

## Improving the model of Permanent Magnet Brushed DC Motor Used in Automotive Industry for Sensorless Speed Estimation

M. zarepour\*, M. Hoseinzadeh,

\* Ph.D., Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran

(Received: 01/05/2023 revised: 21/09/2023 Accepted:28/09/2023 published: 07/11/2023)

DOR: <https://dorl.net/dor/20.1001.1.26455153.1402.11.2.5.8>

### Abstract

*The main purpose of this article is to use metasurfaces to make objects invisible. The process is that, after examining how to analyze the electromagnetic plan metasurface of the plate, a method for the analysis of cylindrical metasurfaces is presented. Then, inspired by the modeling of plan metasurfaces, a method based on the physical characterization of cylindrical metasurfaces in order to model and extract their tensor parameters is expressed. The methods presented in this paper for analyzing, modeling and extracting the parameters of cylindrical metasurfaces can be implemented for any desired type of linear metasurfaces in a wide frequency range consisting of radio and microwave waves to light waves. In the next step, the proposed formulation is used to reduce the scattering of electromagnetic waves from objects or so-called invisibility. The proposed method for invisibility makes it possible to provide different configurations of metasurfaces to achieve any type of invisibility according to the limitations of practical implementation. In addition, the formulation is effective in providing a physical understanding and description of invisibility. To test the results, the formulation of this paper was applied to a designed metasurface sample. Finally, with the help of full-wave simulations, the metasurface tensor parameters are extracted and the desired invisibility is realized.*

**Keywords:** Modeling, analysis, and extraction of Metasurface parameters of electromagnetic cylinders for invisibility of objects

\* Corresponding author E-mail: meh dizare@aut.ac.ir

## علمی - پژوهشی

## تحلیل، مدل سازی و استخراج پارامترهای فراسطوح استوانه‌ای الکترومغناطیسی جهت نامرئی سازی اجسام

مهدی زارعپور<sup>۱\*</sup>، مسعود حسین زاده<sup>۲</sup>

۱- دکتر، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران ۲- دانشجوی دکترا، دانشگاه صنعتی نوشیروانی، بابل، ایران

(دریافت: ۱۴۰۲/۰۲/۱۱، بازنگری: ۱۴۰۲/۰۶/۳۰، پذیرش: ۱۴۰۲/۰۷/۰۶، انتشار: ۱۴۰۲/۰۸/۱۶)

DOR: <https://dorl.net/dor/20.1001.1.26455153.1402.11.2.5.8>

\* این مقاله یک مقاله با دسترسی آزاد است که تحت شرایط و ضوابط مجوز Creative Commons Attribution (CC BY) توزیع شده است.

نویسندگان ©

ناشر: دانشگاه جامع امام حسین (ع)

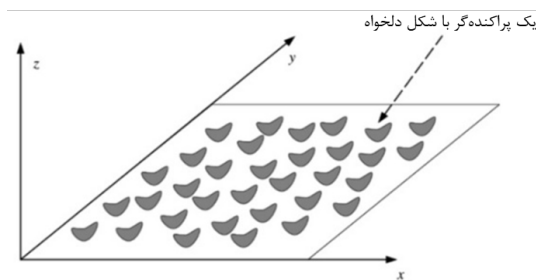
## چکیده

هدف اصلی این مقاله، استفاده از فراسطوح برای نامرئی سازی اجسام است. برای رسیدن به این هدف، روشی برای تحلیل فراسطوح استوانه‌ای ارائه شده است. بدین صورت که با الهام گرفتن از نحوه مدل کردن فراسطوح صفحه‌ای، روشی مبتنی بر مشخصه‌گذاری فیزیکی فراسطوح استوانه‌ای در راستای مدل سازی و استخراج پارامترهای تنسوری آن‌ها بیان می‌شود. روش‌های ارائه شده این مقاله برای تحلیل، مدل سازی و استخراج پارامترهای فراسطوح استوانه‌ای، برای هر نوع دلخواه از فراسطوح خطی در بازه فرکانسی وسیعی متشکل از امواج رادیویی و میکروویو تا امواج نوری قابل پیاده سازی هستند. در گام بعدی، فرمولاسیون ارائه شده برای کاهش میزان پراکندگی امواج الکترومغناطیسی از اجسام یا به اصطلاح نامرئی کردن آن‌ها استفاده شده است. روش ارائه شده برای نامرئی سازی این امکان را فراهم می‌سازد تا بتوان با توجه به محدودیت‌های پیاده سازی عملی، پیکربندی‌های متفاوتی از فراسطوح را برای تحقق هر نوع نامرئی سازی ارائه نمود. به علاوه، فرمولاسیون مذکور در فراهم کردن درک و توصیف فیزیکی نامرئی سازی تأثیر به سزایی دارد. برای راستی آزمایی نتایج، فرمولاسیون این مقاله به یک نمونه فراسطح طراحی شده اعمال گردید. نهایتاً، به کمک شبیه سازی‌های تمام موج، پارامترهای تنسوری فراسطح استخراج شده و نامرئی سازی مورد نظر تحقق یافته است.

## کلیدواژه‌ها: فراسطوح، تنسور، نامرئی سازی

## ۱- مقدمه

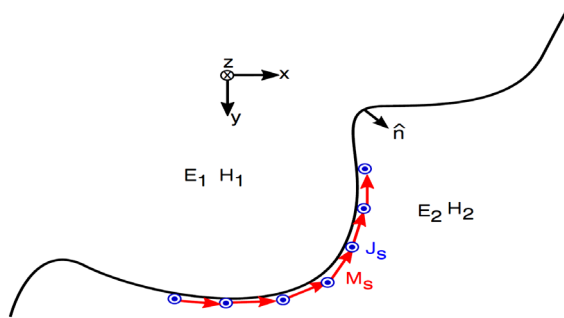
شود. اگرچه این امر در ابعاد اتمی و مولکولی میسر نیست، می‌توان از چنین ایده‌ای برای مهندسی کردن اجزای تشکیل دهنده یک ساختار در ابعاد ماکروسکوپی بهره جست که این چنین ایده‌ای سنگ بنای طراحی و ساخت ساختارهای فراماده و فراسطح است [۴] و [۵].



شکل (۱). یک فراسطح الکترومغناطیسی شامل آرایه‌ای از پراکنده گرهای کوچک و دلخواه الکترومغناطیسی [۳]

فراسطوح ساختارهای نوین الکترومغناطیسی هستند که اولین بار در سال ۲۰۰۳ میلادی، مطالعه در مورد نحوه تحلیل آن‌ها صورت گرفته است [۱]. این ساختارها آرایه‌هایی دوبعدی از پراکنده گرهای (یا فرا-اتم‌هایی) هستند که معمولاً ابعاد آن‌ها بین ۰.۰۵ تا ۰.۵ طول موج کاری است (شکل (۱)). در این ساختارها، به علت برهم کنش قوی امواج الکترومغناطیسی با پراکنده گرها که معمولاً به شکل اثر رزونانسی نمایان می‌شود، پدیده‌های الکترومغناطیسی نوینی رخ می‌دهد [۲].

سنگ بنای طراحی و ساخت فرامواد و فراسطوح، مهندسی اجزای تشکیل دهنده یک ماده است تا بتوان رفتار ماده را در برابر امواج الکترومغناطیس را به صورت دلخواه در آورد. به طور مثال، ابعاد اتم‌ها، توزیع اوربیتال‌های آن‌ها و توزیع مولکول را به طریقی مهندسی کنیم که باعث بروز پدیده‌های نوین الکترومغناطیسی



شکل (۲). نمایی از القای جریان‌های الکتریکی سطحی ( $J_s$ ) و جریان

مغناطیسی سطحی ( $M_s$ ) بر روی یک فراسطح [۸]

تحلیل، مدل‌سازی و استخراج پارامترهای فراسطوح با استفاده از اصل هم‌ارزی شلکونوف رفتار فراسطوح در برابر امواج الکترومغناطیسی را به صورت رفتار یک سطح تنسوری معادل مدل می‌کند. اما اگر رفتار فراسطح در حوزه پراکنده‌گرهای آن بررسی شود، می‌توان دید فیزیکی مناسبی از مشخصات الکترومغناطیسی فراسطح و همچنین اعمال اصل هم‌ارزی شلکونوف بر یک فراسطح به دست آورد.

کاربردهای فراوانی برای فراسطوح پیشنهاد شده است، به‌عنوان مثال مبدل قطبش موج [۹]، تولید پرتوهای گردابی<sup>۵</sup> [۱۰]، نامرئی‌سازی فرشی [۱۱]، لنز [۱۲]، آنتن [۱۳] و موجبرهای صفحه موازی<sup>۶</sup> [۱۴] از کاربردهای آنها است. نوآوری این مقاله استفاده از فراسطوح برای نامرئی‌سازی اجسام در باند فرکانسی میکروویو است که در همین راستا روابط صریحی برای مشخصات استوانه‌ای استخراج شده است. خروجی این روابط با استفاده از نرم‌افزار CST و شبیه‌سازی تمام موج صحت‌سنجی شده است.

## ۲- تحلیل، مدل‌سازی و استخراج پارامترها

به دلیل ناچیز بودن ضخامت فراسطوح نسبت به طول موج کاری، می‌توان آنها را با سطوح دوبعدی ایدئال مدل کرده و برای تحلیل عملکرد فراسطوح به تحلیل مدل‌های دوبعدی آنها پرداخت [۱]. بنابراین، با تابش امواج الکترومغناطیسی بر فراسطوح، جریان‌های الکتریکی و مغناطیسی سطحی بر روی مدل دوبعدی آنها القا می‌شود و از این رو، جریان‌های القا شده بر روی فراسطوح به وسیله تابع دلتای دیراک مدل می‌شوند. چون چگالی جریان‌های موجود در معادلات ماکسول حجمی هستند و چگالی حجمی جریان‌های سطحی عددی محدود نیست، از تابع دلتای دیراک برای مدل‌کردن چگالی جریان‌های سطحی استفاده می‌شود [۱۵].

اساس فیزیکی سازوکار نوین فرامواد و فراسطوح به دلیل پراکندگی مکانی<sup>۱</sup> نسبتاً ضعیف آنها در برهم‌کنش با امواج الکترومغناطیسی است [۶]. پراکندگی مکانی وابستگی پاسخ یک نقطه از ساختار مورد نظر به امواج الکترومغناطیسی تابشی به پاسخ‌های نقاط اطراف آن به همان امواج است. برای مواد همگن ایدئال، پاسخ هر نقطه از ساختار به امواج الکترومغناطیسی تابشی مستقل از نقاط دیگر است. اما در عمل، برای ماده همگن معمولی پراکندگی مکانی بسیار ضعیفی وجود دارد. برای فرامواد و فراسطوح، میزان این پراکندگی نسبت به مواد معمولی بیش‌تر است اما همچنان آن قدر ضعیف است که می‌توان آنها را به طور مؤثر<sup>۲</sup> همگن در نظر گرفت.

در فرکانس‌هایی که طول موج بسیار بزرگ‌تر از ابعاد و دوره تناوب اجزای تشکیل‌دهنده مواد است، پراکنده‌گرها می‌توانند دارای گشتاورهای دوقطبی<sup>۳</sup> دائم یا القایی باشند که چنین چیزی در اتم‌ها و مولکول‌ها دیده می‌شود [۳]. از طرف دیگر، می‌توان پراکنده‌گرهایی را آرایه‌بندی کرد که ابعاد و طول موج آنها نیز بسیار کوچک‌تر از طول موج کاری باشد. سپس می‌توان آنها را به وسیله ضرایب گذردهی و تراوایی معادل مدل کرد که این کار همان فرایند شناخته شده همگن‌سازی<sup>۴</sup> کلاسیک است [۳].

