صفحه، در دو بخش انجام می‌شود.

الف) حالت ایده‌آل (بدون ملاحظات مکانیکی)

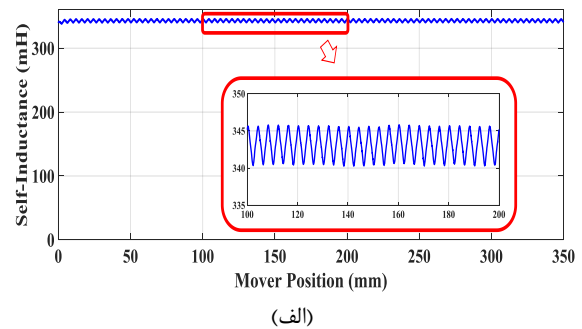
برای شبیه‌سازی حرکت همزمان در راستای x و z، سرومکانیزم شکل (۱)، بدون در نظر گرفتن اتصالات مکانیکی، شبیه‌سازی می‌شود. برای این منظور دو باند حرکت مجزا تعریف می‌شود. هر باند، بخش متحرک یکی از ریزالورها را دربرگرفته است. با توجه به نحوه قرار گرفتن دو ریزالور، پیش‌بینی می‌شود که عملکرد آنها روی هم تأثیری نداشته باشد. پس از تعیین ولتاژهای خروجی دو ریزالور، پوش ولتاژها محاسبه می‌شود. تعیین خطای موقعیت دو ریزالور نشان می‌دهد که عملکرد آنها دقیقاً مشابه دو ریزالور جدا از هم است.

اما در عمل اگر دو ریزالور با استفاده از سرومکانیزم شکل (۱) برای تعیین موقعیت در یک صفحه استفاده شوند؛ نتایج حاصل مطابق شبیه‌سازی حالت ایده‌آل مورد اشاره نخواهد بود. عوامل ایجاد خطا به لقی موجود بین محور وسط و محورهای رابط و همین‌طور لقی بین محورهای رابط و راهنما مربوط می‌شود. باید توجه داشت که وجود این لقی‌ها برای حرکت هریک از رابط‌ها روی راهنمای مربوطه الزامی است. برای تعیین عملکرد واقعی دو ریزالور به‌صورت دو درجه آزادی لازم است تأثیر این لقی‌ها مورد توجه قرار گیرد. بررسی هم‌زمان مساله‌ای که دارای دو حرکت عمود بر هم است، به‌صورت الکترومغناطیسی و الکترومکانیکی در حالت گذرا، بسیار پیچیده و زمان‌بر است. لذا در ادامه تأثیر لقی‌های موجود روی عملکرد هر ریزالور به‌صورت مستقل بررسی می‌شود.

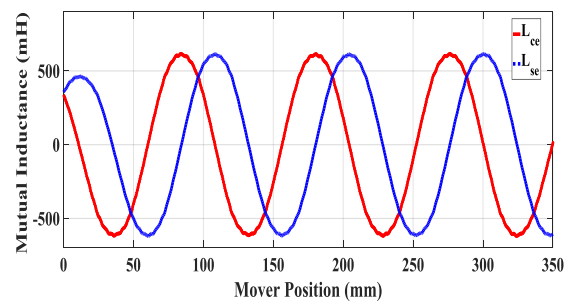
ب) با در نظر گرفتن ملاحظات مکانیکی

چنانچه لقی‌های مورد اشاره، مورد توجه قرار گیرند؛ بر حسب اینکه محور وسط (بخش متحرک ماشین دو درجه آزادی) کجای صفحه x-z قرار داشته باشد؛ خطاهای مکانیکی مختلفی برای ریزالور متصور خواهد بود. این خطاها در شکل (۷)، با اغراق در میزان خطا نشان داده شده‌اند. در شکل (۷)، الف، بخش متحرک ریزالور در راستای عمود بر راستای حرکت و در جهت عقربه‌های ساعت، چرخیده است. در این حالت طول فاصله هوایی از یکنواختی خارج می‌شود. در شکل (۷)، ب، دوران بخش متحرک، طوری صورت گرفته که طول فاصله هوایی ثابت مانده است. اما، سطح آهنی مشترک بین بخش ساکن و بخش متحرک تغییر کرده است. در شکل (۷)، ج، محور دوران بخش متحرک در

شده با موقعیت مرجع به تعیین خطای موقعیت، مطابق شکل ۶، می‌انجامد.

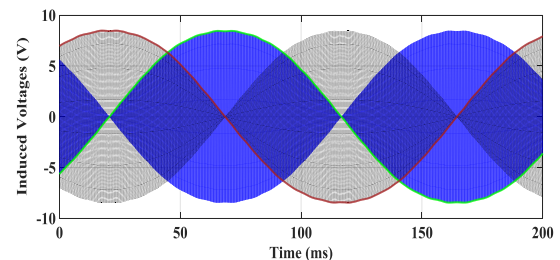


(الف)

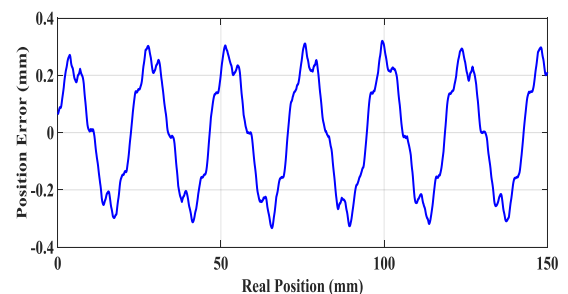


(ب)