اثرگذاری و برهم‌کنش فراسطوح و امواج الکترومغناطیسی با یکدیگر بدین صورت است که وقتی امواج الکترومغناطیسی بر پراکنده‌گرهای یک فراسطح تابیده می‌شود، بر هر یک از آنها جریان‌های الکتریکی القا می‌شوند. برای ساده‌تر کردن تحلیل مسئله، آن دسته از جریان‌های الکتریکی که ناشی از گردابی بودن بردار میدان الکتریکی هستند را طبق نسخه تعمیم‌یافته قانون فارادی با جریان‌های معادل مغناطیسی مدل می‌کنند [۷]. با تابش امواج الکترومغناطیسی جریان‌های الکتریکی و مغناطیسی سطحی بر روی فراسطوح القا می‌شوند. این جریان‌ها نیز خود باعث پراکندگی امواج الکترومغناطیسی دیگر می‌شوند که برهم‌نهی آنها با امواج الکترومغناطیسی تابشی امواج الکترومغناطیسی کل را نتیجه می‌دهد. شکل ۲ نمایی از این وضعیت را نشان می‌دهد که در آن میدان‌های الکترومغناطیسی اطراف فراسطح میدان‌های ناشی از برهم‌نهی میدان‌های تابشی و پراکنده‌شده هستند.

1 -Spatial Dispersion

2 -Effectively

3 -Dipole Moments

4 -Homogenization

5 -Vortex beams

6- Parallel plate waveguides

$$\hat{n} \times (B_2 - B_1) = -\mu \nabla_t \cdot M_{s,t} \quad (د-۱)$$

در معادلات بالا،  $\hat{n}$  بردار یکه عمود بر صفحه مدل کننده فراسطح،  $\omega$  فرکانس زاویه‌ای،  $P_{s,t}$  بردار چگالی قطبیدگی الکتریکی سطحی فراسطح در راستای مماس بر آن،  $P_{s,n}$  چگالی قطبیدگی الکتریکی سطحی فراسطح در راستای عمود بر آن،  $M_{s,t}$  بردار چگالی قطبیدگی مغناطیسی سطحی نرمالیزه شده فراسطح در راستای مماس بر آن،  $M_{s,n}$  چگالی قطبیدگی مغناطیسی سطحی نرمالیزه شده فراسطح در راستای عمود بر آن،  $\nabla$  عملگر برداری نابلا،  $\nabla_t$  عملگر برداری نابلا در راستای مماس بر فراسطح،  $E$  بردار میدان الکتریکی،  $H$  بردار میدان مغناطیسی،  $D$  بردار جابه‌جایی الکتریکی،  $B$  بردار چگالی شار مغناطیسی و اندیس‌های ۱ و ۲ نمایانگر شماره یکی از دو ناحیه (قبل و بعد از فراسطح) هستند که وجود کمیت برداری مربوطه را در آن ناحیه نشان می‌دهند. لازم به ذکر است که تمام کمیت‌هایی برداری یادشده در رژیم فازوری هستند و تابعیت زمانی به صورت  $e^{j\omega t}$  مفروض است. در ضمن تحلیل فراسطوح با این فرض انجام می‌شود که ابعاد آن‌ها در راستای مماس بر فراسطوح بزرگ باشند. به طور مثال، در شکل ۲، پراکنده‌گرها در صفحه  $z=0$  چیده شده‌اند و بنابراین، ابعاد صفحه مدل کننده فراسطح در راستاهای  $x$  و  $y$  نسبت به طول موج کاری بزرگ هستند.

از منظر فیزیکی، چگالی قطبیدگی‌های سطحی الکتریکی و مغناطیسی منجر به ایجاد جریان‌های سطحی الکتریکی و مغناطیسی می‌شوند [۱۸]. در این مقاله، فرض می‌شود که فراسطوح از آرایه‌های متناوبی از پراکنده‌گرها تشکیل شده‌اند. در نتیجه، جریان القا شده میانگین از میانگین‌گیری جریان بر روی یک سلول واحد به دست می‌آید. این جریان میانگین، همان جریانی است که بر روی مدل دوبعدی فراسطح فرض می‌شود. در واقع، به کمک فرایند میانگین‌گیری، آرایه‌ای دوبعدی از پراکنده‌گرها به صورت یک صفحه دوبعدی مدل می‌شود که این صفحه دوبعدی رفتارهای الکترومغناطیسی آرایه اصلی را تقلید می‌کند.

با معادلات (۱)، شرایط مرزی حاکم بر فراسطوح صفحه‌ای به دست می‌آید که این معادلات، در کنار معادلات ماکسول نحوه تحلیل فراسطوح صفحه‌ای را مشخص می‌کنند. در واقع، منظور از تحلیل، به دست آوردن میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی پراکنده شده از فراسطح با فرض معلوم بودن مشخصات فیزیکی فراسطح و میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی تابانده شده بر آن است. سنتز (استخراج پارامترها) فرایندی بر خلاف فرایندی تحلیل است. در سنتز، با فرض معلوم بودن میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی تابشی و پراکنده شده، محاسبه پارامترهای فیزیکی فراسطح مد نظر است. برای هر دو فرایند، ارائه مدل سازی مناسب فراسطوح امری اجتناب‌ناپذیر است. این مدل رابطه بین

به صورت شهودی می‌توان چنین برداشت کرد که اگر در راستای یک محور مثل محور  $x$  برای یک چگالی جریان حجمی تابع دلتای دیراک وجود داشته باشد (مثلاً  $j(x, y, z) = A(y, z)\delta(x)$ ) این چگالی جریان برای تمام  $x$  هایی که آرگومان تابع دلتا را صفر نمی‌کنند برابر با صفر است و برای تمام  $x$  هایی که آرگومان تابع دلتا را صفر می‌کنند (در اینجا  $x = 0$ ) مقدار نامحدودی دارد. در این حالت، چگالی جریان یاد شده بیانگر یک چگالی جریان سطحی است که موقعیت آن به وسیله نقاطی که آرگومان تابع دلتا را صفر می‌کنند (صفحه  $x = 0$ ) مشخص می‌شود. همچنین، به دلیل وجود خاصیت ویژه تابع دلتای دیراک، با انتگرال گیری بر روی چگالی جریان حجمی به دست آمده در تمام فضا، می‌توان به درست میزان جریان سطحی مورد نظر را محاسبه کرد. به طور مشابه، می‌توان برای چگالی جریان‌های سطحی و خطی دلخواه و حتی چگالی جریان‌های حجمی محدود، چگالی جریان حجمی مناسب به دست آورد [۱۵].

به کمک تابع دلتای دیراک می‌توان چگالی بار حجمی و چگالی جریان حجمی برای هر نوع بار و جریانی به دست آورد. اما با وجود مزیت برجسته تابع دلتای دیراک، استفاده کردن از این تابع در مسائل الکترومغناطیسی منجر به بروز چالش‌هایی می‌شود. در واقع، برای به دست آوردن شرایط مرزی حاکم بر معادلات ماکسول از قضایای دیورژانس<sup>۱</sup> و استوکس<sup>۲</sup> استفاده می‌شود [۱۶]. اما پیش فرض این قضایا پیوستگی توابع برداری مورد نظر و مشتقات آن‌ها است. حال آن که اعمال کردن تابع دلتای دیراک بر معادلات ماکسول، این پیش فرض را نقض می‌کند و در نتیجه باید شرایط مرزی جدید و مناسبی برای فراسطوح به دست آوریم [۱۵]. وجود جریان‌های سطحی باعث ایجاد تکینگی از نوع تابع دلتای دیراک در میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی می‌شود. بنابراین، باید شرایط مرزی کلاسیک الکترومغناطیسی را کنار گذاشت و برای میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی اطراف فراسطوح شرایط مرزی مناسب را به دست آورد.

مطابق مرجع [۱۸]، شرایط مرزی حاکم بر یک فراسطح صفحه‌ای GSTCs<sup>۳</sup> نام دارند که اگر محیط اطراف فراسطح فضای آزاد باشد از قرار زیر هستند:

$$\hat{n} \times (H_2 - H_1) = j\omega P_{s,t} - \hat{n} \times \nabla_t \left( \frac{M_{s,n}}{\mu_0} \right) \quad (الف-۱)$$

$$(E_2 - E_1) \times \hat{n} = j\omega M_{s,t} - \nabla_t \left( \frac{P_{s,n}}{\mu_0} \right) \times \hat{n} \quad (ب-۱)$$

$$\hat{n} \times (D_2 - D_1) = -\nabla_t \cdot P_{s,t} \quad (ج-۱)$$

1-Divergence Theorem

2-Stokes Theorem

3-Generalized Sheet Transition Conditions

برای رفع این مشکل سعی می‌کنند با استفاده از روابط حاکم بر فیزیک مسئله مانند شرایط هم‌پاسخی و بی‌تلفی<sup>۲</sup> که به ترتیب به قرار زیر هستند [۲۱]:

$$\vec{\chi}_{ee} = \vec{\chi}_{ee}^T, \vec{\chi}_{mm} = \vec{\chi}_{mm}^T, \vec{\chi}_{em} = -\vec{\chi}_{me}^T \quad (۳-الف)$$

$$\vec{\chi}_{ee} = \vec{\chi}_{ee}^\dagger, \vec{\chi}_{mm} = \vec{\chi}_{mm}^\dagger, \vec{\chi}_{em} = \vec{\chi}_{me}^\dagger \quad (۳-ب)$$

(† به معنای مزدوج ترانپوز است) تعداد مجهولات را تا

حدی کم کنند تا منطبق با تعداد معادلات شود که البته این کار می‌تواند باعث به دست آمدن پارامترهایی شود که تحقق فیزیکی آن‌ها بسیار مشکل است [۲۰]. از دیگر روش‌های ساده‌سازی و برابر کردن تعداد مجهولات و معادلات این است شروط اضافی مانند ناچیز بودن جریان‌های القایی عمودی، ناچیز بودن درایه‌های تنسورهای  $\vec{\chi}_{me}$  و  $\vec{\chi}_{em}$  قطری بودن تنسورهای  $\vec{\chi}_{ee}$  و  $\vec{\chi}_{mm}$  و غیره به صورت پیش فرض لحاظ شوند. اما تمامی این روش باعث محدود شدن اعتبار پارامترهای استخراج شده فراسطوح می‌شود. لذا در این مقاله قصد داریم که یک روش کلی‌تر جهت استخراج پارامترهای فراسطوح و استفاده از آن‌ها در نامرئی‌سازی ارائه کنیم.

با توجه به اصل هم‌ارزی شلکونوف [۲۸]، می‌توان گفت که میدان‌های الکترومغناطیسی پراکنده شده از یک فراسطح تحت یک تابش معین برابر با میدان‌های الکترومغناطیسی پراکنده شده از مجموعه‌ای از جریان‌های سطحی الکتریکی و مغناطیسی است که در مکان فراسطح قرار دارند و جهت آن‌ها مماس بر سطح فراسطح است. در واقع، می‌توان فراسطح را با یک صفحه دوبعدی فاقد جریان‌های الکتریکی و مغناطیسی عمود بر فراسطح مدل نمود و جریان‌های مماسی مصنوعی آن طوری هستند که میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی اطراف فراسطح اصلی را به وجود می‌آورند. مشکل چنین مدلی آن است که مشخصات فیزیکی فراسطح را برای امواج الکترومغناطیسی تابشی دلخواه مخفی می‌کند و این امر از منظر عملی یک عیب محسوب می‌شود. لذا در اینجا ارتباط این جریان‌های مصنوعی مماسی را با جریان‌های القا شده واقعی و تنسورهای حساسیت‌پذیری نشان می‌دهیم.

مجددًا، با فرض احاطه شدن فراسطح به وسیله فضای آزاد، برای جریان‌های مصنوعی مماسی، تنسورهایی شبیه به تنسورهای حساسیت‌پذیری معادله (۲) به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$j\omega \begin{pmatrix} \vec{P}_{s,t} \\ \vec{M}_{s,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} j\frac{k_0}{\eta_0} \vec{\chi}_{ee} & jk_0 \vec{\chi}_{em} \\ jk_0 \vec{\chi}_{me} & jk_0 \eta_0 \vec{\chi}_{mm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{(E_{1,t} + E_{2,t})}{2} \\ \frac{(H_{1,t} + H_{2,t})}{2} \end{pmatrix} \quad (۴)$$

پارامترهای فیزیکی فراسطوح (مانند تنسورهای حساسیت‌پذیری) و امواج الکترومغناطیسی اطراف آن‌ها را مشخص می‌کند.

### ۳- مدل‌سازی تنسوری فراسطوح

در فراسطوح احاطه شده توسط فضای آزاد، تنسورهای حساسیت‌پذیری، چگالی قطبیدگی‌های الکتریکی و مغناطیسی القا شده را به صورت زیر به میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی اطراف فراسطوح مرتبط می‌سازند:

$$\begin{pmatrix} P_s \\ M_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon_0 \vec{\chi}_{ee} & \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \vec{\chi}_{em} \\ \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \vec{\chi}_{me} & \mu_0 \vec{\chi}_{mm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{(E_1 + E_2)}{2} \\ \frac{(H_1 + H_2)}{2} \end{pmatrix} \quad (۲)$$

که بردارهای سمت راست معادله حاوی میانگین میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی دو طرف فراسطح هستند. به علاوه،  $P_s$  برابر با مجموع بردارهای چگالی قطبیدگی الکتریکی سطحی فراسطح در راستاهای مماس و عمود بر آن و  $M_s$  برابر با مجموع بردارهای چگالی قطبیدگی الکتریکی سطحی نرمالیزه شده فراسطح در راستاهای مماس و عمود بر آن است. با جایگذاری معادله (۴) در معادلات GSTCs می‌توان اختلاف مؤلفه‌های مماسی میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی دو طرف فراسطح را به تنسورهای حساسیت‌پذیری ( $\vec{\chi}$ ها) ربط داد. واحد تنسورهای حساسیت‌پذیری معادله (۲) متر (m) است و این تنسورها، تنسورهای مرتبه دوم سه در سه هستند. بنابراین، هر تنسور مانند ماتریسی سه در سه دارای نه درایه است و روی هم رفته سی و شش درایه برای مدل‌سازی فراسطح وجود دارد.

با توجه به روابط GSTCs به‌ازای هر فرکانس و هر زاویه تابش، تنها چهار شرط مرزی بر فراسطح مورد نظر حکم فرما هستند. لذا تعداد معادلات به‌متراب کم‌تر از تعداد پارامترهای مشخصه‌گذاری فراسطح هستند و نمی‌توان تمام پارامترهای مشخصه‌گذاری یک فراسطح را به‌ازای یک نوع تابش به دست آورد. از طرفی، برای مشخصه‌گذاری یک فراسطح، مطلوب است که پارامترهای استخراج شده مستقل از نوع تحریک فراسطح بوده و فقط به جنس، ابعاد و نحوه آرایه‌بندی پراکنده‌گرهای آن وابسته باشد. به همین جهت برای به دست آوردن پارامترهای مشخصه‌گذاری یک فراسطح، پاسخ آن را به‌ازای پارامترهای پراکنده‌گی<sup>۱</sup> امواج الکترومغناطیسی تابشی مختلف می‌یابند و تعداد این امواج الکترومغناطیسی تابشی باید طوری انتخاب شود که تعداد معادلات و تعداد مجهولات یکسان شوند. اما می‌توان نشان داد که حتی در صورت اجرای این روش نیز به جواب‌های یکتا برای پارامترهای فراسطوح نخواهیم رسید. دلیل این امر آن است که هیچ رابطه یک به یکی بین تنسورهای حساسیت‌پذیری معادله (۲) و پارامترهای پراکنده‌گی وجود ندارد [۲۷].

2 -Losslessness  
3 -Complex Conjugate Transpose

1- Scattering Parameters

دست آوردن معادلات (۵) و (۶) از قضایای دیورژانس و استوکس استفاده نشده است زیرا برای میدان‌های برداری که دارای ناپیوستگی از نوع تابع دلتای دیراک هستند، این قضایا برقرار نخواهند بود. در به دست آوردن GSTCs، فرض بر این است که برای مدل کردن تکنیکی جریان‌های الکتریکی و مغناطیسی القایی فراسطوح، تابع دلتای دیراک کافی است و نیازی به لحاظ کردن مشتقات آن وجود ندارد که البته چنین فرضی برای اغلب مسائل کاربردی مناسب است.

برای فراسطوح دارای انحنا، GSTCs به مراتب پیچیده‌تر از فراسطوح صفحه‌ای هستند. این امر ناشی از آن است که معادلات برای دستگاه‌های مختصات مختلف متفاوت بوده و ساده‌ترین حالت آن مربوط به دستگاه مختصات دکارتی است. به همین دلیل است که برای تحلیل مسائل فراسطوح دارای انحنا از پارامترهای فراسطوح صفحه‌ای به عنوان تقریب‌های مناسب استفاده می‌شود [۲۲]. از آنجایی که فراسطوح مورد استفاده در این مقاله استوانه‌ای هستند از این پس توجه خود را به این نوع فراسطوح معطوف می‌کنیم. اگر GSTCs (معادلات (۵) و (۶)) را برای فراسطوح استوانه‌ای بسط دهیم، خواهیم داشت:

$$\Delta E_z = j\omega M_{s,\phi} - \frac{1}{\epsilon_0} \frac{\partial P_{s,r}}{\partial z} \quad (7)$$

$$\Delta E_\phi = -j\omega M_{s,z} - \frac{1}{a\epsilon_0} \frac{\partial P_{s,r}}{\partial \phi} \quad (8)$$

$$\Delta H_z = -j\omega P_{s,\phi} - \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial M_{s,r}}{\partial z} \quad (9)$$

$$\Delta H_\phi = j\omega P_{s,z} - \frac{1}{a\mu_0} \frac{\partial M_{s,r}}{\partial \phi} \quad (10)$$

که در آن‌ها  $a$  شعاع فراسطح استوانه‌ای و پایین نویس‌های  $r$ ،  $\phi$  و  $z$  به ترتیب مؤلفه‌های کمیت‌های مربوطه در راستاهای محورهای  $r$ ،  $\phi$  و  $z$  دستگاه مختصات استوانه‌ای را نشان می‌دهند. همانطور که مشاهده می‌شود مشتقات جریان‌های القایی عمودی (در راستای محور  $r$ ) نسبت مؤلفه‌های مماسی فراسطح استوانه‌ای ( $\phi$  و  $z$ ) در معادلات GSTCs وجود دارند و وجود این مشتقات باعث پیچیده شدن سنتز فراسطوح استوانه‌ای به‌ازای میدان‌های الکترومغناطیسی تابشی دلخواه می‌شود که منجر به دشواری در پیاده‌سازی عملی نیز خواهد شد.

برای رفع این مشکل، دو راهکار می‌توان ارائه داد. راهکار اول این است که از فراسطوح استوانه‌ای مورد استفاده به نحوی باشند که در راستای عمودی، جریان‌های الکتریکی و مغناطیسی القایی آن‌ها ناچیز باشد. در این صورت معادلات (۷) تا (۱۰) تبدیل به معادلات زیر خواهند شد:

$$\Delta E_z = j\omega M_{s,\phi} \quad (11)$$

$$\Delta E_\phi = -j\omega M_{s,z} \quad (12)$$

که در آن  $H_{1,t}$  و  $E_{1,t}$  به ترتیب بردارهای میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی مماسی در طرف آام فراسطح،  $k_0$  عدد موج فضای آزاد،  $\eta_0$  امپدانس ذاتی فضای آزاد،  $\vec{P}_{s,t}$  چگالی سطحی قطبیدگی الکتریکی مصنوعی،  $\vec{M}_{s,t}$  چگالی سطحی قطبیدگی مغناطیسی نرمالیزه شده مصنوعی و  $\vec{J}$ ها تنسورهای ربط دهنده جریان‌های سطحی مصنوعی به میدان‌های میانگین مماسی هستند.

تفاوت اساسی بین تنسورهای معادله (۲) و تنسورهای معادله (۴) وجود دارد. تنسورهای معادله (۲) سه در سه هستند و اثرات القای الکتریکی و مغناطیسی فراسطح را توصیف می‌کنند. اما تنسورهای معادله (۴) دو در دو هستند و اثرات القای الکتریکی و مغناطیسی فراسطح، در هر یک از آن‌ها به‌گونه‌ای فشرده شده است که صفحه دوبعدی شامل آن‌ها رفتار الکترومغناطیسی فراسطح مورد نظر را تقلید کند. بنابراین، با مطالعه رفتار  $\vec{J}$ ها به تحلیل و سنتز فراسطوح واقعی نیز دست یافت زیرا این تنسورها مدلی دیگر از فراسطوح را ارائه می‌دهند که البته همانطور بعداً نشان داده می‌شود این مدل می‌تواند برای کاربردهای عملی به تنهایی کافی نباشد و این امر باعث می‌شود که دانستن رابطه بین تنسورهای معادله (۲) و تنسورهای معادله (۴) ضروری شود.

ضخامت فراسطوح نسبت به طول موج کاری به حدی کم است که آن‌ها را به‌صورت صفحات دوبعدی و یا پوسته‌های دارای جریان‌های القایی سطحی الکتریکی و مغناطیسی مدل می‌کنند.  $\hat{n}$  بردار یکه نرمال بر سطح فراسطح مورد نظر و محور عمود بر سطح فراسطح  $n$  است. با توجه به دوبعدی بودن جریان‌های القایی بر روی فراسطوح، بردارهای  $P$  و  $M$  برای آن‌ها دارای یک تکنیکی فضایی از نوع تابع دلتای دیراک هستند. با انتخاب جزء دیفرانسیل مناسب [۱۶] و اعمال شرایط مرزی، برای معادلات کرل ماکسول خواهیم داشت:

$$\hat{n} \times \Delta \mathbf{E}_t = -j\omega \mathbf{M}_{s,t} - \hat{n} \times \nabla_t \left( \frac{P_{s,n}}{\epsilon_0} \right) \quad (5)$$

$$\hat{n} \times \Delta \mathbf{H}_t = j\omega \mathbf{P}_{s,t} - \hat{n} \times \nabla_t \left( \frac{M_{s,n}}{\mu_0} \right) \quad (6)$$

که در آن  $\Delta$  به معنای اختلاف کمیت مورد نظر در دو طرف فراسطح است. معادلات (۵) و (۶) شرایط مرزی حاکم بر فراسطوح صفحه‌ای، استوانه‌ای و کروی به‌ازای محیط‌های پیرامونی دلخواه و امواج الکترومغناطیسی تابشی دلخواه هستند. در واقع این معادلات همان GSTCs برای حالت کلی هستند. به طور خلاصه، می‌توان گفت که معادلات (۵) و (۶) اختلاف میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی مماسی دو طرف فراسطوح را به جریان‌های القا شده بر روی آن‌ها ربط می‌دهند. بر خلاف شرایط مرزی کلاسیک بین دو محیط الکترومغناطیسی، در به