شکل (۴): اندوکتانس‌های ریزالور مورد مطالعه: (الف) اندوکتانس خودی سیم پیچی تحریک، (ب) اندوکتانس متقابل بین سیم پیچی‌های سیگنال و تحریک



شکل (۵): ولتاژهای خروجی استاتور

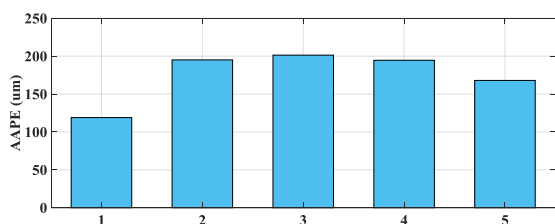


شکل (۶): خطای موقعیت ریزالور مورد مطالعه

مطابق شکل (۶)، حداکثر خطای موقعیت (MPE) ریزالور مورد مطالعه، ۳۰۰ میکرومتر است. میانگین قدر مطلق خطا (AAPE) نیز ۱۱۹ میکرومتر محاسبه می‌شود.

با توجه به اینکه حداکثر لقی میان محورها و یاتاقان‌های مماسی ۱۰۰ میکرومتر می‌باشد [۲۰] بنابراین فرض می‌شود که تغییر طول فاصله هوایی در شکل (۸). الف و (۸). ج، به اندازه ۱۰۰ میکرومتر، زاویه کج شدگی در شکل (۸). ب، به اندازه یک درجه و جابه‌جایی بخش متحرک در شکل (۸). د، ۲۰۰ میکرومتر باشد؛ با این فرض، شبیه‌سازی ریزالور مورد بررسی، با وجود خطاهای ذکر شده تکرار می‌شود. مقدار متوسط قدرمطلق خطا، به‌عنوان بهترین شاخص تعیین عملکرد ریزالور، در شرایط مورد بررسی با ریزالور سالم مقایسه می‌شود. این مقایسه در شکل (۸) نشان داده شده است. ملاحظه می‌گردد که خطای تعیین موقعیت ریزالور در خوشبینانه‌ترین حالت ۴۱/۱۸٪ (در خطای شکل (۷). د) و در بدترین حالت ۶۹/۲۴٪ (در خطای مربوط به شکل (۷). ب) افزایش یافته است که حتی در حالت خوشبینانه نیز افزایش بسیار زیادی است. لذا استفاده از دو ریزالور مستقل برای تعیین موقعیت در صفحه، با کاهش محسوس دقت حسگرها همراه خواهد بود.

لازم به توضیح است که مقدار خطای مورد بررسی با توجه به لقی مرسوم راهنما در نظر گرفته شده است و فرض بر این است که ملاحظات ساخت کاملاً رعایت شده و هیچ خطایی ناشی از تکنولوژی ساخت وجود ندارد. از سوی دیگر این خطاها به‌صورت مستقل مورد بررسی قرار گرفته‌اند؛ در حالی که وقوع هم‌زمان چند نوع خطا نیز محتمل است. همین‌طور مقدار جابه‌جایی‌ها ثابت فرض شده، درحالی‌که ممکن است این مقدار حین سنجش موقعیت تغییر کند. بنابراین تحلیل ارائه شده فقط برای نشان دادن اهمیت موضوع و در حالت بسیار ساده (وقوع فقط یک خطای ثابت) انجام شده است.

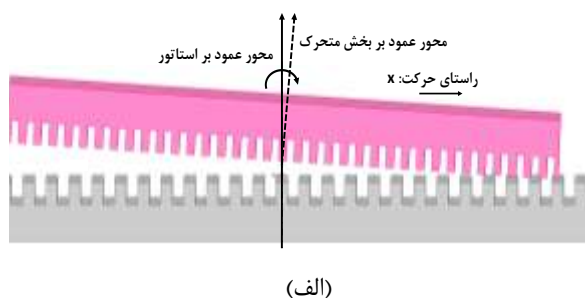


شکل (۸): خطای ریزالور خطی مورد بررسی تحت خطاهای مکانیکی مورد بررسی در شکل ۷: (۱) ریزالور سالم، (۲) خطای شکل ۷- الف به اندازه ۱۰۰ میکرومتر، (۳) خطای شکل ۷- ب به اندازه ۱۰۰ یک درجه، (۴) خطای شکل ۷- ج به اندازه ۱۰۰ میکرومتر و (۵) خطای شکل ۷- د به اندازه ۲۰۰ میکرومتر

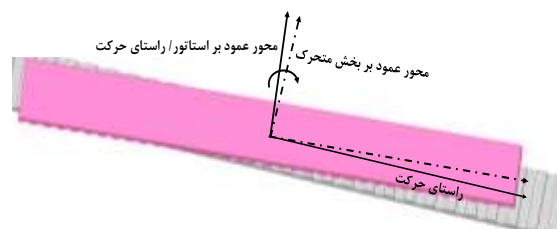
۳. استفاده از یک ریزالور خطی دو درجه آزادی

برای رفع مشکلات مکانیکی ذکر شده، می‌توان از یک ریزالور دو

امتداد راستای حرکت قرار گرفته است. در این حالت، طول فاصله هوایی در عرض ماشین تغییر می‌کند. و بالاخره در شکل (۷). د، چرخشی اتفاق نیافتاده و بخش متحرک در امتداد عرض حسگر به‌صورت موازی جابه‌جا شده است. به‌عبارت دیگر، طول فاصله هوایی ثابت است و سطح آهن مشترک بین اولیه و بخش متحرک تغییر کرده است.