$TM^z$  بوده و در راستای محور  $x$  در حرکت باشد. بنابراین داریم

$$E_{inc}^{TM} = \hat{z} E_{TM} e^{-jk_0 x} = \hat{z} E_{TM} e^{-jk_0 \rho \cos \varphi} \quad [23]$$

$$= \hat{z} \sum_{n=-\infty}^{\infty} j^{-n} E_{TM} J_n k_0 \rho e^{in\varphi} \quad (19)$$

با استفاده از معادلات ماکسول می‌توان میدان مغناطیسی تابشی را به صورت زیر پیدا کرد:

$$H_{inc}^{TM} = - \sum_{n=-\infty}^{\infty} j^{-n} \frac{E_{TM}}{\eta_0} \left( \hat{\rho} \frac{n J_n k_0 \rho}{k_0 \rho} + \hat{\phi} j J_n' k_0 \rho \right) e^{in\varphi} \quad (20)$$

در مرحله بعد، قصد داریم میدان‌های الکترومغناطیسی پراکنده شده را به دست آوریم. توجه کنید که در پایان، باید بتوانیم امواج الکترومغناطیسی پراکنده شده از فراسطح را کاهش دهیم. لذا تنسورهای حساسیت پذیری فراسطح باید به گونه‌ای باشند که قطبش امواج پراکنده شده از آن‌ها با قطبش مربوط به موج تابشی یکسان باشند. در غیر این صورت مجبور خواهیم بود که علاوه بر کاستن دامنه امواج دارای قطبش یکسان<sup>۲</sup>، دامنه امواج دارای قطبش متضاد<sup>۳</sup> را نیز کاهش دهیم که این امر می‌تواند عملاً پیاده‌سازی فراسطح را غیرممکن سازد. حال با در نظر گرفتن این نکته می‌توان میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی پراکنده شده از مجموعه جسم و فراسطح را به صورت

$$E_s^M = -\hat{z} \sum_{n=-\infty}^{\infty} d_n^{MM} E_{TM} H_n^{(2)} k_0 \rho e^{in\varphi} \quad (21)$$

$$H_s^M = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{E_{TM}}{\eta_0} \left[ \hat{\rho} n d_n^{MM} \frac{H_n^{(2)} k_0 \rho}{k_0 \rho} + \hat{\phi} j d_n^{MM} H_n^{(2)'} k_0 \rho \right] e^{in\varphi} \quad (22)$$

میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی بین فراسطح و جسم را به صورت

$$E_c^M = -\hat{z} \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_{TM} (b_n^{MM} J_n k_0 \rho + c_n^{MM} Y_n k_0 \rho) e^{in\varphi} \quad (23)$$

$$H_c^M = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{E_{TM}}{\eta_0} \left[ \hat{\rho} \left( b_n^{MM} \frac{n}{k_0 \rho} J_n k_0 \rho + c_n^{MM} Y_n k_0 \rho \right) + \hat{\phi} \left( j b_n^{MM} J_n' k_0 \rho + c_n^{MM} Y_n' k_0 \rho \right) \right] e^{in\varphi} \quad (24)$$

و میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی نفوذکننده در داخل جسم را به صورت زیر نوشت:

$$\mathbf{E}_o^M = -\hat{z} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n^{MM} E_{TM} J_n(k\rho) e^{jn\varphi} \quad (25)$$

$$\Delta H_z = -j\omega P_{s,\phi} \quad (13)$$

$$\Delta H_\phi = j\omega P_{s,z} \quad (14)$$

که در این صورت گویی همانند یک صفحه دوبعدی (اما به شکل استوانه) مدل کردن فراسطوح ارائه کرده‌ایم. اما مشکل اینجاست که حتی این ساده‌سازی GSTCs نیز می‌تواند منجر به عباراتی پیچیده برای استخراج پارامترهای فراسطوح شود که پیاده‌سازی آن‌ها لزوماً ممکن نیست.

راهکار دوم این است که از پارامترهای فراسطوح صفحه‌ای به عنوان تقریب برای پارامترهای فراسطوح استوانه‌ای استفاده شود. در واقع، این همان راهکاری است که در مقالاتی که موفق به پیاده‌سازی عملی فراسطوح استوانه‌ای نامرئی‌ساز شده‌اند، استفاده شده است [۲۸]. البته به دلیل پیچیدگی استفاده از پارامترهای تنسوری فیزیکی در مسائل استوانه‌ای، تنها دسته‌ای خاص از فراسطوح که برای آن‌ها ویژگی دوسوییگی<sup>۱</sup> ناچیز باشد و مابقی تنسورها قطری باشند، مطالعه شده‌اند [۲۲]. برای مشاهده نحوه به‌کارگیری پارامترهای تنسوری فیزیکی فراسطوح صفحه‌ای در نامرئی‌سازی فراسطوح استوانه‌ای، ابتدا باید فرم امواج الکترومغناطیسی در مسائل پراکندگی دارای تقارن استوانه‌ای بررسی شود.

با توجه به ساده در نظر گرفتن جنس جسم مورد نظر، شرایط مرزی حاکم بر میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی موجود اندکی داخل و اندکی خارج از جسم، همان شرایط مرزی کلاسیک امواج الکترومغناطیسی هستند که در اینجا به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\Delta E_z = 0 \quad (15)$$

$$\Delta E_\phi = 0 \quad (16)$$

$$\Delta H_z = 0 \quad (17)$$

$$\Delta H_\phi = 0 \quad (18)$$

نظر به این که در بیش‌تر کاربردهای مسائل الکترومغناطیسی دارای تقارن استوانه‌ای و همچنین مسائل مربوط به نامرئی‌سازی تابش عمود مورد توجه است، در این مقاله نیز تابش عمود را مد نظر قرار می‌دهیم. از آنجایی که تابش عمود، هر موج الکترومغناطیسی دلخواه را می‌توان بر حسب امواج الکترومغناطیسی دارای قطبش‌های  $TE^z$  و  $TM^z$  بسط داد [۲۳]، در اینجا نیز این دو قطبش را مورد بررسی قرار می‌دهیم. روابط به چهار دسته میدان‌های برخوردی، پراکنده شده، بین فراسطوح و جسم و میدان‌های نفوذی تقسیم می‌شوند که در روابط به ترتیب با اندیس‌های  $inc$ ،  $s$ ،  $c$  و  $o$  نمایش داده شده است. ابتدا فرض می‌کنیم که موج الکترومغناطیسی تابشی دارای قطبش

$$H_c^E = -\hat{z} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{E_{TM}}{\eta_0} (b_n^{EE} J_n k_0 \rho + c_n^{EE} Y_n k_0 \rho) e^{in\varphi} \quad (32)$$

$$E_o^E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_{TM} \left[ \hat{\rho} \left( a_n^{EE} \frac{n}{k\rho} J_n k\rho \right) + \hat{\varphi} (j a_n^{EE} J_n' k\rho) \right] e^{in\varphi} \quad (33)$$

$$H_o^E = \hat{z} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{E_{TM}}{\eta} [(a_n^{EE} J_n k\rho)] e^{in\varphi} \quad (34)$$

پهنای پراکندگی<sup>۱</sup> و پارامترهای پراکندگی برای مسئله مورد

نظر این مقاله به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۵]:

$$[E_s] = \begin{bmatrix} S_{11}^{ME} & S_{12}^{EE} \\ S_{21}^{ME} & S_{21}^{EE} \end{bmatrix} [E_{inc}] \quad (35-f)$$

$$\sigma_{2D} = \frac{4}{k_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |d_n^{MM(EE)}|^2 \quad (35-b)$$

ماتریس پراکندگی ماتریسی است که رابطه بین میدان برخوردی و میدان بازگشتی را بیان می‌کند. درایه‌های این ماتریس به صورتی است که به عنوان مثال  $S_{21}^{EM}$  نشان‌دهنده نسبت دامنه موج الکترومغناطیسی TE انتقالی (به ناحیه دوم) به موج الکترومغناطیسی TM تابشی در ناحیه اول است. مابقی پارامترهای پراکندگی نیز به صورت مشابه تعریف شده‌اند. کمیت  $\sigma_{2D}$  بیانگر میزان پراکندگی موج از مجموعه فراسطح و جسم مورد نظر خواهد بود. هر چه بعد فراسطوح بزرگ‌تر باشد، پراکندگی در معادله (۳۵) بیشتر خواهد شد و این امر باعث می‌شود که نامرئی سازی جسم با استفاده از فراسطح دشوارتر شود. به طور خلاصه (رابطه (۲)) می‌توان گفت که چون هر فراسطح در حالت کلی دارای سی و شش المان دایادیک<sup>۲</sup> است و تزویج الکترومغناطیسی پیچیده‌ای ما بین این المان‌ها وجود دارد، نمی‌توان رابطه‌ای تحلیلی و حتی عددی برای مدل کردن وابستگی این سی و شش المان نسبت به یکدیگر ارائه نمود. به همین جهت، برای مسائل کاربردی از فراسطوحی استفاده می‌شود که المان‌های مشخصی از آن‌ها دارای مقادیر ناچیز باشند تا بتوان برای تحلیل مسائل بر روی تعداد کمتری از المان‌های دایادیک تمرکز کرد. در نهایت با بهینه‌سازی المان‌های باقی‌مانده سعی می‌کنند که میزان پهنای پراکندگی را کاهش دهند.

دلیل نظری کاهش تعداد المان‌های دایادیک غیرصفر این است که در حالت کلی تعداد شرایط مرزی حاکم بر فراسطح از تعداد پارامترهای تنسوری آن‌ها کمتر است [۱۸]. به عبارت دیگر، فراسطوح متعددی وجود دارند که بتوانند یک نوع تبدیل الکترومغناطیسی خاص بر امواج الکترومغناطیسی اعمال کنند. بنابراین، در حالت کلی، سنتز فراسطوح پاسخ یکتا نخواهد داشت و با توجه به راحتی در پیاده‌سازی آن‌ها، طراحان باید انواع خاصی

$$H_o^M = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{E_{TM}}{\eta} \left[ \hat{\rho} \left( a_n^{MM} \frac{n}{k\rho} J_n k\rho \right) + \hat{\varphi} (j a_n^{MM} J_n' k\rho) \right] e^{in\varphi} \quad (26)$$

در معادلات (۱۹) تا (۲۶)،  $\hat{\rho}$ ،  $\hat{\varphi}$  و  $\hat{z}$  به ترتیب بردار یگانه در

راستای محورهای  $\rho$ ،  $\varphi$  و  $Z$  دستگاه مختصات استوانه‌ای هستند. همچنین،  $\eta$ ،  $k$ ،  $\eta_0$ ،  $k_0$  و  $E_{TM}$  به ترتیب نمایانگر عدد موج در فضای آزاد، امیدانس ذاتی فضای آزاد، عدد موج در داخل جسم، امیدانس ذاتی جسم و دامنه میدان الکتریکی تابشی هستند.

به‌علاوه،  $J_n$ ،  $Y_n$  و  $H_n^{(2)}$  به ترتیب تابع بسل استوانه‌ای نوع اول مرتبه  $n$ ام، تابع بسل استوانه‌ای نوع دوم مرتبه  $n$ ام و تابع هنکل استوانه‌ای نوع دوم مرتبه  $n$ ام هستند و علامت پریم به معنی مشتق نسبت به آرگومان است. ضرایب  $a_n^{MM}$ ،  $b_n^{MM}$ ،  $c_n^{MM}$  و  $d_n^{MM}$  ضرایبی مجهول به‌زای هارمونیک استوانه‌ای  $n$ ام هستند که با اعمال شرایط مرزی محاسبه خواهند شد. ضریبی که به دنبال کاستن آن هستیم  $d_n^{MM}$  است زیرا با توجه به معادلات (۲۱) و (۲۲)، تنها این ضریب است که به طور مستقیم بر روی امواج پراکنده‌شده از فراسطح اثر دارد. توجه شود که مطابق معادلات (۲۵) و (۲۶) امواج الکترومغناطیسی نفوذی در جسم تنها بر حسب تابع بسل استوانه‌ای نوع اول بسط داده شده‌اند زیرا مبدأ مختصات در مرکز جسم اختیار شده است و در مبدأ ضرایب مربوط تابع بسل استوانه‌ای نوع دوم و مشتقش برابر با صفر است. همچنین، در معادلات (۲۱) و (۲۲)، به جای استفاده از توابع بسل استوانه‌ای نوع اول و نوع دوم از تابع هنکل استوانه‌ای نوع دوم استفاده شده است [۲۴]. به طور مشابه، می‌توان کلیه میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی را برای وقتی که قطبش امواج تابشی  $TE^z$  باشد به صورت زیر نوشت:

$$E_{inc}^{TE} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} j^{-n} \frac{E_{TM}}{\eta_0} \left( \hat{\rho} \frac{n J_n k_0 \rho}{k_0 \rho} + \hat{\varphi} j J_n' k_0 \rho \right) e^{in\varphi} \quad (27)$$

$$H_{inc}^{TE} = \hat{z} \sum_{n=-\infty}^{\infty} j^{-n} \frac{E_{TM}}{\eta_0} J_n k_0 \rho e^{in\varphi} \quad (28)$$

$$E_s^E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_{TM} \left[ \hat{\rho} n d_n^{EE} \frac{H_n^{(2)} k_0 \rho}{k_0 \rho} + \hat{\varphi} j d_n^{EE} H_n^{(2)'} k_0 \rho \right] e^{in\varphi} \quad (29)$$

$$H_s^E = \hat{z} \sum_{n=-\infty}^{\infty} d_n^{EE} \frac{E_{TM}}{\eta_0} H_n^{(2)} k_0 \rho e^{in\varphi} \quad (30)$$

$$E_c^E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_{TM} \left[ \hat{\rho} \left( b_n^{EE} \frac{n}{k_0 \rho} J_n k_0 \rho + c_n^{EE} Y_n k_0 \rho \right) + \hat{\varphi} (j b_n^{EE} J_n' k_0 \rho + c_n^{EE} Y_n' k_0 \rho) \right] e^{in\varphi} \quad (31)$$

1 - Scattering Width

2- Dyadic



$$\begin{aligned}
 & + \left( -jk_0 \bar{\chi}_{me}^{zz} H_n^{(2)}(k_0 r) - k_0 \bar{\chi}_{mm}^{z\phi} H_n^{(2)'}(k_0 r) \right. \\
 & \quad + \frac{jn \bar{\chi}_{mm}^{z\rho}}{r} H_n^{(2)}(k_0 r) \\
 & \quad - \frac{jn \bar{\chi}_{ee}^{\phi z}}{r} H_n^{(2)}(k_0 r) \\
 & \quad + \frac{n \bar{\chi}_{em}^{\phi\phi}}{r} H_n^{(2)'}(k_0 r) \\
 & \quad \left. + \frac{jn^2 \bar{\chi}_{em}^{\rho\rho}}{k_0 r} H_n^{(2)}(k_0 r) \right) d_n^{MM} \\
 & = j^{-n} \left( -jk_0 \bar{\chi}_{me}^{zz} J_n(k_0 r) - k_0 \bar{\chi}_{mm}^{z\phi} J_n'(k_0 r) + \frac{jn \bar{\chi}_{mm}^{z\rho}}{r} J_n(k_0 r) \right. \\
 & \quad - \frac{jn \bar{\chi}_{ee}^{\phi z}}{r} J_n(k_0 r) + \frac{n \bar{\chi}_{em}^{\phi\phi}}{r} J_n'(k_0 r) \\
 & \quad \left. + \frac{jn^2 \bar{\chi}_{em}^{\rho\rho}}{k_0 r} J_n(k_0 r) \right) \\
 & \left( -jk_0 \bar{\chi}_{ee}^{\phi z} J_n(k_0 r) - k_0 \bar{\chi}_{em}^{\phi\phi} J_n'(k_0 r) + \frac{jn \bar{\chi}_{em}^{\rho\rho}}{r} J_n(k_0 r) \right) b_n^{MM} \\
 & + \left( -jk_0 \bar{\chi}_{ee}^{\phi z} Y_n(k_0 r) - k_0 \bar{\chi}_{em}^{\phi\phi} Y_n'(k_0 r) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{jn \bar{\chi}_{em}^{\rho\rho}}{r} Y_n(k_0 r) \right) c_n^{MM} \\
 & + \left( -jk_0 \bar{\chi}_{ee}^{\phi z} H_n^{(2)}(k_0 r) - k_0 \bar{\chi}_{em}^{\phi\phi} H_n^{(2)'}(k_0 r) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{jn \bar{\chi}_{em}^{\rho\rho}}{r} H_n^{(2)}(k_0 r) \right) d_n^{MM} \\
 & = j^{-n} \left( -jk_0 \bar{\chi}_{ee}^{\phi z} J_n(k_0 r) - k_0 \bar{\chi}_{em}^{\phi\phi} J_n'(k_0 r) + \frac{jn \bar{\chi}_{em}^{\rho\rho}}{r} J_n(k_0 r) \right) \\
 & \left( J_n'(k_0 r) - \frac{k_0 \bar{\chi}_{ee}^{zz}}{2} J_n(k_0 r) - \frac{jk_0 \bar{\chi}_{em}^{\phi\phi}}{2} J_n'(k_0 r) \right. \\
 & \quad + \frac{n \bar{\chi}_{em}^{z\rho}}{2r} J_n(k_0 r) + \frac{n \bar{\chi}_{em}^{\rho z}}{2r} J_n(k_0 r) \\
 & \quad - \frac{jn \bar{\chi}_{mm}^{\phi\phi}}{2r} J_n'(k_0 r) \\
 & \quad \left. - \frac{n^2 \bar{\chi}_{em}^{\rho\rho}}{2k_0 r^2} J_n(k_0 r) \right) b_n^{MM} \\
 & + \left( Y_n'(k_0 r) - \frac{k_0 \bar{\chi}_{ee}^{zz}}{2} Y_n(k_0 r) - \frac{jk_0 \bar{\chi}_{em}^{\phi\phi}}{2} Y_n'(k_0 r) + \right. \\
 & \quad \frac{n \bar{\chi}_{em}^{z\rho}}{2r} Y_n(k_0 r) + \frac{n \bar{\chi}_{em}^{\rho z}}{2r} Y_n(k_0 r) - \frac{jn \bar{\chi}_{mm}^{\phi\phi}}{2r} Y_n'(k_0 r) - \\
 & \quad \left. \frac{n^2 \bar{\chi}_{em}^{\rho\rho}}{2k_0 r^2} Y_n(k_0 r) \right) c_n^{MM} \\
 & + \left( H_n^{(2)'}(k_0 r) - \frac{k_0 \bar{\chi}_{ee}^{zz}}{2} H_n^{(2)}(k_0 r) - \frac{jk_0 \bar{\chi}_{em}^{\phi\phi}}{2} H_n^{(2)'}(k_0 r) \right. \\
 & \quad + \frac{n \bar{\chi}_{em}^{z\rho}}{2r} H_n^{(2)}(k_0 r) \\
 & \quad + \frac{n \bar{\chi}_{em}^{\rho z}}{2r} H_n^{(2)}(k_0 r) \\
 & \quad - \frac{jn \bar{\chi}_{mm}^{\phi\phi}}{2r} H_n^{(2)'}(k_0 r) \\
 & \quad \left. - \frac{n^2 \bar{\chi}_{em}^{\rho\rho}}{2k_0 r^2} H_n^{(2)}(k_0 r) \right) d_n^{MM} \\
 & = j^{-n} \left( -J_n'(k_0 r) - \frac{k_0 \bar{\chi}_{ee}^{zz}}{2} J_n(k_0 r) - \frac{jk_0 \bar{\chi}_{em}^{\phi\phi}}{2} J_n'(k_0 r) \right. \\
 & \quad + \frac{n \bar{\chi}_{em}^{z\rho}}{2r} J_n(k_0 r) + \frac{n \bar{\chi}_{em}^{\rho z}}{2r} J_n(k_0 r) \\
 & \quad \left. - \frac{jn \bar{\chi}_{mm}^{\phi\phi}}{2r} J_n'(k_0 r) - \frac{n^2 \bar{\chi}_{em}^{\rho\rho}}{2k_0 r^2} J_n(k_0 r) \right)
 \end{aligned} \tag{۳۸}$$

از فراسطوح (به طور مثال فراسطوح هم‌پاسخ و غیرفعال) را انتخاب کنند. از این رو، مادامی که هدف نامرئی‌سازی یک جسم به کمک یک فراسطح باشد، ابعاد آن جسم را تا حدی کوچک در نظر می‌گیرند که بتوان از هارمونیک‌های مراتب بالا امواج پراکنده‌شده از فراسطح صرف نظر کرد [۲۲]. در حالت کلی، طبق اصل هم‌ارزی شلکونوف، می‌توان یک جسم بزرگ با القای جریان‌های الکتریکی و مغناطیسی مناسب در اطراف آن نامرئی کرد اما به دلیل تحریک هارمونیک‌های مرتبه بالاتر، این جریان‌ها به قدری پیچیده هستند که عملاً پیاده‌سازی آن‌ها به‌وسیله فراسطوح بسیار دشوار است اگر غیرممکن نباشد [۲۶-۲۸]. لذا در این مقاله، جهت دستیابی به فراسطوحی که قابلیت پیاده‌سازی دارند و تنسورهای حساسیت‌پذیری آن‌ها چندان پیچیده نیست، فرض می‌کنیم که فراسطح مورد استفاده خطی، غیرفعال، هم‌پاسخ و دارای تقارن استوانه‌ای است. با اعمال معادلات (۱۹) تا (۲۶) به معادلات (۷) تا (۱۰) خواهیم داشت:

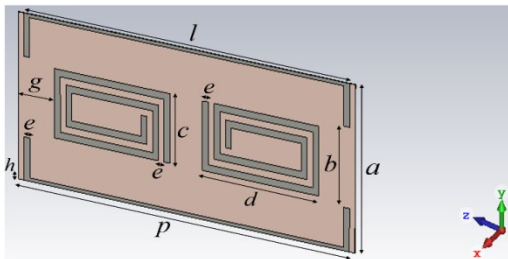
$$\begin{aligned}
 & \left( J_n(k_0 r) + \frac{jk_0 \bar{\chi}_{me}^{\phi z}}{2} J_n(k_0 r) + \frac{k_0 \bar{\chi}_{mm}^{z\phi}}{2} J_n'(k_0 r) \right. \\
 & \quad \left. - \frac{jn \bar{\chi}_{mm}^{\phi\rho}}{2r} J_n(k_0 r) \right) b_n^{MM} \\
 & + \left( Y_n(k_0 r) + \frac{jk_0 \bar{\chi}_{me}^{\phi z}}{2} Y_n(k_0 r) + \frac{k_0 \bar{\chi}_{mm}^{z\phi}}{2} Y_n'(k_0 r) \right. \\
 & \quad \left. - \frac{jn \bar{\chi}_{mm}^{\phi\rho}}{2r} Y_n(k_0 r) \right) c_n^{MM} \\
 & + \left( -H_n^{(2)}(k_0 r) + \frac{jk_0 \bar{\chi}_{me}^{\phi z}}{2} H_n^{(2)}(k_0 r) + \frac{k_0 \bar{\chi}_{mm}^{z\phi}}{2} H_n^{(2)'}(k_0 r) \right. \\
 & \quad \left. - \frac{jn \bar{\chi}_{mm}^{\phi\rho}}{2r} H_n^{(2)}(k_0 r) \right) d_n^{MM} \\
 & = j^{-n} \left( -J_n(k_0 r) + \frac{jk_0 \bar{\chi}_{me}^{\phi z}}{2} J_n(k_0 r) + \frac{k_0 \bar{\chi}_{mm}^{z\phi}}{2} J_n'(k_0 r) \right. \\
 & \quad \left. - \frac{jn \bar{\chi}_{mm}^{\phi\rho}}{2r} J_n(k_0 r) \right) \\
 & \left( -jk_0 \bar{\chi}_{me}^{zz} J_n(k_0 r) - k_0 \bar{\chi}_{mm}^{z\phi} J_n'(k_0 r) + \frac{jn \bar{\chi}_{mm}^{z\rho}}{r} J_n(k_0 r) \right. \\
 & \quad - \frac{jn \bar{\chi}_{ee}^{\phi z}}{r} J_n(k_0 r) + \frac{n \bar{\chi}_{em}^{\phi\phi}}{r} J_n'(k_0 r) \\
 & \quad \left. + \frac{jn^2 \bar{\chi}_{em}^{\rho\rho}}{k_0 r} J_n(k_0 r) \right) b_n^{MM} \\
 & + \left( -jk_0 \bar{\chi}_{me}^{zz} Y_n(k_0 r) - k_0 \bar{\chi}_{mm}^{z\phi} Y_n'(k_0 r) + \frac{jn \bar{\chi}_{mm}^{z\rho}}{r} Y_n(k_0 r) \right. \\
 & \quad - \frac{jn \bar{\chi}_{ee}^{\phi z}}{r} Y_n(k_0 r) + \frac{n \bar{\chi}_{em}^{\phi\phi}}{r} Y_n'(k_0 r) \\
 & \quad \left. + \frac{jn^2 \bar{\chi}_{em}^{\rho\rho}}{k_0 r} Y_n(k_0 r) \right) c_n^{MM} \\
 & + \left( -H_n^{(2)}(k_0 r) + \frac{jk_0 \bar{\chi}_{me}^{\phi z}}{2} H_n^{(2)}(k_0 r) + \frac{k_0 \bar{\chi}_{mm}^{z\phi}}{2} H_n^{(2)'}(k_0 r) \right. \\
 & \quad \left. - \frac{jn \bar{\chi}_{mm}^{\phi\rho}}{2r} H_n^{(2)}(k_0 r) \right) d_n^{MM}
 \end{aligned} \tag{۳۶}$$

$$\begin{aligned}
 & + \left( -jk_0 \bar{\chi}_{me}^{zz} J_n(k_0 r) - k_0 \bar{\chi}_{mm}^{z\phi} J_n'(k_0 r) + \frac{jn \bar{\chi}_{mm}^{z\rho}}{r} J_n(k_0 r) \right. \\
 & \quad - \frac{jn \bar{\chi}_{ee}^{\phi z}}{r} J_n(k_0 r) + \frac{n \bar{\chi}_{em}^{\phi\phi}}{r} J_n'(k_0 r) \\
 & \quad \left. + \frac{jn^2 \bar{\chi}_{em}^{\rho\rho}}{k_0 r} J_n(k_0 r) \right) b_n^{MM} \\
 & + \left( -jk_0 \bar{\chi}_{me}^{zz} Y_n(k_0 r) - k_0 \bar{\chi}_{mm}^{z\phi} Y_n'(k_0 r) + \frac{jn \bar{\chi}_{mm}^{z\rho}}{r} Y_n(k_0 r) \right. \\
 & \quad - \frac{jn \bar{\chi}_{ee}^{\phi z}}{r} Y_n(k_0 r) + \frac{n \bar{\chi}_{em}^{\phi\phi}}{r} Y_n'(k_0 r) \\
 & \quad \left. + \frac{jn^2 \bar{\chi}_{em}^{\rho\rho}}{k_0 r} Y_n(k_0 r) \right) c_n^{MM}
 \end{aligned} \tag{۳۷}$$

تمامی فراسطوح تنسوری طراحی شده از طریق روش‌های سعی و خطا و بهینه‌سازی‌های پیچیده طراحی می‌شوند [۴]، [۲۹] و [۳۰]. دلیل این امر آن است که توزیع الکترومغناطیسی موجود در سلول‌های آرایه‌های فراسطوح بسیار پیچیده است و هیچ مدل تحلیلی یا نیمه-تحلیلی را نمی‌توان برای این توزیع در حالت کلی تنسوری ارائه نمود.

با الهام‌گیری از مراجع [۲۲] و [۳۱] یک فراسطح در محیط نرم‌افزار CST<sup>۲</sup> بخش شبیه‌سازی تمام‌موج طراحی شده است. برای تشکیل یک فراسطح صفحه‌ای، یک سلول واحد را به صورت متناوب در دو بعد دستگاه مختصات دکارتی تکرار می‌کنیم. سپس به کمک روش ارائه شده در بخش قبل، پارامترهای تنسوری فراسطح را استخراج می‌کنیم. در ادامه این فراسطح را به صورت استوانه‌ای به دور جسم مورد نظر می‌پیچانیم تا پهنای پراکندگی آن را کاهش دهد. در واقع، برای کمینه‌کردن پهنای پراکندگی، مقادیر متفاوتی از تنسورهای حساسیت‌پذیری، فاصله بین جسم و فراسطح و همچنین فرکانس کاری بررسی شدند و سعی شد تا این مقادیر در دسترس باشند.

در شکل (۳)، شمای هندسی سلول واحد فراسطح صفحه‌ای اولیه نشان داده شده است. در این شکل،  $a=9.65$ ،  $b=4.65$ ،  $c=4$ ،  $d=4$ ،  $e=0.4$ ،  $g=2.5$ ،  $h=0.2$ ،  $p=23.25$ ،  $l=22.5$ ، میلی‌متر اتخاذ شده‌اند. زیرلایه از جنس Rogers RT5880 و ضریب گذردهی نسبی  $\epsilon_r = 2.2$  و تانژانت تلفات  $\tan\delta = 0.0009$  را دارا است. نوارها از جنس هادی الکتریکی آرمانی هستند. فرکانس کاری بین ۲/۶ و ۲/۷ گیگاهرتز متغیر است. این فراسطح را مطابق فرمولاسیون بیان شده تحلیل کرده و سپس پارامترهای تنسوری آن را استخراج می‌نماییم.



شکل (۳). شمای هندسی سلول واحد فراسطح طراحی شده

لازم به ذکر است که زیرلایه مورد استفاده، زیرلایه‌ای شناخته شده برای ساخت انواع فراسطوح است. به علاوه، گستره وسیعی از فلزات (مانند مس) را می‌توان (در بازه فرکانسی یادشده) به عنوان هادی الکتریکی آرمانی در نظر گرفت. از طرفی با استفاده از روش‌های صحیح و خطا و الهام‌گیری از مراجع [۲۲] و [۳۱]، مشخص گردید که برای یک نمونه فراسطح نامرئی‌ساز استوانه‌ای، مقادیر درایه‌های مرتبط با تنسورهای دوسویگی

به علاوه، با اعمال معادلات (۱۹) تا (۲۶) به معادلات (۱۵) تا (۱۸) خواهیم داشت:

$$J_n(kR)a_n^{MM} - J_n(k_0R)b_n^{MM} - Y_n(k_0R)c_n^{MM} = 0 \quad (40)$$

$$-\frac{J'_n(kR)}{\eta}a_n^{MM} + \frac{J'_n(k_0R)}{\eta_0}b_n^{MM} - \frac{Y'_n(k_0R)}{\eta_0}c_n^{MM} = 0 \quad (41)$$

معادلات (۳۶) تا (۴۱) برای نامرئی‌سازی کلیه اجسام ساده کاربرد دارند و می‌توان با استفاده از آن‌ها پارامترهای فیزیکی فراسطح مورد نظر را طوری یافت که میزان پراکندگی اجسام به طرز قابل توجهی کاهش یابد. اما همان‌طور که قبلاً ذکر گردید، مشکل اصلی طراحی فراسطح مناسب در راستای تحقق تنسورهای مورد نظر است.

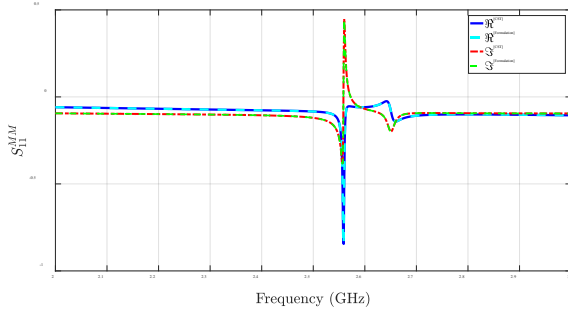
از آنجا که مسائل الکترومغناطیسی دارای اجسام رسانا استوانه‌ای از کاربردهای بسیاری برخوردار هستند و در فرکانس‌های مایکروویو بسیاری از رساناها را می‌توان هادی الکتریکی آرمانی<sup>۱</sup> در نظر گرفت، امواج الکترومغناطیسی نمی‌توانند در اجسام از جنس هادی الکتریکی آرمانی نفوذ کنند [۲۳]. لذا برای مسئله مذکور ضریب  $a_n^{MM}$  برابر با صفر خواهد بود و تنها سه مجهول باقی خواهند ماند. بنابراین، معادلات (۴۰) و (۴۱) دیگر مستقل نیستند و کافی است از بین آن‌ها تنها معادله (۴۱) به عنوان شرط مرزی مستقل انتخاب شود. اما همچنان، تعداد مجهولات از تعداد شرایط مرزی کمتر است و در ضمن باید پارامترهای فراسطح را طوری تنظیم نمود که پهنای پراکندگی کاهش یابد. در نتیجه، فراسطوح متعددی می‌توانند هدف مورد نظر این مقاله را برآورده سازند.

#### ۴- شبیه‌سازی

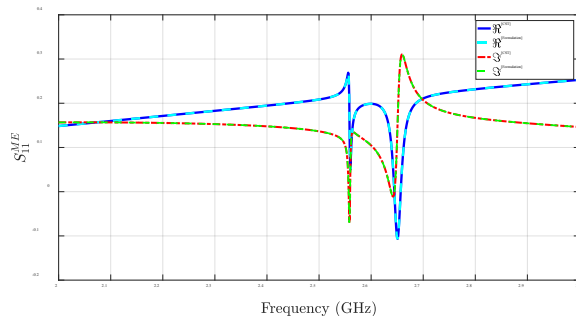
در بخش قبل، فرمولاسیونی جامع برای تحلیل، مدل‌سازی و استخراج پارامترهای فراسطوح استوانه‌ای برای کاربرد در نامرئی‌سازی اجسام ارائه کرده‌ایم. با تکیه بر فرمولاسیون ارائه شده در این مقاله و با هدف پیداکردن فراسطوح تنسوری مناسب از هر دو منظر نظری و عملی، یک نمونه فراسطح به عنوان مثال‌هایی برای راستی‌آزمایی نتایج این مقاله ارائه می‌شوند.