(الف)



(ب)



(ج)



(د)

شکل (۷): انواع خطاهای مکانیکی ریزالور مورد بررسی در سرومکانیزم حرکت در صفحه (نمایش با بزرگ‌نمایی): (الف) چرخش بخش متحرک در راستای عمود بر راستای حرکت، (ب) چرخش در راستای عمود منصف بخش متحرک (۷). د، (ج) چرخش بخش متحرک در امتداد محور حرکت و (د) جابه‌جایی بخش متحرک در امتداد عرض حسگر به‌صورت موازی

$$L_{cx,ex}(x) = M_x \cos\left(\frac{\pi}{\tau_x} x\right) \quad (3)$$

$$L_{sz,ez}(z) = M_z \sin\left(\frac{\pi}{\tau_z} z\right) \quad (4)$$

$$L_{cz,ez}(z) = M_z \cos\left(\frac{\pi}{\tau_z} z\right) \quad (5)$$

که $L_{cx,ex}$ و $L_{sx,ex}$ به ترتیب اندوکتانس متقابل سیم پیچی سینوسی و کسینوسی راستای x با سیم پیچی تحریک راستای x و $L_{sz,ez}$ و $L_{cz,ez}$ به ترتیب اندوکتانس متقابل سیم پیچی سینوسی و کسینوسی راستای z با سیم پیچی تحریک راستای z هستند. M_x و M_y بیشینه اندوکتانس متقابل سیم پیچی های سیگنال با تحریک در راستای x و z هستند و گام قطب در راستای x و z به ترتیب τ_x و τ_z است. x و z نیز موقعیت بخش متحرک را در راستای x و z بیان می کند.

از آنجا که اندوکتانس خودی هر دو سیم پیچی تحریک تقریباً ثابت است؛ با وصل کردن منبع ولتاژ متناوب، به این سیم پیچی های عمود بر هم، جریان حالت ماندگار آنها نیز ac ، با همان فرکانس و دامنه ثابت خواهد بود. لذا، شار پیوندی در سیم پیچ های سیگنال به صورت زیر است:

$$\lambda_{sx} = \left(M_x \sin\left(\frac{\pi}{\tau_x} x\right) \right) \times (I_{mx} \sin \omega_{carr} t) \quad (6)$$

$$\lambda_{cx} = \left(M_x \cos\left(\frac{\pi}{\tau_x} x\right) \right) \times (I_{mx} \sin \omega_{carr} t) \quad (7)$$

$$\lambda_{sz} = \left(M_z \sin\left(\frac{\pi}{\tau_z} z\right) \right) \times (I_{mz} \sin \omega_{carr} t) \quad (8)$$

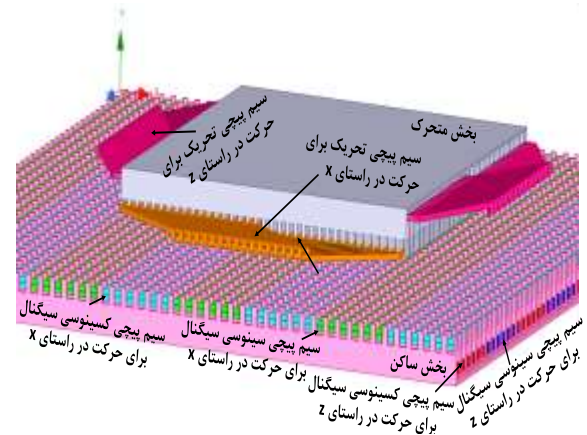
$$\lambda_{cz} = \left(M_z \cos\left(\frac{\pi}{\tau_z} z\right) \right) \times (I_{mz} \sin \omega_{carr} t) \quad (9)$$

که I_{mx} و I_{mz} بیشینه جریان تحریک و ω_{carr} فرکانس زاویه ای ولتاژ تحریک است. در این صورت ولتاژ القایی در سیم پیچ های سیگنال برابر است با:

$$V_{sx} = \frac{\partial}{\partial t} (\lambda_{sx}) = \frac{\partial}{\partial t} \left(M_x \sin\left(\frac{\pi}{\tau_x} x\right) \right) \times (I_{mx} \sin \omega_{carr} t) + \left(M_x \sin\left(\frac{\pi}{\tau_x} x\right) \right) \times \frac{\partial}{\partial t} (I_{mx} \sin \omega_{carr} t) \quad (10)$$

$$V_{cx} = \frac{\partial}{\partial t} \left(M_x \cos\left(\frac{\pi}{\tau_x} x\right) \right) \times (I_{mx} \sin \omega_{carr} t) + \left(M_x \cos\left(\frac{\pi}{\tau_x} x\right) \right) \times \frac{\partial}{\partial t} (I_{mx} \sin \omega_{carr} t) \quad (11)$$

درجه آزادی بهره گرفت. ریزالور پیشنهادی برای این منظور، در شکل (۹)، نشان داده شده است. هر یک از بخش های ساکن و متحرک دارای شیارهای متقاطع هستند و سیم پیچی های سیگنال و تحریک مربوط به حرکت در راستای x بر سیم پیچی های مربوط به حرکت در راستای z عمود هستند. همچنین به منظور تامین استحکام دندانه (در ساخت نمونه عملی) عمق شیارها متفاوت فرض شده اند. سیم پیچی های سیگنال و تحریک برای هر دو درجه آزادی به صورت گسترده و مطابق دیاگرام سیم بندی شکل (۳)، انجام شده است.