در این بخش، ابتدا فراسطوح صفحه‌ای شبیه‌سازی شده است و با جای‌گذاری تنسورهای فیزیکی حساسیت‌پذیری آن‌ها در فرمولاسیون بخش قبل بتوان کاهش قابل توجهی در پهنای پراکندگی رؤیت کرد. به عنوان مثال، می‌توان فراسطحی طراحی نمود که برای آن هر دو طرف معادلات (۳۷) و (۳۸) برابر با صفر باشند و این باعث می‌شود که در نهایت سه معادله و سه مجهول داشته باشیم و به جواب‌های یکتا برسیم. تاکنون هیچ روش سیستماتیکی برای طراحی فراسطوح تنسوری ارائه نشده است و

مشاهده می‌شود، تمامی پارامترهای پراکندگی به دست آمده از نرم‌افزار تمام‌موج CST با هم‌تاهایشان که از فرمولاسیون این مقاله استخراج شده‌اند کاملاً یکسان بوده و این امر سازگاری معادلات را اثبات می‌کند. به طور مشابه، برای هر زاویه تابش و فرکانس دلخواه دیگری نیز می‌توان نشان داد که نتایج شبیه‌سازی با نتایج حاصل از معادله کاملاً یکسان هستند.

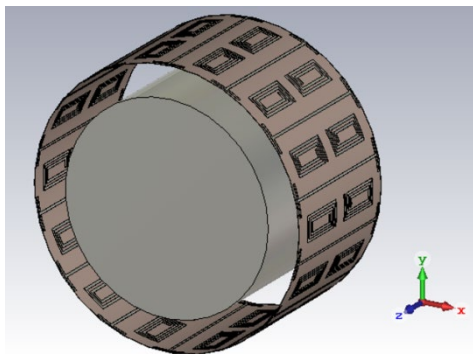


شکل (۴). نتایج تحلیل و شبیه‌سازی برای قسمت‌های حقیقی و موهومی  $S_{11}^{MM}$  در  $\theta = 45^\circ$  و  $\varphi = 60^\circ$  بر حسب فرکانس



شکل (۵). نتایج تحلیل و شبیه‌سازی برای قسمت‌های حقیقی و موهومی  $S_{11}^{ME}$  در  $\theta = 45^\circ$  و  $\varphi = 60^\circ$  بر حسب فرکانس

مطابق شکل (۶)، فراسطح طراحی شده در قسمت قبل را در محیط نرم‌افزار CST به صورت استوانه‌ای به دور جسمی استوانه‌ای از جنس هادی آرمانی می‌پیچانیم. شعاع فراسطح و شعاع جسم به ترتیب برابر با  $r=21.5$  و  $R=16.5$  میلی‌متر هستند.



شکل (۶). شمای هندسی مسئله مورد نظر مقاله

با توجه به شکل (۶) مسئله مورد نظر یک مسئله دوبعدی دارای تقارن استوانه‌ای (تقارن نسبت به زاویه سمتی و تقارن نسبت به محور استوانه‌ها) است. بنابراین در راستای محور  $z$  شرط

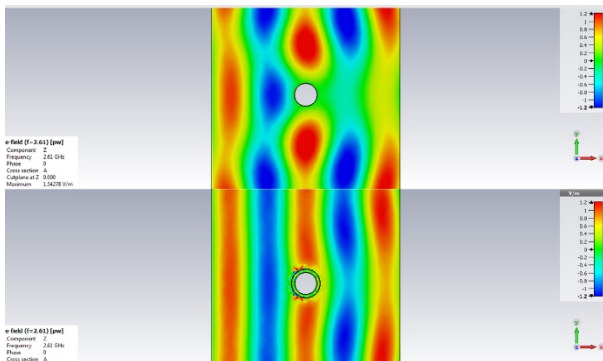
$(\vec{\chi}_{me}$  و  $\vec{\chi}_{em})$  می‌توانند در برابر مقادیر درایه‌های قابل توجه تنسورهای  $\vec{\chi}_{mm}$  و  $\vec{\chi}_{ee}$  کوچک باشند. درضمن، متوجه شدیم که پاسخ مغناطیسی فراسطح استوانه‌ای در راستای عمود بر آن (یعنی راستای شعاعی) می‌تواند نقش به‌سزایی در کاهش پراکندگی امواج الکترومغناطیسی داشته باشد. به عبارت دیگر، درایه  $\chi_{mm}^{\rho\rho}$  می‌تواند بسیار حائز اهمیت باشد.

برای بررسی فراسطح استوانه‌ای از روابط نسخه صفحه‌ای آن‌ها استفاده می‌شود، سعی شد که هندسه شکل (۳) طوری طراحی شود که با اعمال فرمولاسیون، پارامترهای مطلوب به دست آیند. برای این کار فراسطح به‌عنوان نوارهای مارپیچ استوانه‌ای برای ایجاد پاسخ مغناطیسی مناسب ( $\chi_{mm}^{\rho\rho}$ ) تعبیه شده است. در واقع، ایده این کار از مفهوم گشتاور دوقطبی مغناطیسی نشئت می‌گیرد. مطابق مرجع [۱۶]، یک ساختار حلقوی بسیار کوچک که در آن جریان الکتریکی می‌گذرد به‌عنوان یک گشتاور دوقطبی مغناطیسی شناخته می‌شود زیرا شمای میدان مغناطیسی تولید شده توسط این حلقه شبیه به شمای میدان الکتریکی تولید شده توسط یک گشتاور دوقطبی الکتریکی است. برای سلول طراحی شده، وجود نوارهای مارپیچ باعث القای جریان‌های الکتریکی مارپیچ بر روی سلول فراسطح می‌شود. این امر باعث می‌شود که در هر واحد حجم از سلول مذکور، تعدادی گشتاور دوقطبی مغناطیسی وجود داشته باشد و با توجه به تعریف قطبیدگی مغناطیسی [۱۶]، به این نتیجه می‌رسیم که روی هم رفته، فراسطح می‌تواند دارای پاسخ مغناطیسی باشد. کنترل این پاسخ مغناطیسی به‌وسیله تغییر در ابعاد و تعداد حلقه‌های مارپیچ رخ می‌دهد.

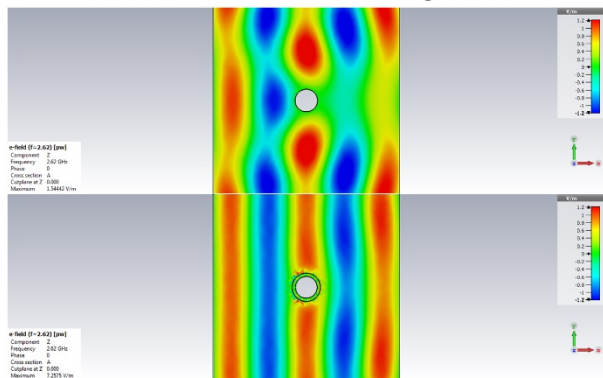
سلول‌های دارای اشکال مارپیچ می‌توانند باعث ایجاد خاصیت دوسوییگی و غیرصفر شدن درایه‌های تنسورهای  $\vec{\chi}_{me}$  و  $\vec{\chi}_{em}$  شوند [۴]. ساختار ارائه شده در شکل (۳) به نحوی است که برای آن مقادیر درایه‌های تنسورهای  $\vec{\chi}_{me}$  و  $\vec{\chi}_{em}$  در مقایسه با درایه‌های تنسورهای دیگر چندان قابل توجه نیست. توصیف‌هایی که تاکنون برای تنسورهای فراسطح مورد نظر ارائه شده است صرفاً بر اساس سلول واحد آن (شکل (۳)) هستند. اما سلول‌های مختلف این فراسطح با یکدیگر برهمکنش دارند و نمی‌توان صرفاً بر اساس هندسه سلول واحد، رفتار فیزیکی فراسطح را به طور کامل توصیف کرد که این امر همان دلیل اصلی دشواری طراحی فراسطح است.

## ۵- نتیجه‌گیری

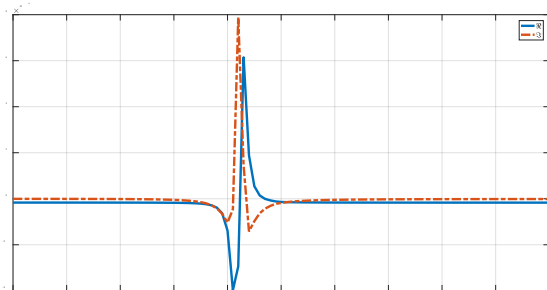
در شکل‌های (۴) و (۵) قسمت‌های حقیقی و موهومی تمامی پارامترهای پراکندگی به دست آمده از نرم‌افزار CST و معادله (۶) به‌ازای  $\theta = 45^\circ$  و  $\varphi = 60^\circ$  رسم شده‌اند. همانطور که



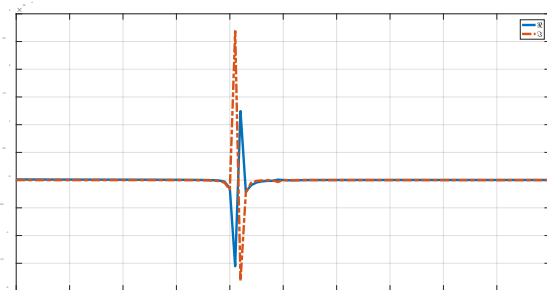
شکل (۷). مؤلفه Z میدان الکتریکی در غیاب فراسطح (تصویر بالا) و با حضور فراسطح (تصویر پایین) برای فرکانس 2.61GHz



شکل (۸). مؤلفه Z میدان الکتریکی در غیاب فراسطح (تصویر بالا) و با حضور فراسطح (تصویر پایین) برای فرکانس 2.62GHz



شکل (۹). قسمت‌های حقیقی و موهومی  $\chi_{ee}^{PP}$  بر حسب فرکانس



شکل (۱۰). قسمت‌های حقیقی و موهومی  $\chi_{ee}^{PP}$  بر حسب فرکانس

در این مقاله با استفاده از روابط حاکم بر فراسطوح، فرمولاسیون جامع بر حسب تنسورهای حساسیت‌پذیری برای فراسطوح استوانه‌ای را تبیین کردیم. سپس، بر مبنای تقریب‌های

مرزی متناوب و در راستاهای دیگر شرط مرزی فضای باز اعمال شده است. محیط بین فراسطح و جسم مورد نظر و همچنین محیط اطراف فراسطح از جنس فضای آزاد انتخاب شده‌اند. همچنین، تحریک پیکربندی مسئله مورد نظر از طریق موج الکترومغناطیسی صفحه‌ای با دامنه  $E_{TM} = 1V/m$  و در جهت مثبت محور x بوده است. ضمناً مانند قسمت قبل شبیه‌سازی در قسمت Frequency Domain Solver نرم‌افزار انجام شده است. اگر این ساختار را یک بار با حضور فراسطح و بار دیگر در غیاب آن برای بازه فرکانسی 2.61GHz تا 2.69GHz شبیه‌سازی به شکل‌های (۷) و (۸) که در آن‌ها دامنه مؤلفه Z میدان الکتریکی کل رسم شده‌اند، می‌رسیم. توجه شود که منظور از میدان الکتریکی کل، میدان الکتریکی حاصل از برهم‌نهی میدان الکتریکی موج الکترومغناطیسی تابشی و میدان الکتریکی امواج الکترومغناطیسی پراکنده شده است.