شکل (۹): ریزالور دو درجه آزادی صفحه ای (کلگی سیم پیچی های بخش ساکن در شکل بالا برش خورده تا نحوه قرارگیری سیم پیچی ها و شکل شیارها دیده شود).

برای تعیین نحوه کار این ریزالور، از این اصل که ریزالور یک ژنراتور سنکرون دوفاز با تحریک متناوب است؛ استفاده می شود. مطابق شکل (۹) و مانند ریزالورهای یک درجه آزادی، در ساختار ریزالور پیشنهادی نیز از سه دسته سیم پیچی در هر راستای حرکت استفاده شده است (یک سیم پیچی تحریک و دو سیم پیچی سیگنال به ازای هر راستا). هر دو سیم پیچی تحریک راستای x و z ، با ولتاژ ac یک تا ۱۰ کیلوهرتز، تغذیه می شوند و چهار سیم پیچی سیگنال (هر دو سیم پیچی سیگنال مربوط به یک درجه آزادی هستند)، به مبدل ریزالور به دیجیتال متصل می شوند. سیم پیچ های سیگنال x و z به نحوی پیچیده می شوند که با حرکت بخش متحرک در راستای x یا z اندوکتانس متقابل آنها با سیم پیچ تحریک x یا z به صورت سینوسی تغییر کند و با هم اختلاف فاز ۹۰ درجه داشته باشند. به عبارت دیگر، در حالت ایده آل:

$$L_{sx,ex}(x) = M_x \sin\left(\frac{\pi}{\tau_x} x\right) \quad (12)$$

$$E_{sx} = -(M_x I_{mx} \omega_{carr}) \sin\left(\frac{\pi}{\tau_x} x\right) \quad (22)$$

$$E_{cx} = -(M_x I_{mx} \omega_{carr}) \cos\left(\frac{\pi}{\tau_x} x\right) \quad (23)$$

$$E_{sz} = -(M_z I_{mz} \omega_{carr}) \sin\left(\frac{\pi}{\tau_z} z\right) \quad (24)$$

$$E_{cz} = -(M_z I_{mz} \omega_{carr}) \cos\left(\frac{\pi}{\tau_z} z\right) \quad (25)$$

لذا موقعیت در راستای x و z با استفاده از تانژانت معکوس نسبت پوش ولتاژها، به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$x = \frac{\tau_x}{\pi} \tan^{-1} \frac{E_{sx}}{E_{cx}} \quad (26)$$

$$z = \frac{\tau_z}{\pi} \tan^{-1} \frac{E_{sz}}{E_{cz}} \quad (27)$$

برای اعمال حرکت هم‌زمان در دو بعد، یک دستگاه مختصات محلی به گونه‌ای تعریف می‌شود که راستای x دستگاه جدید، در امتداد قطر صفحه حرکت قرار گیرد. به این ترتیب با حرکت در راستای x دستگاه مختصات جدید، حرکت در راستای x و z دستگاه مختصات اصلی اتفاق می‌افتد. از آنجا که ریزالور پیشنهادی صفحه‌ای است بنابراین به تجهیزات مکانیکی نظیر محورهای رابط و واسط، راهنماها و ... برای تعیین موقعیت در صفحه هم‌نیازی نیست. در نتیجه ملاحظات مربوط به این تجهیزات نیز وجود ندارد. با حرکت قسمت متحرک این ریزالور، چهار سیگنال در چهار فاز تولید خواهند شد. سیم‌پیچی این فازها، دو به دو برهم عمود هستند. شکل (۱۰) ولتاژ تولیدی این فازها را نشان می‌دهد. برای استخراج موقعیت صفحه‌ای مرکز قسمت متحرک، باید پوش این چهار سیگنال را استخراج کرد. تعیین پوش ولتاژهای خروجی این ریزالور دو درجه آزادی و محاسبه خطای موقعیت با استفاده از آنها (مطابق شکل ۱۱)، نشان می‌دهد که مقدار حداکثر خطا، نسبت به موقعیت واقعی در راستای x و z به ترتیب ۳۸۰ و ۳۴۳/۸ میکرومتر است. این مقدار برای ریزالور یک درجه آزادی سالم، ۳۰۰ میکرومتر بود و در شرایط وقوع خطاهای مکانیکی تا ۶۰٪ افزایش می‌یافت. مقدار متوسط قدر مطلق خطا نیز نسبت به موقعیت در راستای x و z ، به ترتیب ۱۲۳ و ۱۲۱/۳ میکرومتر است که قابل مقایسه با دقت ریزالور یک درجه آزادی سالم (۱۱۹ میکرومتر) است. شایان ذکر است که متوسط قدرمطلق خطا، بهترین شاخص تعیین عملکرد ریزالور است و مطابق شبیه‌سازی‌های انجام شده، خطای ریزالور یک درجه آزادی تحت خطاهای مکانیکی مورد بررسی، بیش از ۴۰٪ افزایش می‌یابد.

هرچند دقت ریزالور دو درجه آزادی پیشنهادی، قابل مقایسه

$$V_{sz} = \frac{\partial}{\partial t} \left(M_z \sin\left(\frac{\pi}{\tau_z} z\right) \right) \times (I_{mz} \sin \omega_{carr} t) \quad (12)$$

$$+ \left(M_z \sin\left(\frac{\pi}{\tau_z} z\right) \right)$$

$$\times \frac{\partial}{\partial t} (I_{mz} \sin \omega_{carr} t)$$

$$V_{cz} = \frac{\partial}{\partial t} \left(M_z \cos\left(\frac{\pi}{\tau_z} z\right) \right) \times (I_{mz} \sin \omega_{carr} t) \quad (13)$$

$$+ \left(M_z \cos\left(\frac{\pi}{\tau_z} z\right) \right)$$

$$\times \frac{\partial}{\partial t} (I_{mz} \sin \omega_{carr} t)$$

با ساده‌سازی روابط (۱۰) تا (۱۳)، ولتاژهای القایی در سیم‌پیچی‌های سیگنال به صورت زیر خواهند بود:

$$V_{sx} = -(M_x I_{mx} \omega_{carr}) \sin\left(\frac{\pi}{\tau_x} x\right) \times \sin \omega_{carr} t \quad (14)$$

$$+ \left(\frac{M_x I_{mx} V_x \pi}{\tau_x} \right) \times \cos\left(\frac{\pi}{\tau_x} x\right)$$

$$\times \cos \omega_{carr} t$$

$$V_{cx} = -(M_x I_{mx} \omega_{carr}) \cos\left(\frac{\pi}{\tau_x} x\right) \quad (15)$$

$$\times \sin \omega_{carr} t$$

$$- \left(\frac{M_x I_{mx} V_x \pi}{\tau_x} \right) \times \sin\left(\frac{\pi}{\tau_x} x\right)$$

$$\times \cos \omega_{carr} t$$

$$V_{sz} = -(M_z I_{mz} \omega_{carr}) \sin\left(\frac{\pi}{\tau_z} z\right) \times \sin \omega_{carr} t \quad (16)$$

$$+ \left(\frac{M_z I_{mz} V_z \pi}{\tau_z} \right) \times \cos\left(\frac{\pi}{\tau_z} z\right)$$

$$\times \cos \omega_{carr} t$$

$$V_{cz} = -(M_z I_{mz} \omega_{carr}) \cos\left(\frac{\pi}{\tau_z} z\right) \times \sin \omega_{carr} t \quad (17)$$

$$+ \left(\frac{M_z I_{mz} V_z \pi}{\tau_z} \right) \times \sin\left(\frac{\pi}{\tau_z} z\right)$$

$$\times \cos \omega_{carr} t$$

$$V_{sx} = -(M_x I_{mx} \omega_{carr}) \sin\left(\frac{\pi}{\tau_x} x\right) \times \sin \omega_{carr} t \quad (18)$$

$$V_{cx} = -(M_x I_{mx} \omega_{carr}) \cos\left(\frac{\pi}{\tau_x} x\right) \quad (19)$$

$$\times \sin \omega_{carr} t$$

$$V_{sz} = -(M_z I_{mz} \omega_{carr}) \sin\left(\frac{\pi}{\tau_z} z\right) \times \sin \omega_{carr} t \quad (20)$$

$$V_{cz} = -(M_z I_{mz} \omega_{carr}) \cos\left(\frac{\pi}{\tau_z} z\right) \times \sin \omega_{carr} t \quad (21)$$

بنابراین، ولتاژهای خروجی دارای مدلاسیون دامنه با موج حامل (سیگنال تحریک) هستند. بنابراین پوش^۱ سیگنال‌ها عبارتند از:

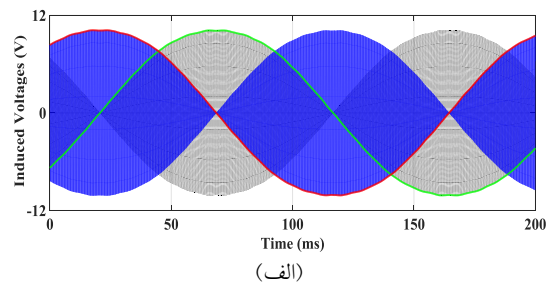
¹ Envelope

۴. نتایج عملی

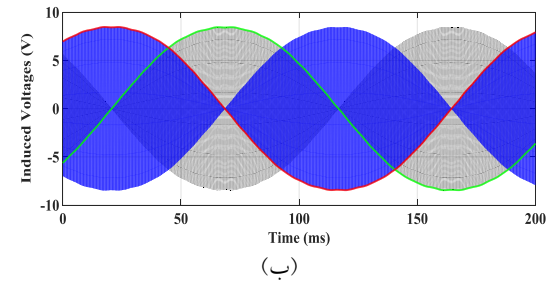
از آنجا که یکی از مؤثرترین عوامل در تعیین دقت یک ریزالور نوع سیم‌بندی آن است و نوع سیم‌بندی ریزالور دو درجه آزادی و یک درجه آزادی کاملاً یکسان است؛ بنابراین، گرچه امکان ساخت حسگر دو درجه آزادی تا زمان نگارش این مقاله فراهم نشده؛ اما در این مرحله تلاش می‌شود که با استفاده از آزمایش ریزالور یک درجه آزادی در حالت سالم و تحت خطاهای مختلف، صحت فرایند شبیه‌سازی اجزای محدود مورد ارزیابی قرار گیرد. برای آزمون عملی، از نمونه ساخته شده حسگر و مدار تست نشان داده شده در شکل (۱۲) استفاده می‌شود. در این مدار، از یک سامانه شیشه بالابر خودرو، به‌عنوان تولید کننده حرکت خطی استفاده شده است. سیم‌پیچی آرمیچر موتور شیشه بالابر خودرو، برای تأمین سرعت خطی مطلوب بازطراحی شده است. یک اسیلوسکوپ دیجیتال در مد لاگینگ برای نمایش و ذخیره سیگنال‌های خروجی ریزالور و انکدر مغناطیسی به‌عنوان حسگر مرجع، به همراه زمان، استفاده شده است. از یک سیگنال ژنراتور نیز برای تغذیه سیم‌پیچی تحریک استفاده می‌شود. و ولتاژهای خروجی ریزالور سالم در شکل (۱۳). الف، نشان داده شده‌اند. شکل موج خطای موقعیت حسگر سالم، بر اساس نتایج اندازه‌گیری شده در شکل (۱۳). ب، نشان داده شده است.

حداکثر خطای موقعیت و مقدار متوسط قدر مطلق خطا، با استفاده از این ولتاژها، به ترتیب برابر 0.28 و 0.13 میلی‌متر محاسبه می‌شوند. مقایسه این مقادیر با نتایج اندازه‌گیری شده، صحت فرایند شبیه‌سازی را تایید می‌کند. همین‌طور ریزالور یک درجه آزادی مورد بررسی تحت خطاهای مکانیکی نیز مورد سنجش قرار می‌گیرد. برای اعمال خطای کنترل شده به حسگر از تغییر بدنه آلومینیومی حسگر استفاده می‌شود. پیش از آن، لازم است ملاحظات ساخت بدنه در حالت سالم بیان شوند. یکی از چالش‌های اصلی در فرایند ساخت ریزالور، مربوطه به یکنواخت نگه داشتن طول فاصله هوایی و هم‌تراز نگه داشتن بخش متحرک نسبت به استاتور است. هر دو این چالش‌ها با طراحی بدنه مناسب برای حسگر قابل حل هستند. برای این منظور، لازم است؛ حداکثر لقی عرضی بدنه کمتر از 10 میکرومتر (5 میکرومتر از هر طرف) باشد. نه تنها این مقدار لقی بسیار کوچک است؛ بلکه ثابت نگه داشتن آن نیز، چالش بزرگتری است. زیرا فرض بر این است که ریزالور ساخته شده، باید بتواند در بازه وسیع تغییرات دمایی کار کند. لذا، انتخاب جنس آلومینیوم بدنه، اهمیت ویژه‌ای دارد. جنس بدنه استاتور و بخش متحرک باید از یک شمش انتخاب شود تا ضریب انبساط دمایی آنها در جهات مختلف x ، y و

با ریزالور یک درجه آزادی سالم است؛ اما میزان مس و ماده فرومغناطیس مورد استفاده بیشتر از دو ریزالور یک درجه آزادی است. از آنجا که در کاربردهای دقیق، قیمت تمام شده نسبت به دقت از اولویت کمتری برخوردار است؛ استفاده از ریزالور دو درجه آزادی توصیه می‌شود.

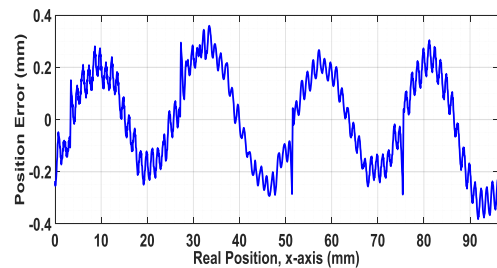


(الف)

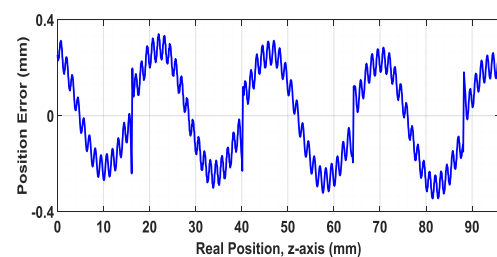


(ب)

شکل (۱۰): ولتاژهای القایی در سیم‌پیچی‌های سیگنال ریزالور دو درجه آزادی: (الف) ولتاژ سیم‌پیچی‌های موازی z ، مربوط به مولفه حرکت در راستای x و (ب) ولتاژ سیم‌پیچی‌های موازی x مربوط به مولفه سرعت در راستای z



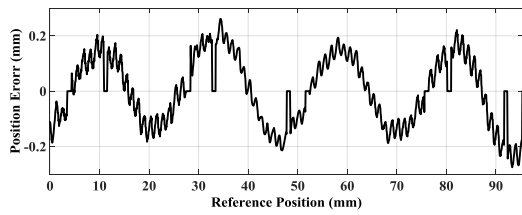
(الف)