همانطور که در شکل‌های (۷) تا (۸) دیده می‌شود، در ناحیه اطراف مجموعه جسم و فراسطح، الگوی میدان الکتریکی کل نسبت به الگوی شناخته شده میدان الکتریکی یک موج الکترومغناطیسی صفحه‌ای (موج تابشی این مسئله) بسیار متفاوت است. اما با قراردادن فراسطح، الگوی میدان الکتریکی کل بسیار شبیه به الگوی میدان الکتریکی موج الکترومغناطیسی تابشی است که این امر به معنای کاهش قابل توجه دامنه امواج الکترومغناطیسی پراکنده شده از مجموعه جسم و فراسطح است. خارج از محدود فرکانسی رسم شده، شباهت الگوی میدان الکتریکی کل به الگوی میدان الکتریکی تابشی کم‌تر خواهد شد و از این رو، صرفاً این ناحیه فرکانسی را رسم شده است.

همانطور که از نتایج این مقاله می‌توان دریافت، پهنای باند نامرئی سازی باریک است و این معضل تقریباً در تمام کاربردهای فرامواد و فراسطوح دیده می‌شود [۳]. دلیل اصلی این امر آن است که علت بروز پدیده‌های الکترومغناطیسی نوین در ساختارهای فراماده و فراسطح، وجود رزونانس‌های خاص آن‌ها در محدوده فرکانسی مورد نظر است. در حقیقت، این امر را در شکل‌های (۹) تا (۱۰) نیز می‌توان مشاهده کرد. به عبارت دیگر هر چه از ناحیه رزونانسی فراسطح دورتر شویم، ویژگی خاص آن (که در این مقاله نامرئی سازی است) کم‌رنگ‌تر می‌شود و این توصیف به وضوح با مشاهده شکل‌های (۷) تا (۸) تصدیق می‌گردد.

- [8] M. Selvanayagam and G. V. Eleftheriades, "Discontinuous Electromagnetic Field Using Orthogonal Electric and Magnetic Currents for wavefront Manipulation," *Optics Express*, vol. 21, no. 12, pp. 14409-14429, 2013. <https://doi.org/10.1364/OE.21.014409>.
- [9] S. C. Jiang et al., "Controlling the Polarization State of light with a Dispersion-free Metastructure," *Physical Review X*, vol. 4, pp. 021026, 2014. <https://doi.org/10.1103/PhysRevX.4.021026>.
- [10] M. Veysi, C. Guclu, and F. Capolino, "Vortex Beams with Strong longitudinally Polarized Magnetic Field and Their Generation By using Metasurfaces," *Journal of the Optical Society of America B*, vol. 32, no. 345, pp. 345-354, 2015. <https://doi.org/10.1364/JOSAB.32.000345>.
- [11] B. Orazbayev, N. Mohammadi Estakhri, A. Alù, and M. Beruete, "Experimental Demonstration of Metasurface-Based ultrathin Carpet Cloaks for Millimeter waves," *Advanced Optical Materials*, vol. 5, no. 1, pp. 1600606, 2017. <https://doi.org/10.1002/adom.201600606>.
- [12] A. H. Dorrah, M. Chen, and G. V. Eleftheriades, "Bianisotropic Huygens' Metasurface for wideband Impedance Matching Between two Dielectric Media," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 66, no. 9, pp. 4729-4742, 2018. DOI: 10.1109/TAP.2018.2851361.
- [13] J. Wang et al., "Metantenna: when Metasurface Meets Antenna Again," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 68, no. 3, pp. 1332-1347, 2020. DOI: 10.1109/TAP.2020.2969246.
- [14] X. Ma, M. S. Mirmoosa, and S. A. Tretyakov, "Parallel-plate waveguides formed by penetrable Metasurfaces," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 68, no. 3, pp. 1773-1785, 2020. DOI: 10.1109/TAP.2019.2934580.
- [15] M. M. Idemen, *Discontinuities in the Electromagnetic Field*, John Wiley & Sons, 2011.
- [16] D. J. Griffiths, *Introduction to Electrodynamics*, 4th Edition, Pearson, 2013.
- [17] C. L. Holloway, M. A. Mohamed, E. F. Kuester, and A. Dienstfrey, "Reflection and Transmission Properties of a Metafilm: with an Application to a Controllable Surface composed of Resonant Particles," *IEEE Transactions on Electromagnetic Compability*, vol. 47, no. 4, 2005. DOI: 10.1109/TEMC.2005.853719.
- [18] K. Achouri, M. A. Salem and C. Caloz, "General Metasurface Synthesis Based on Susceptibility Tensors," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 63, no. 7, pp. 2977-2991, 2015. DOI: 10.1109/TAP.2015.2423700.
- [19] M. Albooyeh, S. Tretyakov and C. Simovski, "Electromagnetic Characterization of Bianisotropic Metasurfaces on refractive Substrates: General Theoretical Framework," *Annalen Der Physik*, vol. 528, no. 9-10, pp. 721-737, 2016. <https://doi.org/10.1002/andp.201600015>.
- [20] D. Zaluški, A. Grbic, and S. Hrabar, "Analytical and experimental characterization of metasurfaces with normal polarizability," *Physical Review B*, vol. 93, pp. 155156, 2016. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.93.155156>.
- [21] A. Epstein and G. V. Eleftheriades, "Synthesis of passive lossless Metasurfaces Using auxiliary Fields

در نظر گرفته شده برای استخراج پارامترهای تنسوری فیزیکی فراسطوح استوانه‌ای و محاسبه شرایط مرزی حاکم بر آن‌ها، فرمولاسیون جامعی (روابط (۳۶) الی (۴۱)) برای نامرئی‌سازی اجسام استوانه‌ای ساده ارائه کردیم. در ادامه با طراحی فراسطوحی که پارامترهای تنسوری آن‌ها شرایط مذکور برای کمینه کردن میزان پراکندگی امواج الکترومغناطیسی را ارضا می‌نمایند، می‌توان نامرئی‌سازی اجسام را محقق ساخت. بنابراین، توانستیم فرمولاسیون جامعی برای ادوات الکترومغناطیسی نوینی ارائه دهیم که امروزه مطالعات مربوط به آن‌ها در مرز دانش بشر قرار دارند. به علاوه، تحلیل روابط و نتایج این مقاله دید فیزیکی مناسبی را برای طراحی فراسطوح آتی ارائه می‌دهد.

با وجود چالش‌های مختلف در تحلیل، مدل‌سازی، استخراج پارامتر و طراحی فراسطوح استوانه‌ای، در این مقاله توانستیم با الهام گرفتن از مشخصات فیزیکی فراسطوح صفحه‌ای فرمولاسیون جامعی برای نامرئی‌سازی اجسامی که مودهای بالاتر پراش را تا اندازه‌ای مشخص تحرک می‌کنند، ارائه دهیم. نتایج حاصل از تحلیل این مقاله به وسیله شبیه‌سازی تمام‌موج راستی‌آزمایی گردید و برای آن‌ها تشریح و توصیف مناسب ارائه شد. در نهایت، مشاهده گردید که نتایج مورد نظر مقاله با نتایج شبیه‌سازی به طرز مطلوبی تحقق یافته‌اند.

## ۶- مراجع

- [1] E. F. Kuester, M. A. Mohamed, M. Picket-May, and C. L. Holloway, "Averaged Transition Conditions for Electromagnetic Fields at a Metafilm," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 51, no. 10, 2003. DOI: 10.1109/TAP.2003.817560.
- [2] A. Li, S. Singh, and D. Sievenpiper, "Metasurfaces and Their Applications," *Nanophotonics*, vol. 7, no. 6, pp. 989-1011, 2018. <https://doi.org/10.1515/Nanoph-2017-0120>.
- [3] C. L. Holloway, E. F. Kuester, J. A. Gordon, J. O'Hara, J. Booth, and D. R. Smith, "An overview of the Theory and applications of Metasurfaces: the two-Dimensional Equivalents of Metamaterials," *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, vol. 54, no. 2, pp. 10-35, 2012. DOI: 10.1109/MAP.2012.6230714.
- [4] V. S. Asadchy, A. Diaz-Rubio, and S. A. Tretyakov, "Bianisotropic Metasurfaces: Physics and Applications," *Nanophotonics*, vol. 7, no. 6, pp. 1069-1094, 2018. <https://doi.org/10.1515/nanoph-2017-0132>.
- [5] A. Malekzadeh, M. Rezayatfam. "New Broadband Absorber, lightweight with a Thickness of 1.4 mm to reduce the radar cross section of objects", *Applied Electromagnetics*, 2019. (In Persian). <https://sid.ir/paper/526111/fa>
- [6] C. R. Simovski, *Composite Media with Weak Spatial Dispersion*, Pan Satanford Publishing, 2018.
- [7] R. Harrington, *Time-Harmonic Electromagnetic Fields*, Wiley-IEEE Press, 2001.

- [28] D.-H. Kwon, "Illusion Electromagnetics for free-Standing objects using passive lossless Metasurfaces," *Physical Review B*, vol. 101, Art. no. 235135, 2020. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.101.235135>
- [29] M. Moccia et al., "Coding Metasurfaces for Diffuse Scattering: Scaling laws, Bounds, and Suboptimal Design," *Advanced Optical Materials*, vol. 5, pp. 1700455, 2017. <https://doi.org/10.1002/adom.201700455>
- [30] A. McClung, M. Mansouree, and A. Arbabi, "At-will CHromatic Dispersion by Prescribing light Trajectories with Cascaded Metasurfaces," *Light: Science & Applications*, vol. 9, pp. 93, 2020. <https://doi.org/10.1038/s41377-020-0335-7>
- [31] Z. H. Jiang and D. H. Werner, "Quasi-three-Dimensional angle-Dependent Electromagnetic Illusion using Ultrathin Metasurface Coatings," *Advanced Functional Materials*, 2014, <https://doi.org/10.1002/adfm.201401561>.
- [32] J. C. Soric, A. Monti, A. Toscano, F. Billoti, and A. Alù, "Multiband and Wideband Bilayer Mantle Cloaks," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 63, no. 7, pp. 3235-3240, 2015, Doi: 10.1109/TAP.2015.2421951
- for Reflectionless Beam Splitting and Perfect Reflection," *Physical Review Letters*, vol. 117, pp. 256103, 2016. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.117.256103>
- [22] Z. H. Jiang and D. H. Werner, "Exploiting Metasurface Anisotropy for Achieving Near-perfect low-profile Cloaks Beyond the Quasi-Static limit," *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 46, pp. 505306, 2013. DOI 10.1088/0022-3727/46/50/505306
- [23] C. A. Balanis, *Advanced Engineering Electromagnetics*, 2nd Edition, John Wiley & Sons, 2012.
- [24] D. G. Dudley, *Mathematical Foundations for Electromagnetic Theory*, John Wiley & Sons, 1994.
- [25] C. F. Bohren and D. R. Huffman, *Absorption and Scattering of Light by Small Particles*, John Wiley & Sons, 1983.
- [26] D.-H. Kwon, "Lossless Tensor Surface Electromagnetic Cloaking for large Objects in Free Space," *Physical Review B*, vol. 98, pp. 125137, 2018. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.98.125137>
- [27] M. Safari, H. Kazemi, A. Abdolali, M. Albooyeh, and F. Capolino, "Illusion Mechanisms with Cylindrical Metasurfaces: A General Synthesis Approach," *Physical Review B*, vol. 100, pp. 165418, 2019. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.100.165418>