(ب)

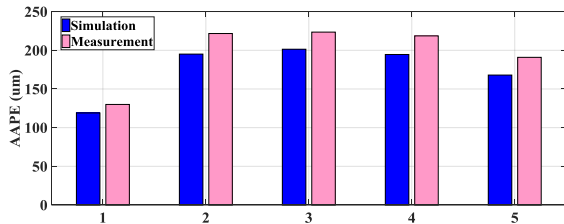
شکل (۱۱): خطای موقعیت ریزالور دو درجه آزادی: (الف) نسبت به موقعیت مرجع در راستای x و (ب) نسبت به موقعیت مرجع در راستای

z



(ب)

شکل (۱۲): نتایج عملی: (الف) سیگنال‌های خروجی در حالت سالم و (ب) خطای موقعیت ریزالور سالم



شکل (۱۳): مقایسه نتایج شبیه‌سازی و تست عملی: (۱) ریزالور سالم، (۲) خطای شکل ۷-الف به اندازه ۱۰۰ میکرومتر، (۳) خطای شکل ۷-ب به اندازه ۱۰۰ میکرومتر، (۴) خطای شکل ۷-ج به اندازه ۱۰۰ میکرومتر و (۵) خطای شکل ۷-د به اندازه ۲۰۰ میکرومتر

۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله یک ریزالور دو درجه آزادی صفحه‌ای برای تعیین موقعیت خطی در یک صفحه پیشنهاد شد. ابتدا از دو ریزالور خطی مستقل برای این منظور استفاده شد. دقت هر یک از ریزالورهای یک درجه آزادی در حالت کار تکی مورد بررسی قرار گرفت. سپس حرکت هم‌زمان در دو جهت عمود بر هم مطالعه شد. ملاحظه گردید که در حالت ایده‌آل دقت هر دو ریزالور در حرکت هم‌زمان، مثل ریزالور در حرکت مستقل است. اما در عمل برای تعیین موقعیت در صفحه، از یک سرومکانیزم مکانیکی استفاده شد که وجود لقی‌های اجتناب‌ناپذیر بین محور واسط و محورهای رابط و همین‌طور لقی بین محورهای رابط و راهنما در این سرومکانیزم، دقت حسگر را به شدت تحت تاثیر قرار می‌دهد. در ادامه عملکرد ریزالور تحت لقی‌های محتمل مورد بررسی قرار گرفت و ملاحظه گردید که خطای ریزالور در اثر وقوع خطاهای مکانیکی ناشی از لقی، به شدت افزایش می‌یابد. لذا استفاده از مکانیزمی که نیاز به ملحقات مکانیکی کمتری داشته باشد؛ در کاربردهای حساس اهمیت خواهد داشت. به همین دلیل ریزالور دو درجه آزادی صفحه‌ای مورد بررسی قرار گرفت.

در پایان، از آنجا که یکی از مؤثرترین عوامل در تعیین دقت یک ریزالور نوع سیم‌بندی آن است و نوع سیم‌بندی ریزالور دو

z، یکسان باشد و بخش متحرک بتواند به راحتی روی بخش ثابت حرکت کند. ضمناً برای اینکه لقی عرضی، در دو سمت، یکسان باشد (۵ میکرومتر در هر سمت)، سطح تماس بدنه استاتور و بخش متحرک، باید با استفاده از اسپری روغنکاری و بدون تماس دست، تمیز و روغن کاری شود.

نتایج تست عملی ریزالور مورد بررسی تحت خطاهای مختلف مورد بررسی، همراه با نتایج شبیه‌سازی در شکل (۱۴) آمده است. ملاحظه می‌شود که حداکثر اختلاف بین نتایج شبیه‌سازی و تست عملی مربوط به خطای توضیح داده شده در شکل (۷). الف است و حدود ۱۲٪ است.

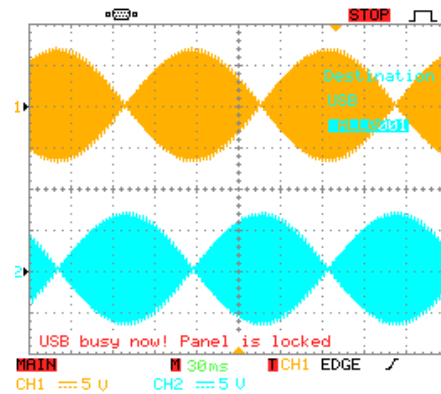


(الف)



(ب)

شکل (۱۱): تست عملی: (الف) ریزالور خطی مورد بررسی و (ب) مدار تست



(الف)

- [11] A. Daniar and Z. Nasiri-Gheidari, "The influence of different configurations on position error of linear variable reluctance resolvers," Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE), pp. 955-960, 2017. (In Persian)
- [12] A. Daniar, Z. Nasiri-Gheidari, and F. Tootoonchian, "Performance Analysis of Linear Variable Reluctance Resolvers Based on Improved Winding Function Approach," in IEEE Trans. Energy Convers., vol. 33, no. 3, pp. 1422-1430, Sept. 2018. (In Persian)
- [13] L. Sun, J. Taylor, A. D. Callegaro, and A. Emadi, "Stator PM-Based Variable Reluctance Resolver with Advantage of Motional back-EMF," IEEE Trans. on Industrial Electronics, early access
- [14] M. Bahari and Z. Nasiri-Gheidari, "Longitudinal End Effect in a Variable Area Linear Resolver and its Compensating Methods," Electrical Engineering (ICEE), Iranian Conference on, Mashhad, pp. 1316-1321. 2018. (In Persian)
- [15] M. Bahari, R. Alipour-Sarabi, Z. Nasiri-Gheidari, and F. Tootoonchian, "Proposal of Winding Function Model for Geometrical Optimization of Linear Sinusoidal Area Resolvers," in IEEE Sens. vol. 19, no. 14, pp. 5506-5513, 15 July 15, 2019. (In Persian)
- [16] J. Si, L. Ai, H. Feng, Y. Zhu, and Y. Hu, "Analysis on coupling effect of 2 - DOF direct drive induction motor based on 3-D model," International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS), Hangzhou, China, pp. 1157-1163, 2014.
- [17] H. Lee, "An Analytic Analysis of the Multi-Degree-of-Freedom Actuator," in IEEE Transactions on Magnetics, vol. 51, no. 3, pp. 1-4, March 2015.
- [18] S. Yamaguchi, S. Tanaka, T. Shimono, Y. Fujimoto, T. Nozaki, and T. Mizoguchi, "Design and analysis of cross-coupled 2 DOFs planar direct drive motor," European Conference on Power Electronics and Applications (EPE'15 ECCE-Europe), Geneva, Switzerland, pp. 1-8, 2015.
- [19] S. Tanaka, T. Shimono, and Y. Fujimoto, "Optimal design of length factor for cross-coupled 2-DOF motor with Halbach magnet array," IEEE International Conference on Mechatronics (ICM), Nagoya, Japan, pp. 529-534, 2015.
- [20] F. Tootoonchian, "Optimal Design and Manufacturing of An Electromagnetic Angular position Sensor Using 90° Selsyn (Resolver) For Reduction of Position Error," Ph.D. dissertation, Dept. Elect. Eng., K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran, Sept. 2012 (In Persian)

درجه آزادی و یک درجه آزادی کاملاً یکسان است؛ آزمایش عملی روی نمونه ساخته شده ریزالور یک درجه آزادی در حالت سالم و تحت خطاهای مختلف انجام شد و خطای ریزالور با نتایج شبیه‌سازی مقایسه گردید. تطابق نتایج تست عملی و شبیه‌سازی، صحت تحلیل‌ها را تایید می‌کند.

۶. مراجع

- [1] K. Kim, "Analysis on the characteristics of variable reluctance resolver considering uneven magnetic fields," IEEE Trans. Magn., vol. 49, no. 7, pp. 3858-3861, Jul. 2013.
- [2] X. Ge, Z. Q. Zhu, R. Ren, and J. T. Chen "A Novel variable reluctance resolver for HEV/EV applications", IEEE Trans. Ind. Appl., vol. 52, no. 4, pp. 2872 - 2880, July-Aug. 2016.
- [3] X. Ge, Z. Q. Zhu, R. Ren, and J. T. Chen, "A Novel Variable Reluctance Resolver with Nonoverlapping Tooth-Coil Windings," IEEE Trans. Energy Convers., vol. 30, no. 2, pp. 784-794, Jun 2015.
- [4] F. Zare, Z. Nasiri-Gheidari, and F. Tootoonchian, "The effect of winding arrangements on measurement accuracy of sinusoidal rotor resolver under fault conditions," in Measurement, vol. 131, pp. 162-172, 2019. (In Persian)
- [5] Z. Nasiri-Gheidari, "Design, Performance Analysis, and Prototyping of Linear Resolvers", in IEEE Trans. Energy Convers., vol. 32, no. 4, pp. 1-10, Dec. 2017. (In Persian)
- [6] H. Saneie, Z. Nasiri-Gheidari, and F. Tootoonchian, "The influence of winding's pole pairs on position error of linear resolvers," Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE), Tehran, 2017, pp. 949-954, 2017. (In Persian)
- [7] H. Saneie, Z. Nasiri-Gheidari, and F. Tootoonchian, "An Analytical Model for Performance Prediction of Linear Resolver", in IET Electr. Power Appl., vol. 11, no. 8, pp. 1457-1465, Sep. 2017. (In Persian)
- [8] A. Paymozd, H. Saneie, Z. Nasiri-Gheidari, and F. Tootoonchian, "Subdomain Model for Predicting the Performance of Linear Resolver Considering End Effect and Slotting Effect," in IEEE Sensors Journal, vol. 20, no. 24, pp. 14747-14755, 15 Dec. 15, 2020. (In Persian)
- [9] A. Paymozd, H. Saneie, and Z. Nasiri-Gheidari, "Analytical Modelling of Linear Resolver Considering Longitudinal End Effect", Journal of Applied Electromagnetics, accepted for publication (In Persian)
- [10] A. Daniar, Z. Nasiri-Gheidari, and F. Tootoonchian, "Position Error Calculation of Linear Resolver under Mechanical Fault Conditions," in IET Sci. Meas. Technol., vol. 11, no. 7, pp. 948 - 954, 2017. (In Persian)